

УДК 358.4 : 656.7

М.Г. Живицький

Кіровоградська льотна академія Національного авіаційного університету, Кіровоград

СИНТЕЗ СТРУКТУРИ ПОВІТРЯНОГО ПРОСТОРУ ВІЛЬНИХ МАРШРУТІВ

На основі аналізу синтезу структур різних інформаційних систем розроблена методика синтезу структури повітряного простору в умовах вільного польоту.

Ключові слова: повітряний простір, теорія графів.

Вступ**Постановка проблеми у загальному вигляді.**

У загальному випадку, постановка завдання синтезу повітряного простору вільних маршрутів (ППВМ) формулюється наступним чином.

Задані:

перелік аеродромів України у складі системи ППВМ;

перелік польотних завдань повітряних суден (ПС); ймовірнісні дані повітряної навігації ПС із додержанням умов безпеки польотів;

вимоги до достовірності інформації та тривалості процесів її перетворення.

Необхідно знайти оптимальне за економічним критерієм число маршрутів, а також склад, взаємозв'язки та структуру ППВМ. При цьому повинні виконуватися задані обмеження на граничні значення показників ефективності функціонування системи ППВМ, що характеризують ймовірність повітряної навігації при польотах по заданих маршрутах. В якості таких показників використовуються: ймовірність повітряної навігації, ймовірність отримання відмови в обслуговуванні, ймовірність помилки в отриманій інформації і ін.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В даний час розроблено ряд методів синтезу структур різних інформаційних систем, до основних з яких відносяться:

синтез магістральної мережі розподільчої інформаційної системи за критерієм мінімуму вартості C при обмеженнях на обсяги переданої інформації $\varphi_{ij} < \rho_{ij}$, час передачі повідомлення $\tau_{cp} < T$, ступінь вузлової зв'язності структури $\chi(G) > 1$. (Роботи Зайченко Ю.П., Верма П., Мізіна І.А., Богатирьова В.А. та ін.);

синтез абонентської мережі розподільчої інформаційної системи на основі мінімально-зв'язуючого дерева (роботи Пріма Р., Краскала Д., Вільямса К, Шарма П.).

Проте дані методи мають обмеженість внаслідок розгляду та дослідження певних класів структур – деревоподібної, централізованої, кільцевої, радіально-кутовий і ін.

З огляду на це, останнім часом одержали широке поширення наближені методи оцінки різних інваріан-

тів графів [1, 2]. Щоб уникнути рішення NP-важких завдань при визначенні точного значення ймовірності зв'язності широке поширення отримали оцінки Езарі-Прошана [3], Литвака-Ушакова [2] і Поліського [4]. Дослідження цих та інших методів показали, що для складних структур інформаційних систем доцільно розробити більш прості з точки зору обчислювальної трудомісткості методи, які будуть придатні для розв'язання задачі синтезу структури ППВМ за критерієм максимуму функціональної стійкості системи.

Метою даної статті є розробка методики синтезу структури повітряного простору в умовах вільного польоту.

Розділ основного матеріалу

Найбільш зручним способом формального опису структури системи ППВМ є використання теорії графів, викладеної в [2, 5], з яких будемо використовувати необхідні поняття, визначення, умовні позначення та математичні символи. Основним поняттям є поняття графа як деякої геометричної фігури, що складається з розкиданих у просторі вершин, з'єднаних ребрами. Будемо вважати, що структура системи ППВМ задана графом

$$G = \{D, \Phi, P\}, \quad (1)$$

де $D = \{d_i\}$ – множина елементів графа така, що $D = V \cup L$, де, у свою чергу, $V = \{v_i\}$ і $L = \{l_{ij}\}$ – множини відповідно вершин і ребер графа такі, що $V \cap L = \emptyset$. Очевидно, що вершина графа є аеродром, а ребро – заданий маршрут; $\Phi(l_{ij}) = v_i \& v_j$ – відображення інцидентності і суміжності елементів графа; якщо вершина v_i з'єднана з v_j ребром l_{ij} , то говорять, що ребро l_{ij} інцидентне вершин v_i і v_j , а останні, у свою чергу, суміжні по ребру l_{ij} , при цьому v_i і v_j є вершинами граничної пари ребра l_{ij} ; $P = \{p(d_i) \bar{\vee} p_i\}$ – множина статистично незалежних ймовірностей повітряної навігації (тут $\bar{\vee}$ – символ «виключаючого або», тобто «або»).

