

Інформаційні технології в медицині

УДК 519.6

О.В. Вовкодав¹, Р.М. Пасічник¹, Л.В. Левицька²

¹ Тернопільський національний економічний університет, Тернопіль

² Тернопільський державний медичний університет ім. І.Я. Горбачевського, Тернопіль

МОДЕЛЬ РЕАКЦІЇ СЕРЦЕВО-СУДИННОЇ СИСТЕМИ ОРГАНІЗМУ НА ДОЗОВАНЕ ФІЗИЧНЕ НАВАНТАЖЕННЯ В ПРОЦЕСІ РЕАБІЛІТАЦІЇ ПІСЛЯ НЕУСКЛАДНЕНОГО ІНФАРКТУ МІОКАРДА

У статті розглянуто поняття математичного моделювання серцево-судинної системи людини та використання даних моделей для процесу реабілітації хворих після неускладненого інфаркту міокарда. Проаналізовано існуючі математичні моделі серцево-судинної системи, виділено їх переваги та недоліки. Вперше запропоновано математичну модель динаміки пульсу та тиску, як реакції організму на дозоване фізичне навантаження в процесі реабілітації після інфаркту міокарда. Модель включає систему нелінійних диференціальних рівнянь, що дозволяють прогнозувати динаміку пульсу та тиску із врахуванням їх значень до початку дії фізичного навантаження.

Ключові слова: математична модель, ідентифікація, інфаркт міокарда, серцево-судинна система.

Вступ

В сучасній медицині розроблені численні підходи для формування програм реабілітації для хворих, які перенесли неускладнений інфаркт міокарда. Основні з них базуються на контролі артеріального тиску та пульсу. Існуючі засоби контролю дозволяють відслідковувати процес зміни необхідних параметрів, хоча математичне моделювання дає значно більше інформації про біомеханіку людського організму, ніж можна отримати засобами вимірювання. Зокрема воно дозволяє прогнозувати реакцію організму на ріст фізичних навантажень, що є ключовим моментом в організації процесу ефективної реабілітації.

Аналіз математичних моделей систем кровообігу

Досвід математичного моделювання систем кровообігу налічує вже кілька десятиліть, і деякі з розроблених моделей з успіхом застосовуються в клінічній практиці. Очевидно, найбільший інтерес представляють моделі системи кровообігу в цілому, що описують зміни основних параметрів (тиск, пульс, кровотік) в різних точках системи і допускають включення в модельні співвідношення таких зовнішніх факторів, як перепад тиску по поверхні тіла, обумовлений застосуванням засобів компенсації та дією фізичного навантаження. Моделі серцево-судинних систем можна поділити на 2 класи: із розподіленими та зосередженими параметрами. Моделі із розподіленими параметрами описують показники гемодинаміки у змінних, розподілених вздовж однієї або декількох координатних осей. Тому такі моделі добре описують процеси у локаль-

них системах, таких як коронарна циркуляція [1], ділянки артерій [2], легені [3]. Stettler та ін. [4] розробили опис артеріальної системи, представлений рівняннями механіки рідин для одновимірного розподілу вздовж судин. Для чисельного розв'язання рівнянь використовувався метод скінчених різниць та метод характеристик. Також враховано ефекти в'язко-пружності судин та періодичних коливань стінок судин. Недоліками моделей з розподіленими параметрами є складність налаштування та значні вимоги до обчислювальних засобів.

Моделі із зосередженими параметрами створюються та ефективно використовуються як для організму в цілому, так і для певних його частин, зокрема для серцево-судинної та дихальної систем [5]. В моделях даного класу розглядається набір пов'язаних між собою ділянок, в кожній з яких розглядається єдине (зосереджене) значення кожного показника гемодинаміки. Недоліком такого підходу є невелика точність порівняно з моделями з розподіленими параметрами, а перевагою – значно менша обчислювальна складність.

В основі загальної математичної моделі серцево-судинної та дихальної систем організму із врахуванням дозованого фізичного навантаження [5] лежать математичні моделі взаємодії дихальної системи, яка забезпечує організм киснем, та серцево-судинної системи, яка виконує роль транспортної магістралі для постачання поживних речовин та виводу з організму продуктів метаболізму, а також вплив фізичних навантажень на організм та споживання різними видами тканинних систем кисню в процесі навантаження. Взаємодія цих складових представлена системою диференціальних рівнянь [(4.1), 5], яка враховує

