УДК 519.213

В.Ю. Дубницкий[1], Д.Б. Столярук[2]

[1] *Харьковский институт банковского дела Университета банковского дела Национального банка Украины (Киев), Харьков*
[2] *Управление Национального банка Украины в Харьковской области, Харьков*

# ЗАДАЧА РАЧИТЕЛЬНОЙ ХОЗЯЙКИ

*Вычислено значение коэффициента запаса и страхового запаса, обеспечивающего бесперебойную работу системы при условии того, что не все распределения – слагаемые входного и выходного потоков нормальные.*

***Ключевые слова:*** *коэффициент запаса, сумма случайных величин, законы распределения наибольшего значения, наименьшего значения, Бирнбаума-Сандерса, нормальное, обратное гауссово распределение, Вейбулла, Гамма- распределение, центральная предельная теорема, условия Линдеберга.*

## Введение

Пусть некая хозяйка планирует семейные расходы в семье, состоящей из $h_i$ , i=1,2,…n членов. Каждый i-й член семьи регулярно получает доход в $x_i$ единиц. Все $x_i$ – случайные величины с неизвестными законами распределения. Примем, что итоговый доход семьи $X = \sum_{i=1}^{n} x_i$ . Аналогичные предположения также справедливы в отношении каждого из lj видов семейных расходов, j=1,2,…m. Примем, что общая сумма семейных расходов $Y = \sum_{j=1}^{m} y_j$. Очевидно, что для успешного ведения семейного бюджета хозяйке необходимо, чтобы доходы превышали расходы:

$$Z = X - Y > 0. \tag{1}$$

Кроме того, поскольку хозяйка рачительная по предположению, то ей необходимо создать некоторый страховой запас, обеспечивающий нормальную жизнь семьи в случае возникновения непредвиденных расходов, но в то же время не замораживающий бесполезно семейные средства.

Более строгая формулировка этой же задачи может звучать так: дана система, состоящая из n входов, m выходов и накопителя S. По каждому из $h_i$ входов, i=1,2,…n, через равные промежутки времени поступает $x_i$ единиц некоторого вещества. Все $x_i$ представляют собой случайные величины, законы распределения которых не все одинаковы, их вид и параметры могут быть определены только в результате специально организованных наблюдений. Примем, что $X = \sum_{i=1}^{n} x_i$ . Аналогичные предположения справедливы в отношении каждого из lj выходов, j=1,2,…m.

Структурная схема такой системы показана на рис. 1. Для обеспечения бесперебойной работы системы необходимо, чтобы в накопителе S постоянно находился запас $I_{ns}$ , необходимый для выполнения условия (1) с некоторой наперёд заданной вероятностью P.

Примем, что коэффициент запаса

$$\eta = M[X[\ \ / M[Y].$$

Тогда условие бесперебойной работы системы примет вид:

$$P\{(M[X]\ \ - M[Y]) > 0)\} = P\{(\eta M[Y] - M[Y]) > 0\} =$$
$$= P\{M[Y](\eta - 1) > 0\} = \alpha,$$
$$\eta > 1. \tag{2}$$

**Анализ литературы.** Задача, сформулированная в виде условия (2), имеет аналогию с некоторыми задачами строительной механики. Будем считать, что входной поток X – обобщённая нагрузка, выходной поток Y – обобщённая прочность. Решение

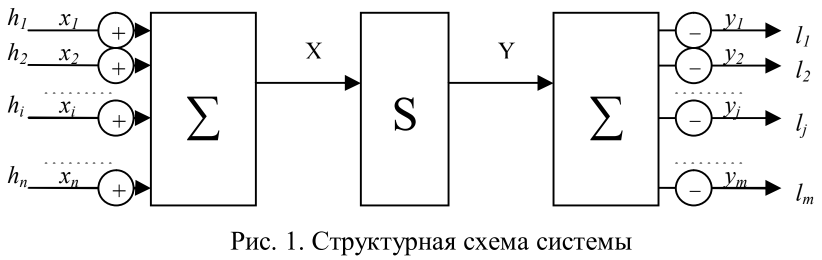


Рис. 1. Структурная схема системы

 

Решение этой задачи приведено в работах [1, 2]. В этих работах её решение рассмотрено при различных сочетаниях известных заранее законов распределения случайных величин прочности X и нагрузки Y. Отличие условий рассматриваемой задачи от уже известных в следующем. В нашем случае входной и выходной потоки есть суммы конечного и фиксированного по номенклатуре числа случайных слагаемых с неизвестными законами распределения, вид и параметры которых определяются по результатам наблюдений. В задачах, решение которых изложено в работах [1, 2], не учтена динамика процесса, свойственная предлагаемым условиям. Рассмотренный вариант задачи имеет весьма прозрачную аналогию с задачей наполнения водохранилища, рассмотренную в работе [3]. Для её решения создано специальное математическое обеспечение [4]. Однако решена эта задача только для того случая, когда все слагаемые входного потока подчинены распределению Крицкого-Менкеля.