Формалізована постановка синтезу системи ППВМ.

Є N аеродромів ППВМ, що синтезується, розташування яких задано просторовими координатами. Сполучення між аеродромами здійснюється

згідно матриці інтенсивностей $H = \|h_{ij}\|$ розміру $N \times N$, де h_{ij} – кількість ПС, що здійснюють польоти від аеродрому i до аеродрому j в одиницю часу, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$, $i \neq j$. Задані обмеження. Відома функція вартості ППВМ C і визначені допустимі витрати на її створення та експлуатацію $C_{\text{доп}}$. Задані також необхідні ймовірності повітряної навігації $P_{\text{ПОТР}}$ для кожної пари аеродромів. Потрібно визначити структуру ППВМ, яка володіє максимальним рівнем якості функціонування ППВМ, що залежить від імовірності повітряної навігації P_{ij} , при заданих обмеженнях на витрати для створення та експлуатації мережі.

Математична модель задачі виглядає наступним чином:

$$F_{\text{ППВМ}} = f(P_{ij}) \rightarrow \max, \quad i, j = 1, \dots, N, \quad i \neq j; \quad (2)$$

$$C = \sum_{i,j} C_{ij}(l_{ij}, \rho_{ij}, h_{ij}) \leq C_{\text{ДОП}}; \quad (3)$$

$$\forall \pi_{ij} \quad P_{ij} \geq P_{\text{ПОТР}}; \quad (4)$$

$$\varphi_{ij} \leq \rho_{ij}; \quad (5)$$

$$\tau_{\text{ср}} \leq T_{\text{max}}; \quad (6)$$

де N – число аеродромів ППВМ, що синтезуються. У загальному випадку $N = \text{var}$; $F_{\text{ППВМ}}$ – функціонал якості, що максимізується; P_{ij} – ймовірність повітряної навігації між парою аеродромів (i, j) ; l_{ij} – довжина шляху між парою аеродромів (i, j) ; $\tau_{\text{ср}}$ – середній час затримки вильоту.

Вираз (2) описує критерій оптимізації: максимум якості функціонування структури ППВМ. Як показник якості функціонування вибирається узагальнений показник, що характеризує зв'язність аеродромної мережі (вершин графа) і залежить від імовірності повітряної навігації між кожною парою аеродромів P_{ij} . Вирази (3) – (6) описують обмеження на параметри мережі для вирішення оптимізаційної задачі.

Умова (3) означає, що сумарні наведені витрати на систему ППВМ з урахуванням довжини маршрутів, їх пропускної здатності та кількості ПС не повинні перевищувати допустимої величини.

Умова (4) визначає для всіх маршрутів π_{ij} значення ймовірності повітряної навігації P_{ij} .

Умова (5) для кожного маршруту з пропускною здатністю ρ_{ij} обмежує обсяг потоку ПС φ_{ij} .

Умова (6) визначає середній час затримки вильоту $\tau_{\text{ср}}$ в системі.

Таким чином, після рішення задачі оптимізації буде знайдена структура ППВМ, що складається з N аеродромів (список суміжності ребер графа структури ППВМ), що попередньо заявлені, яка буде задовольняти критерію оптимізації (2) та обмеженням (3) – (6).

Особливості оптимізації структури системи ППВМ.

