

УДК 621.391

А.В. Боцул<sup>1</sup>, А.С. Волков<sup>2</sup>, С.И. Приходько<sup>2</sup>, Н.А. Штомпель<sup>2</sup><sup>1</sup> *Национальный технический университет «ХПИ», Харьков*<sup>2</sup> *Украинская государственная академия железнодорожного транспорта, Харьков*

## МЕТОД ДЕКОДИРОВАНИЯ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СВЕРТОЧНЫХ КОДОВ ПЕРЕМЕЖЕНИЯ

*Предлагается алгебраический метод декодирования сверточных кодов перемежения, в основе которого лежит представление кодового слова полубесконечной длины в виде серии блоков кодовых слов, на длине которых реализуются процедуры перемежения и деперемежения. Такой подход позволяет за фиксированное число шагов алгебраическим способом исправлять группирующиеся ошибки.*

**Ключевые слова:** помехоустойчивое кодирование, сверточные коды, декодирование сверточных кодов, перемежение.

### Введение

**Постановка проблемы в общем виде и анализ литературы.** При передаче дискретных сообщений по каналам связи возникают случайные и группирующиеся ошибки, для борьбы с которыми целесообразно использовать методы помехоустойчивого сверточного кодирования и декодирования.

В настоящее время известно несколько эффективных методов декодирования сверточных кодов: метод порогового декодирования, метод декодирования по максимуму правдоподобия (алгоритм Витерби) и последовательное декодирование (алгоритм Фано) [1 – 5, 9].

Метод порогового декодирования обладает низкой сложностью реализации, но коды, допускающие данный метод декодирования, обладают относительно низкой корректирующей способностью [3, 5]. Алгоритм Витерби является эффективным с точки зрения корректирующей способности, но экспоненциальный рост сложности реализации от длины кодового ограничения является существенным его недостатком [5, 9]. Алгоритм Фано по своим характеристикам приближается к алгоритму Витерби, но при увеличении числа ошибок в канале существует вероятность переполнения буфера, что зачастую приводит к ухудшению параметров декодера [5, 9].

С появлением сверточных кодов [9, 10], порождающие многочлены которых заданы через порождающие многочлены двоичных циклических блочных кодов Рида – Соломона, возможна реализация алгебраических методов декодирования сверточных кодов [3, 6, 9, 10]. В основе данных методов лежит идея использования корней порождающего многочлена для вычисления синдромных последовательностей, на основе которых удастся найти расположение и значение ошибок [6 – 9].

Общим недостатком известных методов декодирования является отсутствие возможности ис-

правлять группирующиеся ошибки, кратность которых превосходит корректирующую способность сверточного кода.

Следовательно, разработка новых методов, направленных на борьбу с группирующимися ошибками, является актуальной научной задачей.

**Цель статьи.** Предлагается метод декодирования алгебраических сверточных кодов перемежения, отличающийся от известных возможностью исправлять группирующиеся ошибки, длина которых превышает корректирующую способность сверточного кода на длине кодового слова.

### Основной материал

Рассмотрим алгебраический сверточный  $(n_0, k_0)$  – код перемежения над  $GF(q^m)$ .

Пусть на вход кодера сверточного  $(n_0, k_0)$  – кода перемежения подается последовательность информационных символов, представленная в виде многочлена  $I(x)$  [9]:

$$I(x) = I_0 + I_1x + I_2x^2 + \dots = \sum_{i=0}^{\infty} I_i x^i, \quad (1)$$

где  $I_i \in V$ ;  $V \in GF(q^m)$ ;  $V \in GF(q^m)$ ;  $\log_q V = k_0$ ,  $n_0 = m \geq k_0$ .

Представим многочлен  $I(x)$  вида (1) последовательностью многочленов  $I_i(x)$ , степени  $K-1$ :

$$I(x) = \sum_{i=0}^{\infty} I_i(x) \cdot x^{iK}, \quad (2)$$

где  $I_i(x)$  –  $i$ -й многочлен подблока последовательности информационных символов;

$I_i(x) = I_{iK} + I_{iK+1}x + \dots + I_{(i+1)K-1}x^{K-1}$ ;  $x^{iK}$  – оператор задержки.