**Цель работы.** Определение величины страхового запаса $I_{ns}$ и коэффициента запаса η, обеспечивающих выполнение неравенства (2) при условии, что входная величина X и выходная величина Y есть композиции неизвестных законов распределения, вид и параметры которых определяют по выборочным данным.

## Полученные результаты

Решение поставленной задачи кажется очевидным, если его основывать на центральной предельной теореме (ЦПТ) и результатах, приведенных в работах [5, 6, 7]. Рассмотрим возможность её применения, исходя из формулировок, приведенных в работе [7, С. 316].

*Теорема Ляпунова.* Пусть $X_1, X_2 ...$ – взаимно независимые одномерные случайные величины с одним и тем же распределением F. Допустим, что их математические ожидания и дисперсии соответственно равны:

$$E(X_k) = 0, \quad D(X_k) = 1, \; k=1, 2, \quad \ldots \tag{3}$$

Тогда при $k \to \infty$ распределение нормированных сумм

$$S_n = \frac{X_1 + ... + X_k}{\sqrt{n}} \tag{4}$$

сходится к нормальному распределению $F_n$ с плотностью

$$u(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right). \tag{5}$$

*Теорема Линдеберга.* Пусть $X_1, X_2, ...X_n$ – взаимно независимые одномерные случайные величины с распределениями $F_1, F_2 ...$ Допустим, что их математические ожидания и дисперсии соответственно равны:

$$E(X_k) = 0, \; D(X_k) = \sigma_k^2. \tag{6}$$

Примем, что

$$s_n^2 = \sigma_1^2 + ... +_n^2 .$$

Предположим, что при каждом t>0 выполнено условие (7):

$$\left(s_n^2\right)^{-1} \sum_{k=1}^{n} \int\limits_{|z|<ts_n} z^2 F_k\{dz\} \to 1 . \tag{7}$$

Тогда распределение нормированной суммы

$$S_n = \frac{X_1 + ... + X_k}{s_n} \tag{8}$$

сходится к нормальному распределению с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией.

Эти условия (условия Линдеберга) справедливы, если при любом $\varepsilon > 0$ и достаточно больших n выполнено условие

$$\sigma_k / s_n < \varepsilon , \; k = 1, 2, \ldots n. \tag{9}$$

Из приведенных выше формулировок следует, что перед решением поставленной задачи следует оценить, хотя бы приблизительно, величину n и знать свойства входных и выходных распределений.

Для определения статистических свойств каждого из входных потоков $x_i$, i=1,2,…n, суммарного входного потока X, каждого из выходных потоков $y_j$, j=1,2,…m и суммарного выходного потока Y было проведено специальное исследование, целью которого было определение вида закона распределения вещества, перемещающегося по каждому каналу и параметров этого закона. Для решения поставленной задачи была использована система STATGRAFICS V.15 [8]. Особенность этой системы в том, что она позволяет выбрать наилучший по критерию максимума натурального логарифма функции правдоподобия закон распределения и определить численные значения его параметров.

В качестве исходных законов распределения для различных входных и выходных каналов были выбраны следующие: нормальное распределение, распределение Вейбулла, гамма-распределение, распределение Бирнбаума-Сандерса, обратное гауссово распределение, логистическое распределение, распределение наибольших значений, распределение наименьших значений.

При рассмотрении этих распределений было обращено внимание на следующее обстоятельство. Плотности указанных законов распределения и выражения для оценки их параметров отличны от тех, которые приведены в русскоязычной литературе и соответствуют тем, которые приведены в американской.

Так как статистический анализ, результаты которого изложены в данной работе, выполнен полностью в системе STATGRAFICS V.15, то необходимые сведения и комментарии приведены ниже.

