УДК 621.396

А.М. Коваленко

Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків

ФОРМУВАННЯ ПСЕВДОВИПАДКОВИХ ДИСКРЕТНИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ З ВИКОРИСТАННЯМ ЦИКЛІЧНИХ КОДІВ

Розглядаються методи формування ансамблів дискретних сигналів. Досліджуються напрями поліпшення властивостей ансамблів дискретних сигналів, формованих з використанням кодових послідовностей циклічних кодів.

ансамбль дискретних сигналів, кодова послідовність, функція кореляції

ВЯтуп

На сьогоднішній день розробка методів формування великих ансамблів дискретних сигналів, дослідження їх кореляційних властивостей є актуальною науковою проблемою, що має важливе науково-теоретичне значення як для розвитку теорії дискретних сигналів, так і для дослідження прикладних питань побудови цифрових систем зв'язку [1, 2]. У [3] запропонований метод формування ансамблю дискретних сигналів з використанням кодових послідовностей циклічних кодів. Він дозволяє одержувати ансамблі дискретних сигналів, які мають хороші автокореляційні властивості. У той же час, як показали дослідження [4], функція взаємної кореляції одержаних дискретних сигналів має великі одиночні бічні викиди, обумовлені циклічністю вживаного коду.

Актуальним напрямом є дослідження різних підходів формування ансамблю дискретних сигналів, сформованих з використанням кодових послідовностей з малими значеннями бічних викидів функції взаємної кореляції.

1x ІмовірніЯний підхід

Всю множину кодових послідовностей циклічного (n, k, d) коду можна розбити на підмножини слів, які складаються з послідовностей, циклічно зсунутих одна відносно одної.

Для кодових послідовностей лінійних кодів потужність підмножин відповідно рівна довжині послідовностей (окрім послідовностей з одних нулів або одиниць). Кількість таких підмножин для кожного значення з ваг Хеммінга, відповідно до формули Бернсайда [5], визначається як

$$L_d = C_n^d / n , \qquad (1)$$

де C_n^d – загальна кількість кодових послідовностей з вагою Хеммінга d.

Задача поліпшення функції взаємної кореляції сформованого ансамблю дискретних сигналів полягає в усуненні одиночних великих бічних викидів шляхом розподілу одержаних кодових послідовностей за різними циклічними підмножинами із збереженням хороших кореляційних характеристик.

Для усунення циклічності в одержаному ансамблі сигналів використовується метод перестановок, який реалізований таким чином. Множина дискретних сигналів, яка також є однією з вищеописаних циклічних підмножин, перемножується з матрицею перестановок (рис. 1). Дистанційні властивості коду

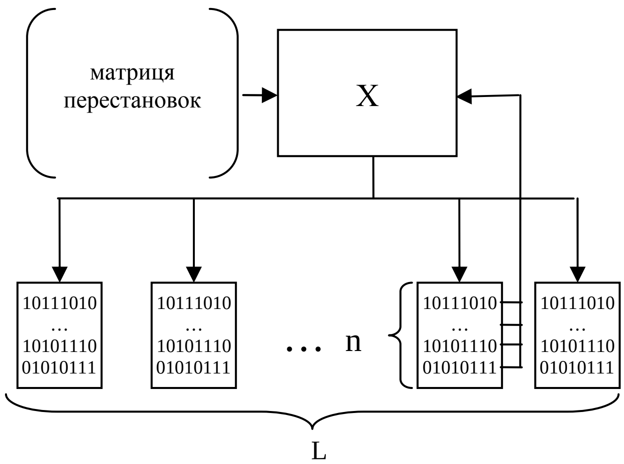

Рис. 1. Схема імовірнісного підходу

при цьому зберігаються, а циклічність може бути порушена.

Очевидно, що розподіл сигналів за циклічними підмножинами залежатиме від виду сформованої матриці перестановок. Із структури циклічних підмножин видно, що вона не повинна бути циркулянтною матрицею перестановок, у тому числі і їй оберненої. Цього було б достатньо, якщо б кодова послідовність не містила інваріантних елементів. Кількість інваріантних елементів у кодових послідовностях описується вагою Хеммінга, який, як видно з формули (1), визначає кількість циклічних підмножин. Тому при використанні еквідистантного коду, де кількість інваріантних елементів мінімальна, мінімальна і ймовірність появи в ансамблі циклічних дискретних послідовностей.

2x Де2ермінований підхід

Іншим напрямом усунення циклічності в ансамблі дискретних сигналів є детермінований підхід, який ґрунтується на теоремі 1 [6].