Пусть  $g(x)$  – порождающий многочлен над  $GF(q^m)$  алгебраического сверточного кода, заданного через порождающий многочлен двоичного

циклического блокового кода Рида – Соломона имеет вид [3, 4, 6, 9]:

$$g(x) = g_0 + g_1x + g_2x^2 + \dots + g_{r-1}x^{r-1} = \sum_{i=0}^{r-1} g_i x^i, \quad (3)$$

где  $g_i \in GF(q^m)$ .

Порождающий многочлен алгебраических сверточных кодов перемежения  $g^*(x)$  над  $GF(q^m)$  формируется путем следующего преобразования порождающего многочлена  $g(x)$  алгебраического сверточного кода:

$$\begin{aligned} g^*(x) &= g(x^M) = \\ &= g_0 + g_1x^M + g_2(x^M)^2 + \dots + g_{r-1}(x^M)^{r-1}, \end{aligned} \quad (4)$$

где  $M$  – длина блока кодовых слов алгебраического сверточного кода перемежения;  $g_i \in GF(q^m)$ .

Под длиной блока кодовых слов будем понимать число кодовых слов длины  $N=q^m-1$ , для которых выполняется процедура перемежения (деперемежения). Допустим, что  $M = N = q^m - 1$ .

Тогда в результате кодирования алгебраических сверточных кодов перемежения формируется кодовое слово над  $GF(q^m)$  следующим образом:

$$\begin{aligned} C_j(x) &= [I_0(x^M) \cdot g^*(x) + x \cdot I_1(x^M) \cdot g^*(x) + \\ &+ x^2 \cdot I_2(x^M) \cdot g^*(x) + \dots + x^{M-1} \cdot I_{M-1}(x^M) \cdot \\ &\cdot g^*(x)] = C_0(x^M) + x \cdot C_1(x^M) + \\ &+ x^2 \cdot C_2(x^M) + \dots + x^{M-1} \cdot C_{M-1}(x^M) = \\ &= \hat{C}_0(x) + x \cdot \hat{C}_1(x) + x^2 \cdot \hat{C}_2(x) + \dots + \\ &x^{M-1} \cdot \hat{C}_{M-1}(x), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $C_j(x)$  – блок кодовых слов алгебраического сверточного кода перемежения.

В общем случае длина кодового слова  $C(x)$  является полубесконечной.

Каждое слагаемое в выражении (5) суть кодовое слово блокового кода Рида – Соломона, сдвинутого на оператор задержки и обладающего вставкой из  $M - 1$  нулей между соседними символами. При этом одним подблоком кодового слова сверточного кода перемежения будем называть фрагмент блока кодовых слов вида (5) длины  $N$ .

Для реализации алгебраического декодирования введем нумерацию индексов коэффициентов многочлена  $C_j(x)$  и перепишем выражение (5) следующим образом:

$$\begin{aligned} C_j(x) &= [C_{0,j,0,0} + C_{0,j,1,1}x + C_{0,j,2,2}x^2 + \dots + \\ &+ C_{0,j,N-1,N-1}x^{N-1}] + x^N \cdot [C_{1,j,0,N} + C_{1,j,1,N+1}x + \\ &+ C_{1,j,2,N+2}x^2 + \dots + C_{1,j,N-1,2 \cdot N-1}x^{N-1}] + \dots + \\ &+ x^{(M-1) \cdot N} \cdot [C_{M-1,j,0,(M-1) \cdot N} + \\ &+ C_{M-1,j,1,(M-1) \cdot N+1}x + C_{M-1,j,2,(M-1) \cdot N+2}x^2 + \\ &+ \dots + C_{M-1,j,N-1,M \cdot N-1}x^{N-1}], \end{aligned} \quad (6)$$

где  $l$  – индекс, указывающий номер подблока кодовых слов в одном блоке (первый индекс коэффициента),  $l = 0, 1, 2, \dots, M-1$ ;  $j$  – индекс, указывающий номер блока кодового слова алгебраического сверточного кода перемежения (второй индекс коэффициента),  $j = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\mu$  – индекс, указывающий номер коэффициента в одном подблоке кодовых слов на длине  $M$  (третий индекс коэффициента),  $\mu = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ;  $i$  – индекс, указывающий номер коэффициента над  $GF(q^m)$  в одном блоке кодового слова алгебраического сверточного кода перемежения на длине  $M \cdot N$  (четвертый индекс коэффициента),  $i = 0, 1, 2, \dots, M \cdot N-1$ .  $x^{l \cdot N}$  – оператор задержки;  $l = 0, 1, 2, \dots, M-1$ ;  $j = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\mu = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ;  $i = 0, 1, 2, \dots, M \cdot N-1$ ;  $C_{l,j,\mu,i} \in GF(q^m)$ .