Плотность нормального распределения в системе STATGRAFICS V.15 приведена в стандартном виде:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{(x-m_x)}{2\sigma^2}\right),\ -\infty<x<\infty, \quad (10)$$

где μ – математическое ожидание, σ – среднеквадратическое отклонение.

Плотность распределения Вейбулла в системе STATGRAFICS V.15 представлена в виде:

$$f(x)=\frac{\alpha}{\beta^\alpha}x^{\alpha-1}\exp\left(-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right),\ x>0. \quad (11)$$

В условии (10) α – параметр формы, β – параметр масштаба.

Для вычисления математического ожидания $m_x$ и дисперсии $\sigma^2$ в руководстве пользователя системы STATGRAFICS V.15 приведены следующие выражения:

$$m_x=\frac{\beta}{\alpha}\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right); \quad (12)$$

$$\sigma^2=\frac{\beta^2}{\alpha}\left[2\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}\right)-\frac{1}{\alpha}\Gamma^2\left(\frac{1}{\alpha}\right)\right]. \quad (13)$$

В справочнике [9] плотность этого же распределения приведена в виде:

$$f(x)=\frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1}\exp\left(-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right),\ x>0. \quad (14)$$

Математическое ожидание в этом же справочнике приведено в виде:

$$m_x=\beta\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right). \quad (15)$$

Используя свойство гамма-функции, указанное в [10]:

$$\Gamma(u+1)=u\Gamma(u), \quad (16)$$

получим, что:

$$m_x=\beta\Gamma\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)=\frac{\beta}{\alpha}\Gamma\left(\tfrac{1}{\alpha}\right). \quad (17)$$

В цитированном выше справочнике [9] приведено выражение для вычисления дисперсии в виде:

$$\sigma^2=\beta^2\left(\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}+1\right)-\Gamma^2\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)\right). \quad (18)$$

Упростим его, используя свойство (16):

$$\sigma^2=\beta^2\left(\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}+1\right)-\Gamma^2\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)\right)=$$

$$=\beta^2\left(\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}+1\right)-\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)\right)=$$

$$=\beta^2\left(\frac{2}{\alpha}\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}\right)-\Gamma^2\left(\frac{1}{\alpha}\right)\right)=$$

$$=\frac{\beta^2}{\alpha}\left[2\Gamma\left(\frac{2}{\alpha}\right)-\frac{1}{\alpha}\Gamma^2\left(\frac{1}{\alpha}\right)\right]. \quad (19)$$

То есть, получено выражение, совпадающее с условием (13). В остальных случаях подобного рода различия специально не рассматриваются и в дальнейшем все законы распределения применяются в виде, принятом в системе STATGRAFICS V.15 .

Плотность гамма-распределения представлена в виде:

$$f(x)=\frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)}x^{\alpha-1}e^{-\lambda x},\ x>0, \quad (20)$$

где α – параметр формы; λ – параметр масштаба.

Математическое ожидание и дисперсия соответственно будут равны:

$$m_x=\alpha/\lambda; \quad (21)$$

$$\sigma^2=\alpha/\lambda^2. \quad (22)$$

Распределение Бирнбаума-Сандерса в рамках данной работы приведено в виде:

$$f(x)=\frac{\sqrt{\frac{x}{\theta}}+\sqrt{\frac{\theta}{x}}}{2\beta x}\phi\left(\frac{1}{\beta}\left(\sqrt{\frac{x}{\theta}}-\sqrt{\frac{\theta}{x}}\right)\right),\ -\infty<x<\infty, \quad (23)$$

где $\phi(z)$ – плотность нормального распределения вида:

$$\phi(z)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left(-\frac{z^2}{2}\right)dz. \quad (24)$$

В условии (24) принято, что β – параметр формы, θ – параметр масштаба..

Математическое ожидание и дисперсия этого закона будут равны соответственно:

$$m_x=\theta\left(1+\frac{\beta^2}{2}\right); \quad (25)$$

$$\sigma^2=(\theta\beta)^2\left(1+\frac{5\beta^2}{4}\right). \quad (26)$$

Плотность обратного распределения Гаусса применена в виде:

$$f(x)=\frac{\sqrt{\beta}}{x\exp(z/2)}\phi\left[\sqrt{\beta}\left(\frac{\exp(z-1)}{\exp(z/2)}\right)\right]; \quad (26)$$

$$z=\ln(x/\theta).$$

Параметры обратного гауссового распределения имеют следующий смысл:

β – параметр масштаба; θ – параметр, равный математическому ожиданию $m_x$. Дисперсия этого распределения:

$$\sigma^2=\theta^2/\beta. \quad (27)$$

В рамках данной работы использовано также логистическое распределение с плотностью вида:

$$f(x)=\frac{\exp(z)}{\sigma\left[1+\exp(z)\right]^2}, \quad (28)$$

где

$$z=(x-\mu)/\sigma. \quad (29)$$

В выражениях (28) и (29) принято, что $\mu = m_x$, $\sigma$ – среднеквадратическое отклонение.

