

УДК 519.688: 004.896

В.В. Бескорвайный, Е.В. Соболева

*Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков*

## МОДИФИКАЦИЯ МЕТОДА НАПРАВЛЕННОГО ПЕРЕБОРА ДЛЯ ОПТИМИЗАЦИИ ТОПОЛОГИИ СИСТЕМ С РЕГУЛЯРНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ЭЛЕМЕНТОВ

*Предлагается эвристическая модификация комбинаторного метода направленного перебора локальных экстремумов функции цели для решения задачи структурно-топологической оптимизации централизованных территориально распределенных систем с регулярным распределением элементов. Приведены результаты экспериментального исследования точности и сложности предложенной модификации метода.*

**Ключевые слова:** *территориально распределенная система, синтез, топология, оптимизация, составы структуры, регулярные структуры, модель, метод, алгоритм.*

### Введение

**Постановка проблемы.** Одной из задач, возникающих при проектировании и реинжиниринге крупномасштабных систем мониторинга, связи, транспорта, управления, является построение эффективных схем передачи информации, транспортировки человеческих, материальных, энергетических, других видов ресурсов. С ростом масштабов таких объектов их стоимостные и функциональные характеристики становятся все более зависимыми от топологии (территориального расположения элементов). Это требует совместно с традиционными задачами структурного синтеза решать комплексы задач топологической оптимизации систем в процессе их структурно-функционально-параметрического и топологического синтеза [1 – 5].

В результате декомпозиции проблемы синтеза территориально распределенных систем (ТРС) выделяются комплексы задач мета-, макро- и микроуровня [6]. При этом одной из важнейших задач микроуровня является задача структурно-топологического синтеза ТРС, которая состоит в доопределении варианта ее построения (при заданных технологии функционирования, параметрах элементов и связей) количеством узлов (подсистем), связями между ними и их территориальным размещением [7 – 9].

Значительные затраты на создание и эксплуатацию ТРС требуют выбора тщательно обоснованных проектных решений. Это приводит к необходимости совершенствования существующих и разработки новых, более эффективных математических моделей и методов, постановке и исследованию новых задач анализа и синтеза подобных объектов и, в частности, объектов с равномерным или почти равномерным размещением элементов по территории.

**Анализ литературы.** Анализ задач синтеза топологических структур ТРС в различных постановках показал, что большинство из них относится к классу комбинаторных, а методы их решения разде-

ляются на точные (комбинаторные) и приближенные (включая эвристические) [5, 10 – 12].

Комбинаторные методы предполагают полный или направленный перебор всевозможных вариантов топологических структур. Методы отсечения могут быть использованы только в тех случаях, когда целевая функция и функции ограничений линейны. Тогда задача может рассматриваться как частный случай задачи целочисленного линейного программирования, что существенно сужает область их практического применения [10 – 11]. К числу наиболее часто используемых методов этой группы относятся также методы, использующие схемы направленного перебора. При этом предполагается, что в системе используются однотипные узлы и каналы связи, а огибающая локальных экстремумов функции затрат от количества узлов системы является одноэкстремальной [13 – 15]. Реализация этого подхода может осуществляться путем последовательной оптимизации вариантов топологических структур в направлении увеличения (стратегия Add) или уменьшения (стратегия Drop) количества элементов (подсистем, узлов) системы [11]. Временная сложность большинства методов этой группы имеет порядок от  $C_n^m$  до  $2^n$  (где  $n$  – количество мест возможного размещения элементов;  $m$  – количество элементов ТРС) [5, 15]. С учетом современного развития средств вычислительной техники это ограничивает область их применения системами с относительно небольшим количеством элементов (в зависимости от вида задачи до 50-60).

Возможность некоторого расширения области применения комбинаторных методов появляется при использовании подхода, основанного на исключении изоморфных вариантов [16].