Теорема 1. Параметри циклічного блокового (n, k, d) коду БЧХ над GF(q), заданого багаточленом виду g(x)= Н.О.К. [fj(x),fj+1(x), …, fj+2t-1(x)], де fj(x) – мінімальний багаточлен, з коренями $\beta \in GF(qm)$, задовольняють умові:

$$d \ge 2t+1,\ k \ge n - m*2t.$$

У [3] встановлена залежність величини функції кореляції від мінімальної кодової відстані, яка визначається теоремою 2.

Теорема 2. Нехай заданий ансамбль дискретних сигналів S, кожна послідовність якого утворена кодовими словами C_i і циклічного (n, k, d) коду. Тоді періодичні авто - і взаємокореляційні властивості задовольняють такі вирази

$$\begin{cases} R_l^{ii}(\tau) = 1, \text{якщо } \tau = 0 \bmod(n); \\ R_l^{ii}(\tau) \le \dfrac{n - 2 \cdot d}{n}, \text{якщо } \tau \ne 0 \bmod(n), \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_l^{ij}(\tau) = 1, \text{якщо } C^i = C^j_{\to\tau}; \\ R_l^{ij}(\tau) \le \dfrac{n - 2 \cdot d}{n}, \text{якщо } C^i \ne C^j_{\to\tau}, \end{cases}$$

де $C^j_{\to\tau}$ – кодове слово C^j, циклічно зсунуте на τ символів.

Суть детермінованого підходу полягає у виборі нееквідистантного коду, мінімальна кодова відстань якого відповідає необхідним кореляційним характеристикам формованого ансамблю дискретних сигналів. Відстань Хеммінга між будь-якими кодовими послідовностями в цьому коді буде не менше ніж його мінімальна кодова відстань. Тому, вибравши по одній кодовій послідовності з кожної циклічної підмножини і відкинувши інші, ми одержимо ансамбль дискретних сигналів з необхідними кореляційними характеристиками і відсутністю циклічності. На рис. 2 представлена періодична функція взаємної кореляції двох дискретних сигналів з ансамблю, сформованого на основі (127, 14, 56) лінійного коду (БЧХ). Як видно з рис. 2 і 3, максимальне значення бічних викидів періодичних функцій взаємної і автокореляції не перевищує визначеного відповідно до теореми 2 значення:

$$\frac{n-2\cdot d}{n}=\frac{127-2\cdot 56}{127}\approx 0{,}118 .$$

Інший варіант детермінованого підходу базується на твердженні, що в циклічному коді БЧХ відстань між всіма кодовими послідовностями з еквідистантних кодів однакова. Дійсно, якщо породжувальний багаточлен $g(x)$ для нееквідистантного коду, одержаний виключенням двох мінімальних багаточленів $f_1(x), f_2(x)$, дорівнює

$$g(x)=(x^q-x)/f_1(x)f_2(x),$$

то знайдуться інформаційні слова $i(x)$, які можна представити як $i(x)=f_1(x)i'(x)$ або $i(x)=f_2(x)i''(x)$, і це показує, що кодові послідовності $c_1(x), c_2(x)$ еквідистантного коду $c_1(x)=(x^q-x)i'(x)/f_2(x)$ та $c_2(x)=(x^q-x)i''(x)/f_1(x)$ повністю належать даному нееквідистантному коду, і відстань між кодовими послідовностями визначається мінімальною кодовою відстанню даного нееквідистантного коду. Це справедливо для будь-яких пар послідовностей еквідистантних кодів і, отже, відстань між ними однакова і визначена теоремою 1 [4].

Таким чином, можна вибрати по одній кодовій послідовності з різних еквідистантних кодів. При цьому бічні викиди періодичної функції автокореляції для дискретних сигналів одержаного ансамблю будуть рівні нулю (рис. 4), а бічні викиди функції взаємної кореляції не перевищуватимуть встановленого значення $(n-2\cdot d)/n$, де d – мінімальна відстань для нееквідистантного коду, одержаного виключенням двох мінімальних багаточленів. Періодична взаємна функція кореляції двох дискретних сигналів довжини 127 буде подібна показаній на рис. 2.

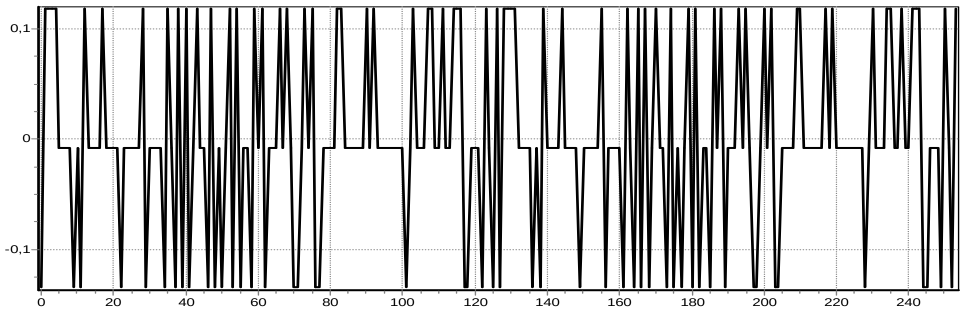

Рис. 2. Періодична функція взаємної кореляції двох дискретних сигналів з ансамблю, сформованого на основі (127, 14, 56) лінійного коду (БЧХ)