Предположим, что в результате передачи по каналу связи символы кодового слова алгебраического сверточного кода перемежения были искажены. Тогда на вход декодирующего устройства сверточного кода перемежения поступает последовательность  $C^*(x)$ , искаженная ошибками [5, 7 – 9]:

$$C^*(x) = C(x) + E(x), \quad (7)$$

где  $E(x)$  – многочлен ошибок полубесконечной длины с соответствующей нумерацией индексов, представленной в (6);  $C^*_{l,j,\mu,i} \in GF(q^m)$  – коэффициенты многочлена кодового слова сверточного кода перемежения искаженного ошибками;  $E_{l,j,\mu,i} \in GF(q^m)$ ;  $C^*_{l,j,\mu,i} = (C_{l,j,\mu,i} + E_{l,j,\mu,i})$ ;  $C_{l,j,\mu,i} \in GF(q^m)$ .

Предположим, произошла группирующаяся ошибка длины  $2 \cdot N$ . Это значит, что два подблока кодовых слов полностью искажены. Тогда многочлен  $C_j(x)$  над  $GF(q^m)$  блок кодового слова алгебраического сверточного кода перемежения можно записать:

$$\begin{aligned} C^*_j(x) &= [C^*_{0,j,0,0} + C^*_{0,j,1,1}x + C^*_{0,j,2,2}x^2 + \\ &+ \dots + C^*_{0,j,N-1,N-1}x^{N-1}] + x^N \cdot [C^*_{1,j,0,N} + \\ &+ C^*_{1,j,1,N+1}x + C^*_{1,j,2,N+2}x^2 + \dots + \\ &+ C^*_{1,j,N-1,2 \cdot N-1}x^{N-1}] + \dots + x^{(M-1) \cdot N} \cdot \\ &\cdot [C^*_{M-1,j,0,(M-1) \cdot N} + C^*_{M-1,j,1,(M-1) \cdot N+1}x + \\ &+ C^*_{M-1,j,2,(M-1) \cdot N+2}x^2 + \\ &+ \dots + C^*_{M-1,j,N-1,M \cdot N-1}x^{N-1}]. \end{aligned} \quad (8)$$

Далее декодер сверточного кода перемежения реализует процедуру деперемежения с целью рассеивания группирующейся ошибки во времени в соответствии со следующим алгебраическим правилом:

$$\begin{aligned}
 c^*_{j, \mu}(x) &= \hat{C}_0(x^{\frac{1}{M}}) + \hat{C}_1(x^{\frac{1}{M}}) \cdot x^N + \\
 &+ \hat{C}_2(x^{\frac{1}{M}}) \cdot x^{2 \cdot N} + \dots + \hat{C}_{M-1}(x^{\frac{1}{M}}) \cdot x^{(M-1) \cdot N} = \quad (9) \\
 &= c_0(x) + c_1(x) \cdot x^N + c_2(x) \cdot x^{2 \cdot N} + \dots + \\
 &+ c_{M-1}(x) \cdot x^{(M-1) \cdot N},
 \end{aligned}$$

где  $c^*_{j, \mu}(x)$  – блок кодовых слов сверточного кода перемежения после реализации процедуры деперемежения;  $c_{l, j, \mu, i} \in GF(q^m)$ .

Тогда на основании выражений (8) и (9) блок кодовых слов сверточного кода перемежения  $c^*_{j, \mu}(x)$  представим следующим образом:

$$\begin{aligned}
 c^*_{j, \mu}(x) &= [c^*_{0, j, 0, 0} + c^*_{1, j, 0, N} x + c^*_{2, j, 0, 2 \cdot N} x^2 + \\
 &+ \dots + c^*_{N-1, j, 0, (M-1) \cdot N} x^{N-1}] + x^N \cdot [c^*_{0, j, 1, 1} + \\
 &+ c^*_{1, j, 1, N+1} x + c^*_{2, j, 1, 2 \cdot N+1} x^2 + \dots + \\
 &+ c^*_{N-1, j, 1, (M-1) \cdot N+1} x^{N-1}] + \dots + \\
 &+ x^{N \cdot (M-1)} \cdot [c^*_{0, j, N-1, N-1} + c^*_{1, j, N-1, 2 \cdot N-1} x + \\
 &+ c^*_{2, j, N-1, 3 \cdot N-1} x^2 + \dots + c^*_{N-1, j, N-1, M \cdot N-1} x^{N-1}], \quad (10)
 \end{aligned}$$