Среди приближенных методов, находящихся широкое применение при решении задач большой размерности, выделяются методы, использующие случайный поиск, методы, использующие случайный

поиск с локальной оптимизацией и методы, схемы которых учитывают специфику задач. К числу наиболее эффективных методов этой группы могут быть отнесены методы эволюционного синтеза, реализуемые с помощью генетических алгоритмов [17 – 18] и методы, использующие схемы покоординатной оптимизации [5, 15]. При этом методы эволюционного синтеза хорошо приспособлены для решения многокритериальных задач, но уступают методам на основе покоординатной оптимизации по комплексному показателю "точность-сложность" при решении задач по показателю затрат. Методы на основе покоординатной оптимизации обладают относительно низкой временной сложностью, однако не гарантируют получение точных решений.

При решении задач структурно-топологической оптимизации систем с регулярным распределением элементов получены оценки оптимального количества узлов в них на основе аналитической модели Нокера (Nocker) [14] и предварительной оценки затрат для систем с радиально-узловыми структурами [8]. При этом территориальное размещение узлов системы не определяется.

С учетом этого актуальной остается задача разработки методов структурно-топологической оптимизации систем с регулярным распределением элементов, имеющих более низкую временную сложность, чем комбинаторные методы и (или) большую точность, чем известные приближенные методы.

**Цель статьи** – модификация в направлении снижения временной сложности и исследование эффективности модификации метода направленного перебора для решения задачи структурно-топологического синтеза трехуровневых территориально распределенных систем с регулярным распределением элементов.

### Основная часть

**Постановка и математическая модель задачи.** Во многих случаях считается, что центры и узлы ТРС могут размещаться в непосредственной близости от одного из элементов. Исходя из этого, предполагается, что центр и узлы системы может размещаться на базе одного из элементов.

Задача структурно-топологического синтеза рассматривается в следующей постановке [8, 19, 20]. Заданы: множество рассредоточенных по территории элементов системы  $E_l = \{e_l\}$ ,  $l = \overline{1, n_E}$  и их характеристики, типы узлов и связей, на базе которых создается система, места возможного размещения ее узлов  $G$  и основные положения технологии ее функционирования. При этом предполагается, что в системе используются узлы и связи, мощности которых достаточны для обслуживания закрепленных элементов. Необходимо определить: место размещения центра (центрального узла); оптимальное

количество узлов (подсистем) системы  $n_U^0$ ; места их размещения  $Y = \{y_i^g\}$ ,  $i = \overline{1, n_U^0}$ ,  $g \in G$ ; множества элементов, непосредственно связанных с каждым из узлов  $E_{l_j} = \{e_{l_j}\}$ ,  $j = \overline{1, n_U^0}$ . При этом желательной целью является экстремизация выбранных частных критериев эффективности: затрат, оперативности; живучести; надежности.

Разновидностями сформулированной задачи являются задачи, когда заданы: место размещения центрального узла; количество узлов; максимальное количество подключаемых к узлу элементов; места возможного размещения узлов не совпадают с местами размещения элементов и т.д. В подавляющем большинстве задач синтеза и оптимизации ТРС в качестве единственного или основного критерия выступают затраты на ее создание и (или) эксплуатацию. Затраты на ТРС можно представить состоящими из затрат на ее центр  $C_C$ , узлы  $C_U$ , элементы  $C_E$ , связи между узлами и центром  $C_{UC}$ , связи между элементами и узлами  $C_{EU}$ :

$$C = C_C + C_U + C_{UC} + C_E + C_{EU}. \quad (1)$$

Для формализованного представления топологической структуры ТРС используем аппарат теории графов: элементы, узлы и центр будем представлять вершинами графа, а связи между ними – его дугами. Для задания графа используем матрицу смежности  $R = [r_{ij}]$ ,  $i, j = \overline{1, n_E}$ , где  $r_{ij} = 1$ , если вершины  $i$  и  $j$  связаны дугой,  $r_{ij} = 0$  – в противном случае. Для всех вершин  $i = \overline{1, n_E}$ , отображающих элементы, на базе которых размещаются узлы  $r_{ii} = 1$ .

Приведенные затраты на ТРС (стоимость) могут быть представлены в виде:

$$C = C_C + \sum_{i=1}^{n_E} (c_U + c'_{iC} + c'_{Ci}) r_{ii} + c_E n_E + \sum_{i=1}^{n_E} \sum_{j=1}^{n_E} c_{ij} r_{ij} \rightarrow \min, \quad (2)$$

где  $C_C$  – затраты на центр;  $n_E$  – количество элементов, входящих в состав системы;  $c_U$  – затраты на типовой узел;  $c'_{iC}$ ,  $c'_{Ci}$  – затраты на связи  $i$ -го узла с центром и центра с  $i$ -м узлом;  $c_E$  – затраты на элемент;  $c_{ij}$  – затраты на связи между элементами  $i$  и  $j$ .