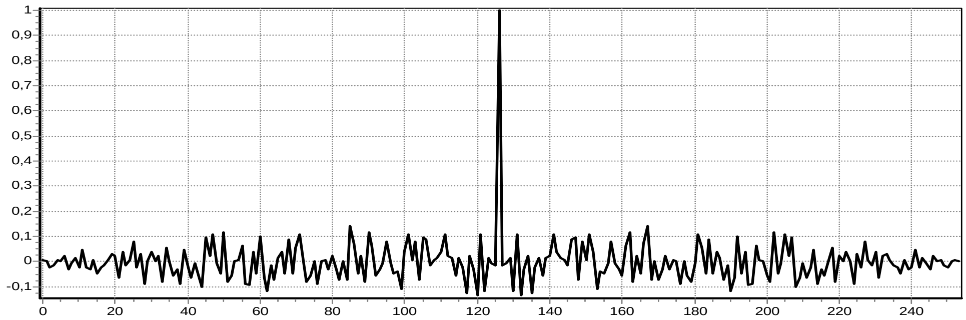

Рис. 3. Періодична функція автокореляції двох дискретних сигналів з ансамблю, сформованого на основі (127, 14, 56) лінійного коду (БЧХ)

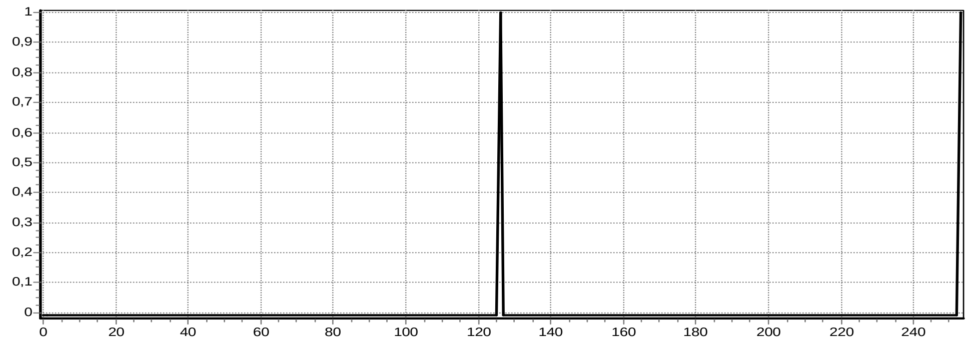

Рис. 4. Періодична функція автокореляції дискретних сигналів з ансамблю, сформованого на основі (127, 7, 64) еквідистантного коду (БЧХ)

ВиЯновок

Таким чином, у результаті проведених досліджень виділено два основні напрями формування ансамблю дискретних сигналів. Перспективнішим з них представляється детермінований підхід, оскільки він дозволяє формувати великі ансамблі дискретних сигналів з наперед заданими значеннями бічних викидів функцій взаємної і автокореляції. Перспективним напрямом подальших досліджень є: теоретичне обґрунтування імовірнісного і детермінованого підходів, їх практичне підтвердження і розробка методики формування ансамблю дискретних сигналів, сформованих з використанням кодових послідовностей з поліпшеними характеристиками.

СпиЯок лі2ера2ури

1. Гряник М.В., Фролов В.И. Технология CDMA – будущее сотовых систем в Украине // Мир связи. – 1998. – № 3. – С. 40-43.

2. Архипкин В.Я., Голяницкий И.А. В – CDMA: Синтез и анализ систем фиксированной радиосвязи. – М.: Эко-трендз, 2002. – 195 с.

3. Стасев Ю.В., Кузнецов А.А., Носик А.М. Синтез ансамблей дискретных сигналов с использованием алгебраических методов помехоустойчивого кодирования // Збірник наукових праць ХУ ПС. – Х.: ХУ ПС. – 2006. – Вип.6 (12). – С. 40-42.

4. Кузнецов А.А., Коваленко А.М., Носик А.М. Исследование корреляционных свойств дискретных сигналов, формируемых с использованием кодовых последовательностей // Комп'ютерні системи та інформаційні технології. – Х.: ХАІ. – 2006. – Вип. 3(15). – С. 27-33.

5. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Наука. – 1986. – 357 с.

6. МакВильямс Ф.Дж., Слоэн Н.Дж.А. Теория кодов исправляющих ошибки. – М.: Связь, 1979. – 744с.

Надійшла до редколегії 17.10.2006

Рецензент: д-р техн.. наук, проф.. Ю.В. Стасєв, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.