залежності скоротливої функції міокарда від серцевого ритму, споживання кисню тканинною частиною організму людини в процесі фізичного навантаження, балансові рівняння функціонування серцево-судинної та дихальної систем. В процесі функціонування серцево-судинної системи важливе місце займає показник артеріального тиску, який в значній мірі визначається податливістю артерій [6]. Для її вимірювання використовується метод вимірювання пульсової хвилі, яка поширюється по аорті та артеріях як хвиля підвищеного тиску, викликана викидом крові з лівого шлуночка в період систоли [7]. Дана математична модель вимагає великої кількості параметрів, таких як швидкість кровотоку, скоротлива функція серця і т.д., оцінка значень яких є достатньо складною. Це створює значні проблеми в використанні даної моделі для контролю стану хворого в процесі реабілітації після неускладненого інфаркту міокарда, розв'язати які допомогла б спрощена модель динаміки пульсу та тиску організму під дією фізичних навантажень, побудові та дослідженню якої присвячена дана робота.

Математична модель реакції серцево-судинної системи на дозоване фізичне навантаження

Клінічна практика контролю процесу реабілітації після неускладненого інфаркту міокарда передбачає аналіз лише показників пульсу та артеріального тиску пацієнта. Для побудови адекватної структури моделі проаналізовано дані велоергометрії пацієнтів, які пройшли процес реабілітації після неускладненого інфаркту міокарда. Використано дані велоергометрії з пропорційно-змінюваним, контрольованим фізичним навантаженням. Навантаження змінювалося від 0 до максимально-допустимого рівня 150 Вт., тобто в межах, яких здатних витримувати організм хворого після проходження процесу реабілітації (табл. 1).

Таблиця 1
Результати велоергометрії пульсу та тиску при рівномірно-змінюваному навантаженні

Час (хв.)	Навантаження (W, Вт.)	Пульс (H, уд./хв.)	Арт. тиск (P, мм.рт.ст.)
0	0	83	110
3	25	109	117
6	50	117	122
9	75	125	132
12	100	136	141
15	125	143	147
18	150	166	152
21	0	142	147
24	0	127	135
27	0	115	127
30	0	111	122
33	0	109	120

Графічне представлення вхідних даних наведено на рис. 1.

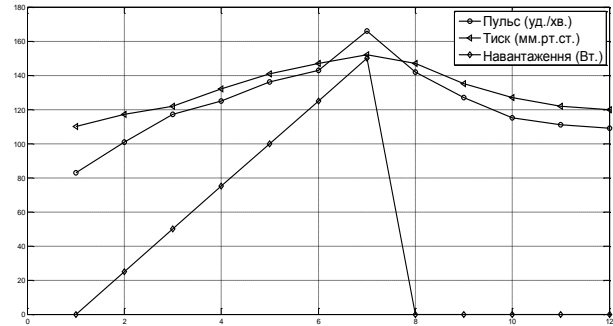


Рис. 1. Динаміка показників велоергометрії при рівномірному зростанні навантаження

Динаміку пульсу H та тиску P під дією навантаження W оцінюємо значеннями відхилень h , p від значень H_0 , P_0 в стані спокою:

$$h = H - H_0, \quad (1)$$

$$p = P - P_0. \quad (2)$$

Аналіз отриманих даних виявив, що зміни h , p відбуваються при зміні обсягів навантажень, а при постійних навантаженнях вони відносно постійні. Це дозволило висловити гіпотезу про лінійну залежність приростів пульсу і тиску від зміни інтенсивності навантажень, якщо останні є посилюючими для організму. Аналіз даних по стабілізації параметрів серцево-судинної системи після зняття навантаження дозволив висловити гіпотезу пропорційності зміни цих параметрів відносно деякого ступеня перевищення значень тиску і пульсу над початковим рівнем. Також встановлено, що динаміка пульсу і тиску під дією фізичних навантажень залежить від початкового стану організму (тиску і пульсу в стані спокою перед початком експерименту). Помічені залежності описуємо диференціальними рівняннями наступного виду:

$$h' = A_1(\delta_h)W' \frac{W}{(1+W)} - \left(1 - \frac{W}{(1+W)}\right) A_2(\delta_h)h^{A_5}; \quad (3)$$

$$p' = A_3(\delta_p)W' \frac{W}{(1+W)} - \left(1 - \frac{W}{(1+W)}\right) A_4(\delta_p)p^{A_6}; \quad (4)$$

$$A_1(\delta_h) = a_{10} + \delta_h a_{11}; \quad (5)$$

$$A_2(\delta_h) = a_{20} + \delta_h a_{21}; \quad (6)$$

$$A_3(\delta_p) = a_{30} + \delta_p a_{31}; \quad (7)$$

$$A_4(\delta_p) = a_{40} + \delta_p a_{41}, \quad (8)$$

де $A_1(\delta_h)$, $A_3(\delta_p)$ визначають показники впливу динаміки навантаження на зміни пульсу та тиску; $A_2(\delta_h)$, $A_4(\delta_p)$ визначають показники швидкості адаптації до зняття навантаження; A_5 , A_6 – параметри впливу пульсу та тиску на процес адаптації до зняття навантаження; W – дозоване фізичне навантажен-

