

УДК 631.362

О.В. Синяева<sup>1</sup>, А.И. Завгородний<sup>1</sup>, А.А. Журавский<sup>2</sup>, Л.И. Курпа<sup>3</sup>, Г.А. Старец<sup>3</sup><sup>1</sup> Харьковский национальный технический университет сельского хозяйства им. П. Василенко, Харьков<sup>2</sup> ГП Украинский ГНИ углехимический институт «УХИИ», Харьков<sup>3</sup> Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков**НОВАЯ МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТОВ  
И АВТОМАТИЧЕСКОГО ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
ИССЛЕДУЕМОГО ОБЪЕКТА**

*Старые методы получения математической модели не всегда могут быть использованы в условиях действующего производства. В связи с этим была сделана попытка разработать новую методику обработки экспериментальных данных и компьютерную программу на ее базе.*

**Ключевые слова:** автокорреляция, компьютерная программа, коэффициенты корреляции, математическая модель, метод наименьших квадратов, пассивный эксперимент, планируемый эксперимент.

**Введение**

**Постановка проблемы.** Проведение научных исследований в настоящее время немислимо без последующей математической обработки полученных результатов и построения на базе полученных материалов математической модели исследуемого объекта. Старые методы получения математической модели, такие, как метод планируемого эксперимента, не всегда могут быть использованы в условиях действующего производства, особенно при частом и, зачастую, спонтанном изменении условий производства. В связи с этим была сделана попытка разработать новую методику обработки экспериментальных данных и компьютерную программу, которая на основе этой методики строит математическую модель исследуемого объекта в автоматическом режиме. Авторы произвели также сопоставление результатов, полученных вновь разработанным методом и классическим методом планируемого эксперимента.

**Анализ последних исследований и публикаций.** Широкое проведение научных экспериментов требует совершенствования математического аппарата обработки полученных результатов. Традиционные методы получения математического описания исследуемого объекта базируются на методе планируемого эксперимента [3]. К сожалению, ограничения, накладываемые на условия проведения таких экспериментов [1, 2, 4], не дают возможности проводить такие эксперименты на действующих предприятиях. В настоящее время требуется построение математической модели функционирования производного объекта, особенно, когда неизвестны законы, управляющие его работой («черный ящик»).

**Цель статьи.** Использование традиционных методов планируемого эксперимента [3] апробировано в течение многих десятилетий и дает, как правило, хорошие результаты при проведении лабораторных

исследований, но не всегда имеется возможность применить их к разработке математической модели действующего предприятия. Кроме того, большая часть этих способов пригодна лишь для построения объектов, в которых исходные параметры меняются на 2 – 3 уровнях, поэтому они мало пригодны для построения многоуровневых систем. Поэтому перед исследователями в полный рост стала проблема разработки новой методики обработки, которая позволила бы методом пассивного эксперимента получить более-менее достоверное описание изучаемого процесса. Также следует учитывать, что сложный математический аппарат затрудняет пользование методикой, поэтому при разработке нового метода следует разрабатывать и компьютерную программу, которая сможет произвести обработку полученных результатов.

**Изложение основного материала**

Разработанная методика [1, 2, 4] основывается на том, что сначала весь массив данных мы рассматриваем как функциональную зависимость какого-либо одного переменного, допустим,  $X_1$ , а остальные считаем постоянными. В итоге получаем зависимость типа

$$Y(X) = f(X_1) \big|_{X_2, X_3, X_4, \dots, X_n - \text{const}} \quad (1)$$

Затем проводим подобную операцию для переменных  $X_2, X_3, \dots, X_n$ , в результате чего получаем целую систему уравнений:

$$\begin{cases} Y(X) = f(X_2) \big|_{X_1, X_3, X_4, \dots, X_n - \text{const}} \\ Y(X) = f(X_3) \big|_{X_1, X_2, X_4, \dots, X_n - \text{const}} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ Y(X) = f(X_n) \big|_{X_1, X_2, X_3, \dots, X_{n-1} - \text{const}} \end{cases} \quad (2)$$

При перемножении этих строк друг на друга получим итоговое уравнение:

$$Y^n(X) = f(X_1) * f(X_2) * f(X_3) * \dots * f(X_n) \quad (3)$$

или

$$Y(X) = [f(X_1) * f(X_2) * f(X_3) * \dots * f(X_n)]^{1/n} \quad (4)$$

В качестве функциональных зависимостей  $f(X)$  используется набор элементарных функций, коэффициенты корреляции которых определяются по методу наименьших квадратов. Для каждой переменной  $X_i$  подбирают функциональную зависимость по значению коэффициента корреляции, т.е. из всего многообразия элементарных функций, которые описывают изменение параметра  $Y(X)=f(X_i)$ , выбирается та функциональная зависимость, у которой коэффициент корреляции наибольший.