где  $c^*_{l, j, \mu, i} \in GF(q^m)$  – коэффициенты многочлена  $c^*_{j, \mu}(x)$ , учитывающие влияние ошибки;  $c^*_{l, j, \mu, i} = (c_{l, j, \mu, i} + E_{l, j, \mu, i})$ ;  $l = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ;  $j = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\mu = 0, 1, 2, \dots, M-1$ ;  $M = N = q^m - 1$ ;  $i = 0, 1, 2, \dots, M \cdot N - 1$ .

Следовательно, в результате алгебраического деперемежения символов блока кодового слова сверточного кода перемежения символы, искаженные группированной ошибкой длины  $2 \cdot N$ , распределяются по  $M$  подблокам одного блока кодового слова на длине  $M \cdot N - 1$  символов. Тогда, каждый из  $M$  подблоков кодового слова алгебраического сверточного кода перемежения включает  $2 \cdot N / M$  ошибочных символов. Таким образом, декодер алгебраического сверточного кода перемежения выполняет рассеивание группирующейся ошибки во времени на длине  $M$  подблоков кодовых слов. При этом каждый подблок кодового слова перемежения длины  $N$ , суть кодовое слово алгебраического сверточного кода и в тоже время, кодового слова циклического блокового кода Рида – Соломона [6 – 10].

На следующем этапе алгебраического декодирования сверточного кода перемежения выполняется разбиение многочлена  $c^*_{j, \mu}(x)$  над  $GF(q^m)$  блока кодового слова длины  $M \cdot N$  искаженного ошибками на  $M$  подблоков над  $GF(q^m)$  длины  $N$ .

Тогда в соответствии с выражениями (10)  $M$  многочленов  $c^*_{j, \mu}(x)$  подблоков кодового слова,

искаженных ошибками с коэффициентами  $c^*_{l, j, \mu, i}$  и  $c_{l, j, \mu, i}$  над  $GF(q^m)$  представим следующим образом:

при  $\mu = 0$ :

$$\begin{aligned}
 c^*_{j, 0}(x) &= c^*_{0, j, 0, 0} + c^*_{1, j, 0, N} x + \\
 &+ c^*_{2, j, 0, 2 \cdot N} x^2 + \dots + c^*_{N-1, j, 0, (M-1) \cdot N} x^{N-1}; \quad (11)
 \end{aligned}$$

при  $\mu = 1$ :

$$\begin{aligned}
 c^*_{j, 1}(x) &= c^*_{0, j, 1, 1} + c^*_{1, j, 1, N+1} x + \\
 &+ c^*_{2, j, 1, 2 \cdot N+1} x^2 + \dots + c^*_{M-1, j, 1, (M-1) \cdot N+1} x^{N-1}; \quad (12)
 \end{aligned}$$

при  $\mu = 2$ :

$$\begin{aligned}
 c^*_{j, 2}(x) &= c^*_{0, j, 2, 2} + c^*_{1, j, 2, N+2} x + \\
 &+ c^*_{2, j, 2, 2 \cdot N+2} x^2 + \dots + c^*_{M-1, j, 2, (M-1) \cdot N+2} x^{N-1}; \quad (13)
 \end{aligned}$$

при  $\mu = N-1$ :

$$\begin{aligned}
 c^*_{j, N-1}(x) &= c^*_{0, j, N-1, N-1} + c^*_{1, j, N-1, 2 \cdot N-1} x + \\
 &+ c^*_{2, j, N-1, 3 \cdot N-1} x^2 + \dots + c^*_{M-1, j, N-1, M \cdot N-1} x^{N-1}. \quad (14)
 \end{aligned}$$

Так как каждый подблок кодового слова сверточного кода перемежения является кодовым словом циклического блокового кода Рида – Соломона, то на следующем этапе выполняется алгебраическое декодирование каждого подблока многочлена кодового слова, представленное  $c^*_{j, \mu}(x)$  [9]. Рассмотрим процедуру исправления ошибок подблока кодового слова сверточного кода перемежения, представленную многочленом  $c^*_{j, 0}(x)$  вида (11) при  $\mu = 0$ .