Ограничения: каждый элемент должен быть связан с одним из узлов, т.е.  $\sum_{i=1}^{n_E} r_{ij} = 1$  для всех  $j = \overline{1, n_E}$ , для которых  $r_{jj} = 0$ ; к узлу должно быть подключено не менее одного элемента  $\sum_{i=1}^{n_E} r_{ij} \geq 1$  для всех  $j = \overline{1, n_E}$ , для

которых  $r_{ij} = 1$ ; общее количество связей  $\sum_i \sum_j r_{ij} = 2(n_U - 1) + n_U$ , где  $n_U$  – количество узлов в системе,  $n_U = \sum_i r_{ii}$ ; элемент  $j$  присоединяется к узлу  $i$  по минимуму затрат  $\min_i c_{ij}$ ; каждый из узлов  $i \in \overline{1, n_U}$  связывается с центром, т.е.  $r_{ii} = 1 \rightarrow r_{iC} = 1$  и  $r_{Ci} = 1$ ; узлы не связываются между собой, т.е.  $(r_{ii} = 1$  и  $r_{jj} = 1) \rightarrow (r_{ij} = 0$  и  $r_{ji} = 0)$ ; количество узлов  $n_U$  может меняться от 0 до  $n_E$ , т.е.  $1 \leq \sum_{i=1}^{n_E} r_{ii} \leq n_E$ .

**Базовый метод решения задачи.** Характер функций  $C(n_U)$  (1)–(2) позволяет использовать для решения задачи синтеза радиально-узловой топологической структуры ТРС идею направленного перебора *MDR* (*Method of directed recalculation*). Направленный перебор вариантов можно осуществлять по количеству узлов в системе и местам их размещения. Реализуя различные стратегии перебора по количеству узлов и местам их размещения, получим множество различных модификаций или методов решения задачи.

Идея базового метода направленного перебора *MDR* заключается в следующем [15].

Определить начальное значение допустимого количества узлов  $n'_U$ , необходимых для подключения (или обслуживания) всего множества элементов (в частности  $n'_U = 1$ ).

Для заданного количества узлов  $n_U = n'_U$  по минимуму затрат  $\min_i c_{ij}$  (где  $c_{ij}$  – затраты на связи между элементом  $j$  и узлом  $i$ ) определить наилучшие места размещения узлов и распределения множества элементов по узлам  $El_k = \{el_i\}$ ,  $k \in \overline{1, n_U}$ . Определить стоимость полученного варианта  $C(n_U)$ . Изменять количество узлов в системе  $n_U := n_U \pm 1$  и определять наилучшие места размещения узлов и распределения множества элементов по узлам до получения наилучшего решения по критерию минимума затрат  $n_U^0 = \arg \min C(n_U)$ .

**Модификация метода направленного перебора (MMDR).** Предлагаемый метод сокращенного перебора основан на использовании процедуры определения пар взаимно альтернативных мест размещения узлов и исключение из перебора структур, содержащих такие пары узлов. Эффективность применения такой процедуры в методах оптимизации была показана в [19, 20] для структур с нерегулярным распределением элементов.

Анализ решений задач структурно-топологического синтеза трехуровневых централизованных ТРС с регулярным (решетчатым и гексагональным) распределением элементов позволил сделать следующее наблюдение. Оптимальная топологическая структура ТРС с регулярным распределением элементов не содержит в себе двух таких узлов, что один из них находится в ближайшей окрестности другого (рис. 1, 2).