Распределение наибольшего значения в данной работе принято в виде:

$$f(x) = \frac{1}{\beta}\exp\left\{-\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right) - \exp\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)\right\}; \qquad (30)$$

распределение наименьшего значения в данной работе принято в виде:

$$f(x) = \frac{1}{\beta}\exp\left\{\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right) - \exp\left(\frac{x-\alpha}{\beta}\right)\right\}.$$

При выборе вида закона распределения следует учесть особенности работы системы STATGRAFICS V.15. Наилучшее распределение система выбирает среди заложенных в неё плотностей распределений по критерию максимума логарифма функции правдоподобия и упорядочивает их по признаку убывания этого логарифма. Результаты определения статистических характеристик входных (табл. 1) и выходных STATGRAFICS V.15 параметров, полученных в результате исследования одной из реальных систем приведены в ниже.

Таблица 1

Статистические характеристики входных потоков системы

| Номер входа | Закон распределения | Параметры закона распределения | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | математическое ожидание, $m_x$ | Среднеквадратическое отклонение, $\sigma$ | параметр формы, $\alpha$ | параметр масштаба, $\beta$ |
| 1 | Вейбулла | – | – | 4,988 | 16,332 |
| 2 | Гамма | – | – | 24,244 | 6,155 |
| 3 | логистическое | 0,330 | 0,062 | – | – |
| 4 | Вейбулла | – | – | 4,182 | 4,787 |
| 5 | Гамма | – | – | 5,505 | 16,887 |
| 6 | Бирнбаума-Сандерса | – | – | 0,677 | 2,060 |
| 7 | Обратное гауссово | 7,373 | – | – | 14,943 |
| 8 | Обратное гауссово | 0,105 | – | – | 2,283 |
| 9 | логистическое | 3,587 | 0,752 | – | – |

Таблица 2

Статистические характеристики выходных потоков системы

| Номер выхода | Закон распределения | Параметры закона распределения | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | математическое ожидание, $m_x$ | Среднеквадратическое отклонение, $\sigma$ | параметр формы, $\alpha$ | параметр масштаба, $\beta$ |
| 1 | Распределение наибольшего значения | Мода=2,440 | – | – | 0,351 |
| 2 | Распределение Бирнбаума-Сандерса | – | – | 0,607 | 0,687 |
| 3 | нормальное | 0,050 | $169 \cdot 10^{-3}$ | – | – |
| 4 | Обратное гауссово | 1,494 | – | – | 12,203 |
| 5 | Распределение наименьшего значения | Мода=6,9147 | – | – | 1,327 |
| 6 | Вейбулла | – | – | 4,993 | 4,504 |
| 7 | Гамма | – | – | 5,495 | 0,444 |
| 8 | Распределение наименьшего значения | Мода=2,936 | – | – | 0,387 |
| 9 | Бирнбаума-Сандерса | – | – | 0,651 | 0,061 |
| 10 | Гамма | – | – | 10,259 | 5,708 |

Для продолжения решения задачи необходимо найти суммы входных

$$X = \sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (31)$$

и выходных

$$Y = \sum_{j=1}^{m} y_j \qquad (32)$$

материальных потоков и их вероятностные свойства.

Сведения, приведенные в табл. 1, 2 о вероятностных свойствах входных и выходных материальных потоков позволяют прийти к выводу, что теоретическое решение этой задачи, используя свёртки плотностей распределения или (ЦПТ) практически невозможно. В работе [11] решена задача определения объёма выборки, необходимого для оценки возможности его аппроксимации всеми распределениями, использованными в данном сообщении. Однако решена эта задача при условии того, что параметр формы оценён по выборке, а параметр масштаба известен. В нашем случае оба параметра оцениваются по выборке.

Решим эту задачу, построив плотности суммарных распределений по фактическим данным.