В принципе, уравнением (4) можно было бы и ограничиться для описания изменения параметра  $Y$  от переменных  $X_i$ .

Однако для получения более точного описания мы провели еще одно уточнение полученной зависимости. Для этого проводится получение корреляционной зависимости между фактическими  $Y_{\text{факт}}$  и полученными расчетными  $Y_{\text{расч}}$  значениями параметра  $Y$ . Данная операция была названа нами автокорреляцией.

Полученный при этом коэффициент корреляции будет являться общим коэффициентом корреляции и указывает на тесноту связи между фактическими и расчетными значениями параметра  $Y$ . В идеальном случае функция автокорреляции представлена линейной зависимостью  $Y = E \times Y_{\text{расч}} + D$ , а коэффициент корреляции между фактическими и расчетными значениями параметра  $Y$  равен 1, коэффициенты  $E=1$ , а  $D=0$ . В противном случае это говорит о том, что не все факторы, влияющие на изменение искомого параметра  $Y$ , учтены. Коэффициенты корреляции, полученные при расчете уравнений (1) – (2), являются частными коэффициентами и говорят о том, насколько изменение данной переменной  $X_i$  влияло на изменение параметра  $Y$  в исследуемом интервале, но никоим образом не говорит о влиянии самой переменной на параметр  $Y$ . Для того, чтобы определить, насколько вышеизложенные постулаты соответствуют действительности, были проведены сравнительные расчёты одной и той же задачи традиционным методом планируемого эксперимента [3] и вновь разработанным методом. Исходные данные для проведения расчёта приведены в табл. 1, а план проведения экспериментов и результаты опытов – в табл. 2 [3].

Таблица 1

Исходные данные для проведения расчётов

Факторы	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$
Условия планирования эксперимента					
Основной уровень	60	15	56,5	15	150
Интервал варьирования	20	2,5	4,5	5	50
Верхний уровень	80	17,5	61	20	200
Нижний уровень	40	12,5	52	10	100

Таблица 2

План проведения эксперимента и результаты опытов

Кодовое обозначение переменных	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$\bar{x}_4$	$\bar{x}_5$	$y'$	$y''$	$y'''$	$\bar{y}$	$\hat{y}$
Опыты										
1	-1	-1	-1	-1	+1	81,89	85,13	83,53	83,54	83,50
2	-1	-1	+1	+1	+1	82,16	81,54	79,12	80,94	80,98
3	-1	+1	-1	+1	-1	89,02	85,41	86,45	86,96	85,54
4	-1	+1	+1	-1	-1	75,53	77,58	73,81	75,64	76,76
5	+1	-1	-1	+1	-1	96,07	93,72	97,79	95,86	97,00
6	+1	-1	+1	-1	-1	90,83	88,84	87,51	89,06	87,92
7	+1	+1	-1	-1	+1	90,66	92,41	88,79	90,62	90,66
8	+1	+1	+1	+1	+1	86,41	88,08	90,05	88,18	88,14

Связь между исходными и кодированными переменными задаётся соотношениями:

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1 - 60}{20}; \quad \bar{x}_2 = \frac{x_2 - 15}{2,5}; \quad \bar{x}_3 = \frac{x_3 - 56,5}{4,5};$$

$$\bar{x}_4 = \frac{x_4 - 15}{5}; \quad \bar{x}_5 = \frac{x_5 - 150}{50} \quad (5)$$

Величины  $y'$ ,  $y''$  и  $y'''$  представляют собой величины результатов эксперимента трех параллельных опытов, а величина  $\bar{y}$  – среднее их значение.