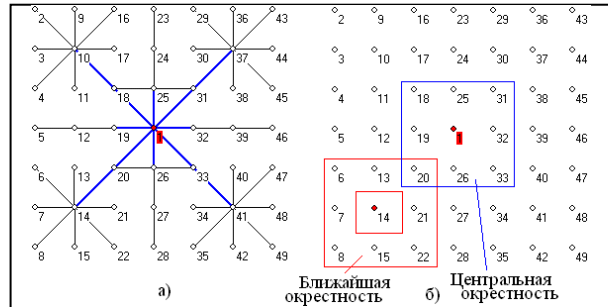


Рис. 1. Пример ТРС с решетчатым регулярным распределением элементов:

а) оптимальная трехуровневая структура (узлы в п. 10, 14, 19, 25, 26, 37, 41); б) выделены «центральная окрестность» и подмножество неэффективных мест размещения еще одного узла в текущей структуре, когда узел размещен в п. 14

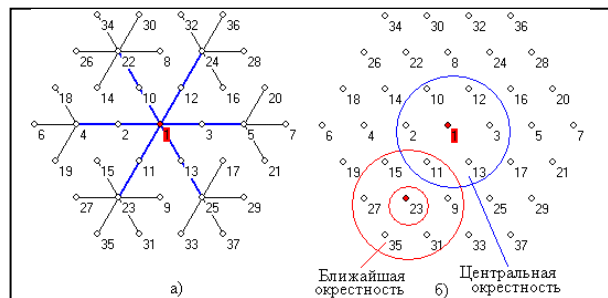


Рис. 2. Пример ТРС с гексагональным регулярным распределением элементов:

а) оптимальная трехуровневая структура (узлы в п. 4, 5, 22, 23, 24, 25); б) выделены «центральная окрестность» и подмножество неэффективных мест размещения еще одного узла в текущей структуре, когда узел размещен в п. 23

Таким образом, в структурах с регулярным территориальным распределением элементов для каждого элемента, используемого в текущем варианте структуры в качестве узла, существует целое подмножество неэффективных мест размещения другого узла. В случае решетчатого распределения элементов для каждого узла можно выделить до восьми таких неэффективных мест размещения еще одного узла в текущем варианте структуры. В случае гексагонального распределения элементов – до шести.

Было также замечено, что окрестность центрального элемента, пределы которой определяются

соотношением приведенных затрат на связи, содержит потенциальные узлы оптимальной ТРС. Предлагается сокращать пределы «центральной окрестности» во столько раз, во сколько раз приведенные затраты на связи центра с узлом  $c'_{C_i}$  больше стоимости связи узла со своими элементами  $c_{ij}$ , (или увеличивать в обратном случае) и не учитывать множество элементов, принадлежащих «центральной окрестности», как неэффективные места размещения дополнительных узлов в вариантах структур.

Предлагается следующая модификация метода направленного перебора вариантов топологических структур с регулярным распределением элементов. Вначале необходимо определить множество элементов, входящих в «центральную окрестность». Для них процедура сокращения игнорируется. В схему комбинаторного перебора предлагается включить проверку условия: находится ли пункт, претендующий на место размещения нового узла, в ближайшей окрестности какого-либо другого узла. Соответствующие варианты структур пропускаются при переборе, если новый узел и ближайший к нему элемент (который был ранее выбран в качестве узла) не об-

ладают свойством близости к центру (т.е. не принадлежат «центральной окрестности»).

**Анализ эффективности модифицированного метода направленного перебора для регулярных структур.** Для оценки точности и временной сложности предложенной модификации метода с помощью специально разработанного программного средства были проведены серии из 120 экспериментов на персональном компьютере с тактовой частотой процессора 2,6 ГГц. Генерировались координаты мест размещения элементов ТРС с регулярным (решетчатым и гексагональным) распределением по территории, симметричным и несимметричным относительно центрального элемента. Поиск оптимальной топологической структуры ТРС осуществлялся методом направленного перебора и предложенным модифицированным методом направленного перебора для регулярных структур. Результаты экспериментов для симметричных относительно центра структур приведены в табл. 1, 2.

По результатам проведенных экспериментов установлено, что модифицированный метод с достоверностью  $R^2 = 0,9791$  имеет временную сложность порядка  $O[n_E^2]$ .