Пусть на длине подблока  $N$  кодового слова сверточного кода перемежения над  $GF(q^m)$  произошло  $b$  ошибок, где  $0 \leq b \leq t_0$ . (В выражении (11)  $b = 2$ , т.е. искажено два символа, представленные коэффициентами  $c^*_{0, j, 0, 0}$  и  $c^*_{1, j, 0, N}$  многочлена  $c^*_{j, 0}(x)$ ). Подблок  $c^*_{j, 0}(x)$  кодового слова сверточного кода перемежения задан над полем  $GF(q^m)$ , следовательно, считаем, что обработка символов декодером реализуется в поле  $GF(q^m)$ .

Тогда, для удобства изложения материала многочлен ошибок, произошедших в действительности на длине  $N$  подблока кодового слова  $c^*_{j, 0}(x)$ , в общем случае представим следующим образом [3 – 6]:

$$e(x) = e_{i_1} x^{i_1} + e_{i_2} x^{i_2} + \dots + e_{i_b} x^{i_b}, \quad (15)$$

где  $e_{i_l}$  – значение (величина)  $l$ -й ошибки,  $e_{i_l} \in GF(q^m)$ ;  $l = 1, 2, \dots, b$ ,  $0 \leq b \leq t_0$ .

Введем синдромную последовательность [3, 9] (последовательность компонент синдрома)  $S$  длины  $2 \cdot t_0$ , соответствующую одному подблоку кодового слова  $c^*_{j, 0}(x)$  сверточного кода перемежения следующим образом:

$$S = (S_1, S_2, S_3, \dots, S_{2t_0}), \quad (16)$$

где  $S_f \in GF(q^f)$ ;  $f = 1, 2, 3, \dots, 2 \cdot t_0$ .

Следовательно, многочлен  $S(x)$  синдромной последовательности запишем следующим образом:

$$S(x) = \sum_{f=1}^{2 \cdot t_0} S_f x^f. \quad (17)$$

Тогда на основании известных корней многочлена  $g^*(x)$  ( $\alpha^1; \alpha^2; \alpha^3; \dots; \alpha^{2 \cdot t_0}$ ) при  $p_0 = 1$  можно вычислить  $2 \cdot t_0$  компонент синдромной последовательности следующим образом [3 – 8]:

$$S_f = c_{j,0}^* (\alpha^f) = c_{j,0} (\alpha^f) + e(\alpha^f) = e(\alpha^f). \quad (18)$$

Обозначим  $Y_l = e_{i_l}$  и  $X_l = \alpha^{i_l}$ , где  $Y_l$  – величина ошибок;  $X_l$  – локаторы ошибок, при этом  $i_l$  – расположение  $l$ -й ошибки в пределах подблока;  $Y_l \in GF(q^m)$  и  $X_l \in GF(q^m)$ ;  $l = 1, 2, \dots, b$ ,  $0 \leq b \leq t_0$ .

Тогда справедлива следующая система уравнений [3 – 6, 9]:

$$\begin{cases} S_1 = Y_1 \cdot X_1 + Y_2 \cdot X_2 + \dots + Y_b \cdot X_b, \\ S_2 = Y_1 \cdot X_1^2 + Y_2 \cdot X_2^2 + \dots + Y_b \cdot X_b^2, \\ \vdots \\ S_{2t_0} = Y_1 \cdot X_1^{2t_0} + Y_2 \cdot X_2^{2t_0} + \dots + Y_b \cdot X_b^{2t_0}. \end{cases} \quad (19)$$

Для решения данной системы нелинейных уравнений воспользуемся многочленом  $\Lambda(x)$  локаторов ошибок [1, 3, 6, 9]:

$$\Lambda(x) = 1 + \Lambda_1 x + \dots + \Lambda_{b-1} x^{b-1} + \Lambda_b x^b, \quad (20)$$

где  $\Lambda_l \in GF(q^m)$ .

Корни многочлена  $\Lambda(x)$  локаторов ошибок суть обратные к локаторам ошибок значения  $X_l^{-1}$ . Следовательно, многочлена  $\Lambda(x)$  локаторов ошибок можно представить:

$$\Lambda(x) = (1 - x \cdot X_1) \cdot (1 - x \cdot X_2) \cdot \dots \cdot (1 - x \cdot X_b). \quad (21)$$

Далее необходимо вычислить коэффициенты  $\Lambda_l \in GF(q^m)$  при  $l = 1, 2, 3, \dots, b$  многочлена локаторов ошибок  $\Lambda(x)$  по известным компонентам синдромной последовательности  $S$ .