По исходным данным, представленным в табл. 1, 2, была получена формула по расчёту итоговых значений:

$$y' = 86,35 + 4,58 \times \bar{x}_1 - 1,00 \times \bar{x}_2 - 2,90 \times \bar{x}_3 + 1,64 \times \bar{x}_4 - 0,53 \times \bar{x}_5 \quad (6)$$

Для расчёта по вновь разработанной методике была составлена таблица исходных данных (табл. 3). В итоге расчётов была получена итоговая функция:

$$y' = \left[ \frac{x_1}{0,0098 \times x_1 + 0,1003} \times (92,35 - 0,4 \times x_2) \times \right]$$

$$\times(122,7 - 0,64 \times x_3) \times (81,44 + 0,33 \times x_4) \times (82,96 - 0,0002 \times x_5^2 + 0,0604 \times x_5)^{0,25} \pm 4,88. \quad (7)$$

При этом общий коэффициент корреляции составлял 0,96, а среднеквадратичное отклонение – 24,12.

Корректирующая функция имела вид:

$$y'_{\text{корр}} = 53,81 \times y' - 0,282 \times (y')^2 - 2438,27. \quad (8)$$

После введения корректирующей функции общий коэффициент корреляции стал равен 0,9998, а среднеквадратичное отклонение между расчётным и фактическим значением функции стало равным 3,8.

Для того, чтобы сравнить полученные результаты, была составлена сопоставительная таблица (табл. 4). Из приведенных данных видно, что расчёт прогнозируемых значений по новой методике без автокорреляции уступает по точности расчёта традиционному методу планируемого эксперимента.

Следует отметить, что сама точность расчётов (средняя абсолютная величина отклонений от истинного значения) выше у новой методики с автокорреляцией (0,85 против 1,16). Если обратиться к более привычному для нас показателю – среднеквадратичному отклонению, то он составит соответственно 0,93 и 2,93.

Таблица 3

Исходные данные для расчёта зависимости по новой методике

№ п/п	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	y
1	2	3	4	5	6	7
1	40	12,5	52	10	200	81,91
2	40	12,5	52	10	200	85,13
3	40	12,5	52	10	200	83,58
4	40	12,5	61	20	200	82,16
5	40	12,5	61	20	200	81,54
6	40	12,5	61	20	200	79,12
7	40	17,5	61	10	100	89,02
8	40	17,5	61	10	100	85,41
9	40	17,5	61	10	100	86,45
10	40	17,5	52	10	100	75,53
11	40	17,5	52	10	100	77,58
12	40	17,5	52	10	100	73,81
13	80	12,5	52	20	100	96,07
14	80	12,5	52	20	100	93,72
15	80	12,5	52	20	100	97,79
16	80	12,5	61	10	100	90,83
17	80	12,5	61	10	100	88,84
18	80	12,5	61	10	100	87,51
19	80	17,5	52	10	200	90,66
20	80	17,5	52	10	200	92,41
21	80	17,5	52	10	200	88,79
22	80	17,5	61	20	200	86,41
23	80	17,5	61	20	200	88,08
24	80	17,5	61	20	200	90,05

Таблица 4

Сопоставление расчётных данных, полученных различными способами

№ эксперимента	Среднее фактическое	Планируемый эксперимент	Новая методика	
			Без автокорреляции	С автокорреляцией
1	83,54	84,56	85,77	84,14
2	80,94	80,98	85,35	81,88
3	86,96	85,84	86,02	85,44
4	75,64	76,76	84,24	75,49
5	95,86	97,00	88,31	95,53
6	89,06	87,92	86,47	87,65
7	90,62	90,66	87,31	91,48
8	88,18	88,14	86,80	89,20
Абсолютное значение среднего отклонения		1,16	3,87	0,85
Среднеквадратичные отклонения		2,93	21,97	0,93

Таким образом, следует отметить, что новая методика расчёта по точности, по крайней мере, даёт результаты не хуже традиционных методов планируемого эксперимента. В связи с этим, на основе вышеприведенных рассуждений была разработана программа для компьютера, которая позволяет автоматически рассчитывать корреляционные зависимости и составлять статистическую модель работы исследуемого объекта и, опираясь на полученные зависимости, получать прогноз поведения объекта при изменении условий его работы.

Использование подобной методики позволит:

– получить математическую модель работы объекта и определить направление влияния каждого из факторов на качество конечного продукта;

– оценить степень значимости влияния каждого из факторов на изменение качества продукта по частным коэффициентам корреляции;

– составить прогноз работы изучаемого объекта.