Таблица 1

Результаты экспериментов для решетчатых регулярных структур

Окрестностей от центра	$n_E$	$n_U^0$	Базовый метод ( <i>MDR</i> )		Модифицированный метод ( <i>MMDR</i> )	
			Время решения	Количество вариантов структур	Время решения	Количество вариантов структур
2	25	8	2,593 с	2 579 129	0,344 с	286 860
3	49	8	1 ч 24 мин 27,937 с	2 142 281 574	2 мин 59,953 с	71 692 768

Таблица 2

Результаты экспериментов для гексагональных регулярных структур

Окрестностей от центра	$n_E$	$n_U^0$	Базовый метод ( <i>MDR</i> )		Модифицированный метод ( <i>MMDR</i> )	
			Время решения	Количество вариантов структур	Время решения	Количество вариантов структур
2	19	6	0,063 с	63 003	0,016 с	15 833
3	37	6	17,640 с	10 739 175	2,422 с	1 394 923
4	61	10	–	435 878 172 348	3 ч 2 мин 13,078 с	3 038 406 229

В проведенных экспериментах с помощью модифицированного метода направленного перебора (*MMDR*) для регулярных структур были получены те же решения, что и базовым точным методом направленного перебора (*MDR*). Сокращение времени решения задачи и количества анализируемых вариантов структур зависит от количества элементов и от оптимального количества узлов (чем  $n_E$  и  $n_U^0$  больше, тем больше сокращение).

## Выводы

Предложенная модификация метода направленного перебора для решения задачи структурно-топологической оптимизации ТРС с регулярным распределением элементов позволяет определять рациональные значения количества узлов, места их

размещения, подмножества связанных элементов, а также затрат на создание ТРС с централизованными структурами. При этом время решения задач с  $n_E > 20$  по отношению к базовому методу снижается на несколько порядков при сохранении точности.

Применение предложенной модификации метода направленного перебора позволит решать с их помощью задачи структурно-топологического синтеза большей размерности, повысить точность решений по сравнению с приближенными методами и, на этой основе, сократить затраты на создание и эксплуатацию ТРС.

Направлениями дальнейших исследований в этой области могут стать: повышение точности получаемых решений путем формирования множества потенциально выгодных мест размещения узлов на

основе других принципов; снижение временной и емкостной сложности метода путем более жесткого отбора элементов множества потенциально выгодных мест размещения узлов; определения рациональных пределов поиска оптимального числа узлов; развитие метода в направлении возможности учета существующих коммуникаций для связей центра, узлов и элементов системы, а также учета зависимости затрат на узлы и связи от количества (веса) подключаемых элементов; применение предложенной эвристики сокращения количества анализируемых вариантов в других методах и алгоритмах структурно-топологической оптимизации ТРС с регулярным распределением элементов.