Аналіз постановочної частини завдання оптимізації дозволяє відзначити такі особливості її рішення:

– неможливо записати формалізований математичний вираз для цільової функції $F_{\text{ППВМ}}$, з вигляду якої можна було б вибрати один з відомих методів оптимізації [1]. Для обчислення показника $F_{\text{ППВМ}}$ можна розробити досить складний алгоритм. Проте ні один із стандартних методів оптимізації в даному випадку неприйнятний – неможливо вказати чи можна обчислити напрямок зміни параметрів для пошуку екстремуму;

– основні параметри, які необхідно визначити під час вирішення задачі оптимізації лежать в дискретній області. Це передбачає вибір одного з методів цілочисельної оптимізації [6];

– неможливо простежити чи усвідомити характер залежності показника функціональної якості $F_{\text{ППВМ}}$ від виду і характеристик маршрутів (ребер графа). Тобто невідомо, як вплине введення ребра (i, j) чи (r, s) на значення $F_{\text{ППВМ}}$;

– для виконання повної оптимізації з метою точного рішення задачі необхідно здійснити повний перебір всіх структур, які складаються з N аеродромів. На кожному кроці необхідно задавати нову структуру та проаналізувати її за виразами (2) – (6). Структура, яка має найбільше значення показника $F_{\text{ППВМ}}$, і є оптимальною. Даний метод повного перебору не прийнятний для великих N внаслідок високої трудомісткості обчислювальних алгоритмів;

– кількість всіх різних структур з N аеродромів (вершин графа) обчислюється за факторіальним залежностям. Наприклад, для повнозв'язного неорієнтованого графу $G(V, E)$, $v_i \in \square V$, $e_{ij} \in E$, $i = 1, 2, \dots, N$, число всіх підграфів G_m , які складаються з m ребер, буде дорівнювати числу сполук з числа всіх ребер графу $M = N * (N-1) / 2$ по m :

$$G_m = C_M^m = \frac{M!}{m!(M-m)!}.$$

Кількість всіх різних структур визначається підсумовуванням по m :

$$G_N = \sum_{m=0}^M C_M^m = 2^M = 2^{N(N-1)/2}.$$

Таким чином, число всіх підграфів з 10 вершинами дорівнює $G_{10} = 245$, з 20 вершинами – $G_{20} = 2190$, з 30 вершин – $G^{30} = 2435$;

– за неможливістю реалізації вичерпного повного перебору структур необхідно застосувати один з методів усиченого перебору структур з метою зменшення обчислювальних витрат.

Математична модель структури ППВМ. Структура ППВМ подається у вигляді неорієнтованого графа $G(V, E)$, $v_i \in \square V$, $e_{ij} \in E$, $i, j = 1, \dots, N$, який визначається матрицею суміжності S

$$S = \|s_{ij}\|, \quad s_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{при } e_{ij} \in E; \\ 0, & \text{при } e_{ij} \notin E, \end{cases}$$

де V – вершини графа; E – ребра графа.

У графі $G(V, E)$, вершини графу v_i відповідають аеродромам цивільної авіації України, а ребрам графа e_{ij} – маршрути між аеродромами (рис. 1).

Враховуючи особливості побудови системи ППВМ, деякі зв'язки і відповідні їм елементи s_{ij} , необхідно зафіксувати:

- $s_{ij} = 0$ – для умови відсутності петель в графі;
- $s_{ij} = 1$ – для існуючих, перш прокладених, зв'язків, що експлуатуються, (i, j) , які будуть обов'язково бути присутнім у проектованій структурі;
- $s_{ij} = 0$ – для зв'язків, що неможливо прокласти;
- $s_{ij} = 1$ – для зв'язків (i, j) , які входять в ієрархічну структуру, яка описує основне дерево графу.

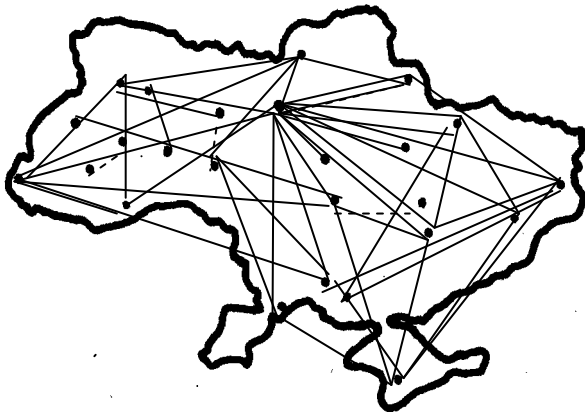


Рис. 1. Граф структури ППВМ

Залишок елементів s_{ij} визначається як булеві змінні $x_i \in \{0,1\}$, $i = 1, \dots, k$, де k – число незафіксованих змінних s_{ij} .