Для практической проверки были использованы результаты экспериментов, полученные при испытании пневмосепаратора с наклонными стенками и вибрационным механизмом. Эксперимент проводился на семенах подсолнечника. Засоренные семена подсолнечника (количество сора – шелуха, семена сорняков и т.п.) из загрузочного бункера подавались в пневмосепаратор, где под действием потока воздуха происходило разделение кондиционных семян от сора. В качестве факторов, определяющих эффективность разделения, были выбраны угол наклона к горизонту сепаратора и частота вибрации, в качестве отклика было взято количество материала, попадающего в первый сборный бункер. Данные экспериментов представлены в табл. 5. Для того, чтобы определить эффективность работы новой методики, было решено часть данных оставить для проверки полученных зависимостей.

Таблица 5

Результаты испытания виброударного пневмосепаратора

№ п/п	Угол наклона, α°	Частота вибрации, ω, Гц	Количество материала в бункере, %				Расчётные данные
			Фактические данные				
			I опыт	II опыт	III опыт	Ср. знач.	
1	40	0	19,5	20,4	20,8	20,90	13,45
2	45	0	24,32	27,17	26,66	26,05	20,21
3	50	0	28,05	32,60	34,15	31,60	28,55
4	55	0	36,21	38,56	37,88	37,55	36,62
5	60	0	40,89	42,78	48,03	43,90	41,46
6	65	0	49,56	52,31	50,08	50,65	52,43
7	70	0	59,35	55,42	58,43	57,80	60,29
8	75	0	63,84	67,25	64,96	65,35	68,16
9	80	0	70,25	75,67	73,98	73,30	75,14
10	85	0	79,53	83,24	82,15	81,64	84,04
11	90	0	89,56	94,39	87,22	90,39	90,57
12	40	820	0,00	0,01	0,00	0,00	3,92
13	45	820	0,00	6,70	2,90	3,20	11,99
14	50	820	11,20	10,12	7,63	9,65	18,71
15	55	820	14,24	18,53	16,79	16,52	25,18
16	60	820	21,59	25,43	24,44	23,82	28,68
17	65	820	30,47	33,58	30,57	31,54	37,80
18	70	820	37,98	41,21	39,88	39,69	44,04
19	75	820	47,24	49,33	48,21	48,26	50,27
20	80	820	55,28	59,87	56,63	57,26	59,00
21	85	820	64,75	69,22	66,07	66,68	62,82
22	90	820	72,12	77,84	79,63	76,53	73,91
23	70	1640	22,48	24,56	22,47	23,17	24,01

За основу расчётов были взяты точки 1, 5, 9, 11, 12, 16, 20, 22 и 23 опытов, а остальные данные использовались в качестве контрольных точек. Различие между максимальными и минимальными значениями осредненных точек-откликов значимо, т.к. вычисленное значение t-критерия [3] превосходит табличное значение критерия Стюдента для 5%-ного уровня значимости. Обработка полученных данных на ЭВМ по разработанной методике дала следующие результаты:

$$Y_K = 0,0047 \times (0,0095\alpha^2 + 0,227\alpha - 13,88) \times \\ \times (57,12 - 0,022\omega) + 1,37 \times [(0,0095\alpha^2 + 0,227\alpha - 13,88) \times$$

$$\times (57,12 - 0,022\omega)]^{0,5} + 24,77 \pm 4,5. \quad (9)$$

Сопоставление фактических и расчётных данных приведено в табл. 5 и на рис. 1. Как видно из полученных данных, расхождение между фактическими и расчётными данными, как правило, не превышает погрешности между параллельными опытами.

Поскольку функция зависимости количества рассеиваемого материала, попадающего в бункер, от угла наклона является квадратичной функцией, то можно попробовать определить экстремум функции. Так как функция на исследуемом участке является убывающей, то минимум рассеиваемого материала

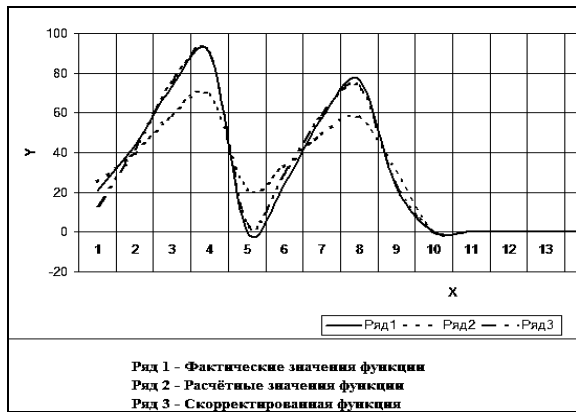


Рис. 1. Сопоставление фактических и расчётных значений

будет попадать в бункер при нулевом угле наклона. Однако при таком положении сепаратор будет практически неработоспособен, поскольку в таком случае рассеянный материал не будет попадать в бункера. Для эффективной работы данного устройства необходимо, чтобы угол наклона пневмосепаратора был больше угла естественного откоса зерен подсолнечника, т.е. более  $40^\circ$ .