### Список литературы

1. Цвиркун А.Д. Структура многоуровневых и крупномасштабных систем. Синтез и планирование развития / А.Д. Цвиркун, В.К. Акинфиев. – М.: Наука, 1993. – 160 с.
2. Советов Б.Я. Построение сетей интегрального обслуживания / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. – Л.: Машиностроение, 1990. – 332 с.
3. Виноцкий В.П. Методы системного анализа и автоматизации проектирования телекоммуникационных сетей / В.П. Виноцкий, В.В. Хиленко. – К.: Интерлинк, 2002. – 191 с.
4. Стеклов В.К. Проектирования телекоммуникационных сетей / В.К. Стеклов, Л.Н. Беркман. – К.: Техніка, 2002. – 792 с.
5. Петров Э.Г. Территориально распределенные системы обслуживания / Э.Г. Петров, В.П. Пискарева, В.В. Бескоровайный. – К.: Техніка, 1992. – 208 с.
6. Бескоровайный В.В. Системологический анализ проблемы структурного синтеза территориально распределенных систем / В.В. Бескоровайный // АСУ и приборы автоматизации. – 2002. – Вып. 120. – С. 29-37.
7. Бескоровайный В.В. Синтез логической схемы системного проектирования территориально распределенных объектов / В.В. Бескоровайный // Радиоэлектроника и информатика. – 2002. – №3. – С. 94-96.
8. Бескоровайный В.В. Оценка оптимального количества подсистем при проектировании систем с регулярно распределенными элементами / В.В. Бескоровайный // АСУ и приборы автоматизации. – 2003. – Вып. 122. – С. 141-144.
9. Комяк В.М. Алгоритм оптимізації розміщення пожежних депо при проектуванні нових районів міст (реконструкції існуючих) / В.М. Комяк, А.Г. Косе, О.К. Пандорін, О.В. Панкратов // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2000. – Вып. 68. – С. 62-64.
10. Денисов А.А. Теория больших систем управления / А.А. Денисов, Д.Н. Колесников. – Л.: Энергоиздат, 1982. – 288 с.
11. Зайченко Ю.П. Структурная оптимизация сетей ЭВМ / Ю.П. Зайченко, Ю.В. Гонта. – К.: Техніка, 1986. – 168 с.
12. Годлевский М.Д. Модель статической задачи структурного синтеза корпоративной информационно-вычислительной системы / М.Д. Годлевский, В.Ю. Воловщиков // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2006. – № 2/2 (20). – С. 110-113.
13. Петров Э.Г. Алгоритм структурно-топологической оптимизации централизованных сетевых систем / Э.Г. Петров, А.Б. Болотов, В.В. Бескоровайный // Механизация и автоматизация управления. – 1986. – №1. – С. 28-31.
14. Technick und Technologie des Fernmeldewessens. Optimierung von Telekommunikationsnetzen. Optimale Knoten / Verfasst von L. Schade. – Dresden: Zentralst. fuer HSFS, 1991. – 64 p.
15. Бескоровайный В.В. Модификация метода направленного перебора для синтеза топологии систем с радиально-узловыми структурами / В.В. Бескоровайный // АСУ и приборы автоматизации. – 2003. – Вып. 123. – С. 110-116.
16. Свирицева Э.А. Структурный синтез неизоморфных систем с однородными компонентами / Э.А. Свирицева. – Х.: ХТУРЭ, 1998. – 256 с.
17. Бескоровайный В.В. Генетический алгоритм структурной оптимизации централизованных многоуровневых ИВС / В.В. Бескоровайный, З.А. Имангулова // Вестник ХГПУ: Новые решения в современных технологиях. – 2000. – Вып. 83. – С. 4-7.
18. Годлевский М.Д. СППР управления развитием корпоративной информационно-вычислительной системы при нечеткой исходной информации / М.Д. Годлевский, В.Ю. Воловщиков // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2006. – № 2/2 (26). – С. 3-6.
19. Бескоровайный В.В. Модификация метода направленного перебора для оптимизации топологии систем с радиально-узловыми структурами / В.В. Бескоровайный, Е.В. Соболева // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2008. – Вып. 5(72). – С. 25-30.
20. Бескоровайный В.В. Эвристическая процедура для методов оптимизации топологии систем с радиально-узловыми структурами / В.В. Бескоровайный, Е.В. Соболева // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2008. – Вып. 7(74). – С. 22-27.

Поступила в редколлегию 25.10.2012

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Я. Кузмин, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

### МОДИФІКАЦІЯ МЕТОДУ НАПРАВЛЕННОГО ПЕРЕБОРУ ДЛЯ ОПТИМІЗАЦІЇ ТОПОЛОГІЇ СИСТЕМ З РЕГУЛЯРНИМ РОЗПОДІЛЕННЯМ ЕЛЕМЕНТІВ

В.В. Бескоровайный, О.В. Соболева

Запропонована евристична модифікація комбінаторного методу направлено перебору локальних екстремумів функції мети для розв'язання задачі структурно-топологічної оптимізації тривірневих централізованих територіально розподілених систем з регулярним розподіленням елементів. Наведені результати експериментального дослідження точності та складності запропонованої модифікації методу.

**Ключові слова:** територіально розподілена система, синтез, топологія, оптимізація, стільникові структури, регулярні структури, модель, метод, алгоритм.

### MODIFICATIONS OF DIRECT RECALCULATION METHOD OF TOPOLOGY OPTIMIZATION FOR SYSTEMS WITH REGULAR STRUCTURES

V.V. Beskorovainyi, E.V. Soboleva

Heuristic modifications of combinatorial method directed recalculation local extremums to functions purposes for structural-topological optimization of radial-node systems with regular structures is considered. Analytical estimations of their difficulty and results of their experimental accuracy research are brought.

**Keywords:** territorial distributed system, synthesis, topology, optimization, filiforms, regular structures, model, method, algorithm.