Анализ возможных законов распределения суммарных входных и выходных потоков, способы определения которых описаны условиями (31) и (32), показал, что наиболее подходящими могут быть законы распределения Вейбулла и нормальный. Параметры этих законов приведены в табл. 3.

Графики соответствующих сглаженных функций распределения, построенные по эмпирическим данным, показаны на рис. 2, 3.

Таблица 3

Статистические характеристики входных и выходных потоков системы

| Суммарный входной поток X | | | | | Суммарный выходной поток У | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Тип закона распределения | Суммарный входной поток | | | | Тип закона распределения | Суммарный выходной поток | | | |
| | Параметры закона распределения | | | | | Параметры закона распределения | | | |
| | $m_x$ | $\sigma_x$ | $\alpha_x$ | $\beta_x$ | | $m_y$ | $\sigma_y$ | $\alpha_y$ | $\beta_y$ |
| Нормальный | 37,986 | 8,5899 | – | – | Нормальный | 32,418 | 7,728 | – | – |
| Вейбулла | – | – | 5,1413 | 41,351 | Вейбулла | – | – | 4,828 | 35,406 |

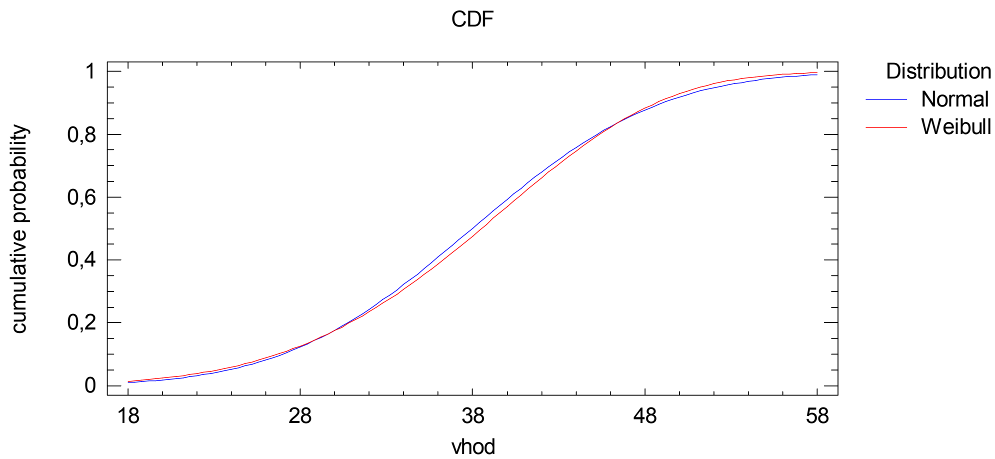


Рис. 2. Сглаженный график функций распределения входного потока X

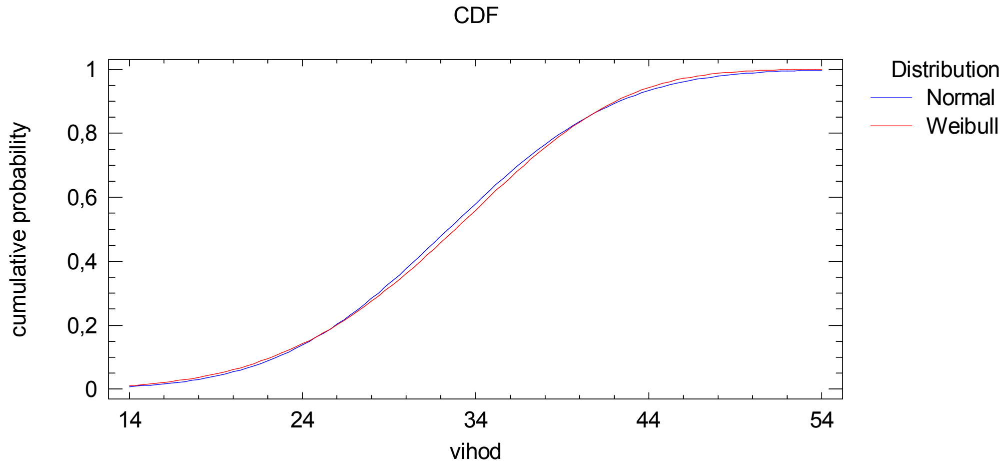


Рис. 3. Сглаженный график функций распределения выходного потока Y

Из приведенных графиков видно, что в областях больших ($P \geq 0,9$) и малых ($P \leq 0,1$) вероятностей распределение Вейбулла в нашем случае может быть аппроксимировано нормальным распределением. С целью определения возможности такой замены оценим её погрешность.