Если умножить обе части выражения (20) на произведение вида  $Y_l \cdot X_l^{f+b}$ , при этом множитель  $x$  заменить на  $X_l^{-1}$ , то возможно сформировать систему линейных уравнений [3]:

$$\Lambda_1 \cdot S_{f+b-1} + \Lambda_2 \cdot S_{f+b-2} + \dots + \Lambda_b \cdot S_f = S_{f+b}. \quad (22)$$

Если систему линейных уравнений вида (22) представить в матричном представлении [3, 6, 9]:

$$\begin{vmatrix} S_1 & S_2 & \dots & S_b \\ S_2 & S_3 & \dots & S_{b+1} \\ S_3 & & \dots & S_{b+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S_b & S_{b+1} & \dots & S_{2b-1} \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} \Lambda_b \\ \Lambda_{b-1} \\ \Lambda_{b-2} \\ \vdots \\ \Lambda_1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -S_{b+1} \\ -S_{b+2} \\ -S_{b+3} \\ \vdots \\ -S_{2b} \end{vmatrix}, \quad (23)$$

то её возможно разрешить методом обращения матриц (прямой метод) [1 – 3, 6, 9].

Воспользуемся Алгоритмом Берлекэмп – Месси [3], в основе которого лежит нахождение коэффициентов многочлена  $\Lambda(x)$  по известным компонентам синдрома  $S_f$  [3]:

$$S_f + \sum_{i=1}^{t_0} S_{f-i} \cdot \Lambda_i = 0, \quad (24)$$

где  $f = t_0 + 1, \dots, 2 \cdot t_0$ .

Для нахождения локаторов ошибок  $X_l$  выполним нахождение корней многочлена  $\Lambda(x)$  путем подстановки элементов поля  $\alpha^f$  для каждого  $f$  вместо  $x$ , т.е. вычисляется  $\Lambda(\alpha^f)$  методом Ченя [1 – 3, 9] (методом проб и ошибок) [3]:

$$\Lambda(\alpha^f) = 0. \quad (25)$$

Далее выполняется нахождение значений ошибок  $Y_l$  на основе алгоритма Форни [1 – 5, 9]. Зафиксируем многочлен  $\Omega(x)$  значений ошибок [1 – 6, 9]:

$$\Omega(x) = S(x) \cdot \Lambda(x) \bmod x^{2t_0}. \quad (26)$$

Тогда при  $p_0 = 1$  значения ошибок  $Y_l$  можно вычислить из выражения [1 – 6, 9]:

$$Y_l = -\frac{\Omega(X_l^{-1})}{\Lambda'(X_l^{-1})}, \quad (27)$$

где  $\Lambda'(x) = \sum_{f=1}^b (f \Lambda_f) \cdot x^{f-1}$  – формальная производная  $\Lambda(x)$ ;  $l = 1, 2, \dots, b$ ;  $Y_l \in GF(q^m)$ .

Таким образом, на основании вычисленных позиций и значений ошибок формируется многочлен ошибок  $e(x)$ , влияющий на подблок кодового слова алгебраического сверточного кода перемежения представленного многочленом  $c_{j,0}^*(x)$  на длине  $N$ .

Тогда кодовое слово подблока кодового слова, представленного многочленом  $c_{j,0}(x)$ , без влияния ошибок можно вычислить на основании следующего выражения:

$$c_{j,0}(x) = c_{j,0}^*(x) - e(x). \quad (28)$$

Далее алгебраическую процедуру исправления ошибок, представленную выражениями (15) – (28) подблока кодового слова сверточного кода перемежения, необходимо проделать для каждого подблока вида (11) – (14), т.е.  $M$  раз.

## Выводы

Так как каждый подблок кодового слова длины  $N$  сверточного кода является кодовым словом циклического блочного  $(N, K)$  – кода Рида – Соломона над  $GF(q^m)$  ограниченного на подполе, то процедура алгебраического декодирования алгебраических сверточных  $(n_0, k_0)$  – кодов перемежения сведена к процедуре алгебраического декодирования последовательности кодовых слов блочного  $(N, K)$  – кода Рида – Соломона над  $GF(q^m)$ .

При этом, процедурой алгебраического декодирования предусмотрено разбиение группирующихся ошибки на случайные с последующим их исправлением.