Для графа, зображеного на рис. 1, матриця суміжності має вигляд:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	1	x	x	x	0	x	x	x	x	x	0	1	x	0
2		0	1	1	1	x	x	x	1	x	x	x	x	x	x
3			0	x	x	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
4				0	x	x	x	x	x	1	1	1	x	x	x
5					0	x	x	x	x	x	x	1	1	1	
6						0	x	x	x	x	0	0	x	0	0
7							0	1	0	x	x	x	0	0	0
8								0	x	x	x	x	x	x	x
9									0	x	x	x	x	x	
10										0	x	x	0	1	x
11											0	x	x	x	x
12												0	x	x	0
13													0	x	x
14														0	x
15															0

СИНТЕЗ СТРУКТУРЫ ВОЗДУШНОГО ПРОСТРАНСТВА СВОБОДНЫХ МАРШРУТОВ

М.Г. Живицкий

На основе анализа синтеза структур разных информационных систем разработана методика синтеза структуры воздушного пространства в условиях свободного полета.

Ключевые слова: воздушное пространство, теория графов.

SYNTHESIS OF STRUCTURE OF AIR SPACE OF FREE ROUTES

M.G. Zhivickiy

On the basis of analysis of synthesis of structures of the different informative systems the method of synthesis of structure of air space is developed in the conditions of free flight.

Keywords: air space, theory of the graphs.

Матриця суміжності S має симетричний вид $s_{ij} = s_{ji}$, тому елементи, розташовані нижче головної діагоналі, не відображаються. Індекси змінних x_i також не проставлені для більшої наочності.

При цьому описі завдання синтезу системи ППВМ трансформується таким чином: необхідно визначити вектор $X^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_k^*)$, $x_i^* \in \{0,1\}$, що описує надлишкові лінії зв'язку і повинен призводити в максимум функціонал якості $F_{\text{ППВМ}} = f(P_{ij}, X^*)$ при обмеженнях (3) – (6).

Висновки

У результаті проведених досліджень запропонована методика синтезу структури ППВМ. В якості критерію оптимізації прийнятий максимум функціоналу якості. Виходячи з особливостей повітряної навігації та умов забезпечення безпеки польотів, як показник функціональної стійкості обрана згортка матриці ймовірностей зв'язності $\| P_{ij} \|$ між кожною парою вершин мережі. Інші показники ефективності функціонування системи ППВМ – вартість експлуатації мережі C , середній час затримки вильоту $\tau_{\text{ср}}$, показники зв'язності P_{ij} – становлять обмеження при вирішенні поставленої оптимізаційної задачі.

Список літератури

1. Большие технические системы: проектирование и управление / Л.М. Артюшин, Ю.К. Златинов, И.А. Попов, А.В. Харченко; под ред. И.А. Попова. – Х.: Факт, 1997. – 400 с.
2. Уилсон Р. Введение в теорию графов: Пер. с англ. / Р. Уилсон. – М.: Мир, 1977. – 208 с.
3. Барбаишин Е.А. Введение в теорию устойчивости / Е.А. Барбаишин. – М.: Наука, 1967.
4. Петров Б.Н. Принцип инвариантности и условия его применения при расчете линейных и нелинейных систем / Б.Н. Петров // Теория непрерывных систем. Спец. математ. проблемы. – М.: АН СССР, 1961. – Т.1. – С. 259-275.
5. Басакер Р. Конечные графы и сети / Р. Басакер, Т. Саати. – М.: Наука, 1994. – 368 с.
6. Сергиенко И.В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации / И.В. Сергиенко. – К.: Наук. мысль, 1985. – 384 с.

Надійшла до редколегії 26.12.2012

Рецензент: д-р техн. наук, доцент Р.В. Хращевський. Кіровоградська льотна академія Національного авіаційного університету, Кіровоград.