Процедура оценки погрешности была принята следующая.

Для каждого из приведенных в табл. 3 законов распределения и их параметров вычисляли квантили, соответствующие указанным выше значениям вероятностей, и относительную погрешность. Так как первым в списке предложенных системой STATGRAFICS V.15 распределений было распределение Вейбулла, то погрешность аппроксимации вычисляли по отношению к нему по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\left| u_p^N - u_p^w \right|}{u_p^w}, \qquad (33)$$

где $\varepsilon$ – относительная погрешность аппроксимации распределения Вейбулла нормальным распределением; $u_p^w$ – квантиль распределения Вейбулла вероятности p; $u_p^N$ – квантиль нормального распределения этой же вероятности. Результаты вычислений показаны в табл. 4, 5.

Таблица 4

Относительная ошибка аппроксимации распределения Вейбулла нормальным распределением для суммарного входного потока

| Вероятность, P | Значения квантилей: | | Относительная погрешность аппроксимации, ε% |
|---|---|---|---|
| | нормального распределения, $u_p^N$ | распределения Вейбулла, $u_p^w$ | |
| 0,001 | 11,44 | 10,780, | 6 |
| 0,01 | 18,03 | 16,9 | 7 |
| 0,05 | 23,87 | 23,2 | 3 |
| 0,1 | 26,97 | 26,69 | 1 |
| 0,9 | 48,99 | 48,63 | 1 |
| 0,95 | 52,11 | 52,18 | 2 |
| 0,975 | 54,82 | 53,3 | 3 |
| 0,999 | 64,53 | 60,22 | 7 |

Таблица 5

Относительная ошибка аппроксимации распределения Вейбулла нормальным распределением для суммарного выходного потока

| Вероятность, P | Значения квантилей: | | Относительная погрешность аппроксимации , ε% |
|---|---|---|---|
| | нормального распределения, $u_p^N$ | распределения Вейбулла, $u_p^w$ | |
| 0,001 | 8,54 | 8,47 | 1 |
| 0,01 | 14,44 | 13,65 | 6 |
| 0,05 | 23,87 | 23,2 | 3 |
| 0,1 | 26,97 | 26,69 | 1 |
| 0,9 | 48,99 | 48,63 | 1 |
| 0,95 | 52,11 | 51,18 | 2 |
| 0,975 | 54,82 | 53,3 | 3 |
| 0,999 | 64,53 | 60,22 | 7 |

Из приведенных данных следует, что погрешности аппроксимации не столь велики и можно для решения задачи, сформулированной в виде условий (1), (2), использовать нормальные распределения. Из строительной механики известно её решение в виде:

коэффициент вариации выходного суммарного потока, $\nu_2$:-

$$u_p = \frac{\eta - 1}{\sqrt{\nu_1^2 + \eta^2 \nu_2^2}}, \qquad (33)$$

где $u_p$ – квантиль нормального распределения, соответствующий вероятности P; $\eta = {M[X]}/{M[Y]}$ – то есть отношению математического ожидания входного суммарного потока к математическому ожиданию суммарного выходного потока. В технике эта величина известна как коэффициент запаса. $\nu_1$ – коэффициент вариации выходного суммарного потока; $\nu_2$ – коэффициент вариации входного суммарного потока. Разрешив условие (33) относительно η, получим значение коэффициента запаса, обеспечивающего выполнение условий (1), (2). Результаты численного решения уравнения (33), гарантирующие бесперебойную работу описанной системы с заранее заданной вероятностью, приведены в табл. 6.

Таблица 6

Значения коэффициентов запаса

| Вероятность бесперебойной работы системы P | 0,9 | 0,95 | 0,975 | 0,99 | 0,995 | 0,999 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Квантиль нормального распределения $u_p$ | 1,28 | 1,65 | 1,96 | 2,33 | 2,57 | 3,09 |
| Коэффициент запаса η | 1,56 | 1,81 | 2,07 | 2,49 | 2,86 | 4,18 |

Так как в отличие от задач, связанных с расчётами на прочность, рассматриваемая нами система динамическая, то, используя (1) и условие регулярности поступления входных потоков (по исходному предположению), определим величину страхового запаса Ins с учётом регулярных поступлений в систему следующим образом:

$$I_{ns} = \eta M[Y] - M[X]. \quad (33)$$

Результаты расчётов приведены в табл. 7.