Зависимость количества материала, попадающего в бункер, от частоты имеет линейную зависимость, по крайней мере, в рамках проведенного эксперимента, и это объясняется тем, что с увеличением частоты увеличивается время «витания» семечек в сепараторе и тем самым уменьшается количество материала, попадающего в первый бункер.

## Выводы

Разработана новая методика построения математической модели функционирования произвольного объекта, представляющая собой среднегеометрическую величину элементарных функций отдельных аргументов, определяемых методом наименьших квадратов и систему автокорреляции полученных результатов.

Разработанный метод позволяет получать математическую модель функционирования объекта в тех случаях, когда её невозможно получить классическим методом планирования эксперимента.

## НОВА МЕТОДИКА ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ЕКСПЕРИМЕНТІВ І АВТОМАТИЧНОЇ ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДОСЛІДЖУВАНОВОГО ОБ'ЄКТУ

О.В. Синяева, О.І. Завгородній, А.О. Журавський, Л.І. Курпа, Г.О. Старець

*Старі методи отримання математичної моделі не завжди можуть бути використані в умовах виробництва, що діє. У зв'язку з цим була зроблена спроба розробити нову методику обробки експериментальних даних і комп'ютерну програму на її базі.*

**Ключові слова:** автокореляція, комп'ютерна програма, коефіцієнти кореляції, математична модель, метод найменших квадратів, пасивний експеримент, планований експеримент.

## NEW METHOD OF TREATMENT OF RESULTS OF EXPERIMENTS AND AUTOMATIC CONSTRUCTION OF MATHEMATICAL MODEL OF THE PROBED OBJECT

O.V. Sinyayeva, A.I. Zavgorodny, A.A. Zhuravskiy, L.I. Kurpa, G.A. Staretz

*The old methods of receipt of mathematical model not always can be utilized in the conditions of operating production. An attempt to develop the new method of processing of experimental data and computer program on its base was done in this connection.*

**Keywords:** автокореляція, комп'ютерна програма, коефіцієнти кореляції, математична модель, метод найменших квадратів, пасивний експеримент, планований експеримент.

При использовании новой методики можно оценить степень влияния каждого из аргументов на конечную функцию по частным коэффициентам корреляции и ввести соответствующие корректировки, исключая аргументы с низкими коэффициентами корреляции.

При достаточно большом количестве опытов разница между результатами, полученными методом планирования эксперимента и вновь разработанным методом неощутимо мала и в ряде случаев точность результатов, полученных при использовании новой методики с использованием системы автокорреляции, превышает точность результатов, полученных методом планированного эксперимента.

Новая методика ни в коей мере не предназначена полностью заменить собою метод планируемого эксперимента, а лишь является дополнением к нему и предназначается для тех случаев, когда получить зависимости традиционным способом не представляется возможным. Система автокорреляции не является неотъемлемой частью именно предлагаемой методики и, скорее всего, может повысить точность любого метода расчета.

## Список литературы

1. Автоматическое построение математической модели функционирования объекта / А.А. Журавский, Э.И. Торяник, И.Г. Крышень и др. // *Кокс и химия*. – 2000. – №3. – С. 22-28.
2. Применение статистических методов при анализе влияния изменений угольной шихты на качество кокса / Н.В. Кучма, Е.С. Зоря, Э.И. Торяник и др. // *Углекислотный журнал* – 2003. – № 5-6. – С. 15-24.
3. Зегдендзе И.Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем / И.Г. Зегдендзе. – М.: Издательство «Наука», 1976. – 390 с. с ил.
4. Синяева О.В. Метод получения математической модели произвольного объекта / О.В. Синяева, А.А. Журавский // *Энергосбережение, энергетика, энергоаудит*. – 2011. – №12. – С. 50-58.

Поступила в редколлегию 19.12.2012

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.А. Краснобаев, Полтавский национальный технический университет им. Ю. Кондратюка, Полтава.