Причем, согласно выражениям (15) – (28) удается гарантированно исправлять  $t_0$  случайных ошибок, приходящихся на подблок длины  $N$ , или  $M \cdot t_0$  случайных ошибок на длине блока кодовых слов  $M \cdot N$ .

В то же время, это эквивалентно исправлению группирующихся ошибок длина, которых не превышает кратности исправления случайных ошибок  $M \cdot t_0$  на длине блока кодовых слов  $M \cdot N$ . (При условии, что кроме пакетированной ошибки других ошибок на длине блока кодовых слов не произойдет).

Таким образом, можно сделать вывод, что процедура алгебраического декодирования алгебраических сверточных  $(n_0, k_0)$  – кодов перемежения основана на декодировании полубесконечной последовательности блоков кодовых слов сверточного кода состоящих из  $M$  подблоков кодовых слов длины  $N$  и позволяет и справлять группирующие ошибки.

## Список литературы

1. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр; [пер. с англ. Е.Г. Грозы, В.В. Марченко, А.В. Назаренко]; под ред. А.В. Назаренко. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.

2. Морелос-Сарагоса Р. Искусство помехоустойчивого кодирования. Методы, алгоритмы, применение / Р. Морелос-Сарагоса; [пер. с англ. В.Б. Афанасьева]. – М.: Техносфера, 2005. – 320 с.

3. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующей ошибки / Р. Блейхут; [пер. с англ. И.И. Грушко, В.М. Блиновского]; под ред. К.Ш. Зигангирова. – М.: Мир, 1986. – 576 с.

4. Кларк Дж. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи / Дж. Кларк, мл., Дж. Кейн; пер. с англ. С.И. Гельфанда; под ред. Б.С. Цыбакова. – М.: Радио и связь, 1987. – 392 с.

5. Теория кодирования / Т. Касами, Н. Токура, Е. Ивадари, Я. Инагаки; пер. с япон. А.В. Кузнецова; под ред. Б.С. Цыбакова, С.И. Гельфанда. – М.: Мир, 1978. – 576 с.

6. Берлекэмп Э. Алгебраическая теория кодирования / Э. Берлекэмп; [пер. с англ. И.И. Грушко]; под ред. С.Д. Бермана. – М.: Мир, 1971. – 477 с.

7. Blahut R. Algebraic codes on lines, planes and curves / R. Blahut. – Cambridge: Cambridge university press, 2008. – 543 p.

8. Blahut R. Algebraic codes for data transmission / R. Blahut. – Cambridge: Cambridge university press, 2003. – 482 p.

9. Алгебраические сверточные коды: [учебное пособие] / [Н.И. Данько, С.П. Евсеев, А.А. Кузнецов и др.]. – Х.: УкрГАЗТ, 2007. – 238 с.

10. Комбинированный метод декодирования алгебраических сверточных кодов / С.И. Приходько, С.А. Гусев, А.С. Постольный, А.С. Жученко // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті. – Х.: УкрДАЗТ, 2006. – №2. – С. 8-15.

Поступила в редколлегию 31.07.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.А. Краснобаев, Полтавский национальный технический университет им. Юрия Кондратюка, Полтава.

## МЕТОД ДЕКОДУВАННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ ЗГОРТКОВИХ КОДІВ, ЩО ПЕРЕМЕЖУЮТЬ

А.В. Боцул, О.С. Волков, С.І. Приходько, М.А. Штомпель

Пропонується алгебраїчний метод декодування згорткових кодів, що перемежують, в основі якого лежить представлення кодового слова напівнескінченної довжини у вигляді серії блоків кодових слів на довжині яких реалізується процедури перемежування деперемежування. Такий підхід дозволяє за фіксоване число кроків алгебраїчним способом виправляти помилки, що групуються.

**Ключові слова:** завадостійке кодування, згорткові коди, декодування загорткових кодів, перемежування.

## THE METHOD OF DECODING ALGEBRAIC CONVOLUTIONAL CODES INTERLEAVING

A. V. Botsul, A. S. Volkov, S. I. Prihodko, N. A. Shtompel

The proposed a method of decoding algebraic convolutional codes interleaving, which is based on the idea of presentation of semi-infinite length code word in a series of blocks of code words in length that implement procedures interleaving and deinterleaving. This approach allows for a fixed number of steps algebraically correct grouping errors.

**Keywords:** error correcting coding, convolutional codes, decoding of convolutional codes, interleaving.