При их выполнении учтено, что для конкретной системы, рассмотренной в данной работе, в настоящее время принят трёхкратный запас прочности.

Таблица 7

Величина страхового запаса

| Вероятность бесперебойной работы системы Р | 0,9 | 0,95 | 0,975 | 0,99 | 0,995 | 0,999 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Значение страхового запаса | 12,7 | 20,80 | 29,25 | 42,88 | 54,90 | 97,78 |
| Уровень превышения нормативного запаса по отношению к страховому | 7,7 | 4,7 | 3,3 | 2,3 | 1,8 | 0,996 |

Из приведенных расчётов можно сделать вывод о том, что с ростом вероятности бесперебойной работы системы величина страхового запаса возрастает. Задача об экономическом обосновании величины вероятности бесперебойной работы системы и, следовательно, об экономически обоснованной величине страхового запаса выходит за рамки данной работы.

## Выводы

1. Предложена методика выбора коэффициента запаса, необходимого для обеспечения требуемой вероятности бесперебойной работы системы, в которой входные и выходные потоки имеют распределения, отличные от нормальных.

2. Введено понятие страхового запаса и определено для конкретной системы его численное значение в зависимости от требуемой вероятности бесперебойной работы системы.

## Список литературы


1. *Капур К. Надёжность и проектирование систем / К. Капур, Л. Ламберсон. – М.: Мир, 1980. – 604 с.*
2. *Переверзев Е.С. Надёжность и испытания технических систем / Е.С. Переверзев. – К.: Наук. думка, 1990.*
3. *Крицкий С.Н. Гидрологические основы управления речным стоком / С.Н. Крицкий, М.Ф. Менкель. – М.: Наука, 1981. – 252 с.*
4. *Кокорев А.В. Руководство пользователя. Программные средства автоматизации инженерных гидрологических расчетов HydroStatCalc / А.В. Кокорев, А.В. Рождественский, А.Г. Лобанов. – СПб.: Изд. ГУ «Государственный гидрологический институт», 2010. – 45 с.*
5. *Золотарёв В.М. Современная теория суммирования независимых случайных величин / В.М. Золотарёв. – М.: Наука, 1986. – 415 с.*
6. *Петров В.В. Предельные теоремы для сумм независимых случайных величин / В.В. Петров. – М.: Мир, 1987. – 320 с.*
7. *Феллер В. Введение в теорию вероятностей и её приложения; в 2т. Т.2 / В. Феллер. – М.: Мир, 1967. – 751 с.*
8. *STATGRAPHICS Centurion XV. User Manual. Statistical analyses. Virginia, 2009. – 282 p.*
9. *Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям / Р.Н. Вадзинский. – СПб.: Наука, 2001. – 295 с.*
10. *Кузнецов Д.С. Специальные функции / Д.С Кузнецов. – М.: Высшая школа, 1962. – 248 с.*


*Поступила в редколлегию 26.11.2012*

**Рецензент:** д-р физ.-мат. наук, проф. М.В. Новожилова, Харьковский национальный университет строительства и архитектуры, Харьков.

### ЗАДАЧА ДБАЙЛИВОЇ ГОСПОДИНІ

В.Ю. Дубницький, Д.Б. Столярук

*Обчислено значення коефіцієнта запасу і страхового запасу, що забезпечує безперебійну роботу системи за умови того, що не всі розподіли –доданки вхідного і вихідного потоків нормальні.*

***Ключові слова:*** *коефіцієнт запасу, сума випадкових величин, закони розподілу найбільшого значення, найменшого значення, Бирнбаума-Сандерса, нормальний, зворотний розподіл гауса, Вейбулла, Гамма- розподіл, центральна гранична теорема, умови Ліндеберга.*

### EFFICIENT MANAGER PROBLEM

V.Iu. Dubnytskyi, D.B. Stoliaruk

*The values of safety factor and assurance coefficient claculated, thus ensuring ininterrupted system operation, provided not all distributions – input and output flow components – are normal.*

***Keywords:*** *safety factor, sum of random values, maximum value distribution laws, minimum value distribution laws, Birnbaum-Sounders law, normal, reverted Gauss distribution, Weibull distribution, gamma distribution, central boundary theorem, Lindeberg conditions.*