ня; h – пульс; p – артеріальний тиск; a_{i0} – значення параметрів моделі в оптимальному стані; a_{i1} – коефіцієнти корекції показників параметрів моделі для відхилень δ_h , δ_p початкового стану від оптимального.

Ідентифікація моделі реакції серцево-судинної системи

В процесі формування системи диференціальних рівнянь використовується похідна W' зовнішнього навантаження W . Оскільки значення останнього є результатом спостережень, що спотворюються шумами, процедуру чисельного диференціювання здійснено на основі Ермітової інтерполяції, яка не призводить до росту похибки диференціювання.

Для здійснення формалізації опису процесу ідентифікації введемо вектор невідомих параметрів наступним чином:

$$\vec{R} = (a_{10}, a_{11}, a_{20}, a_{21}, a_{30}, a_{31}, a_{40}, a_{41}, A_5, A_6). \quad (9)$$

Розв'язання системи диференціальних рівнянь здійснюємо за допомогою неявного методу Гіра 5-го порядку. Процедуру ідентифікації параметрів системи диференціальних рівнянь здійснимо на основі середньоквадратичного критерію:

$$\sum_{t=t_0}^{t_n} \left[(H_0 + h(\vec{R}, t) - H_t)^2 + (P_0 + p(\vec{R}, t) - P_t)^2 \right] \rightarrow \min \quad (10)$$

$$\vec{R}_i \geq 0 \quad (11)$$

на основі алгоритму Левенберга-Марквардта із використанням методу дзеркальних відображень, що запропонований Ю. Піговським [8].

Результати чисельних експериментів

В процесі експериментальних досліджень проаналізовано ефективність процедури ідентифікації параметрів моделі (3) – (8) при оптимальному стані організму на основі даних велоергометрії, наведених в табл. 1. Результати моделювання та ідентифікації представлено на рис. 2 та в табл. 2.

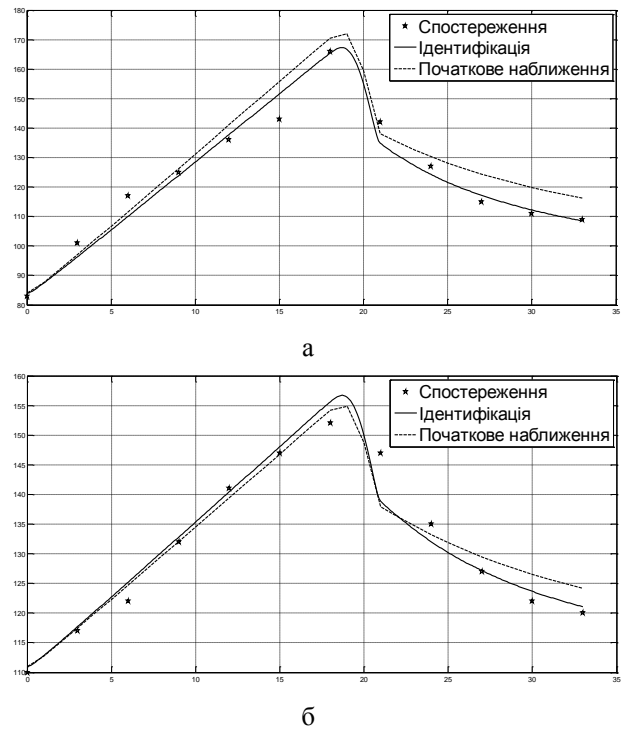


Рис. 2. Результати моделювання та ідентифікації пульсу (а) та тиску (б)

Таблиця 2

Аналіз похибок ідентифікації моделі для рівномірно-змінюваного фізичного навантаження

Вхідні дані				Абсолютні значення похибок		Відносні значення похибок	
Час (t, хв.)	Навантаження (W, Вт.)	Пульс (H, уд./хв.)	Арт. Тиск (P, мм.рт.ст.)	Пульс (h, уд./хв.)	Арт. тиск (p, мм.рт.ст.)	Пульс (h)	Арт. тиск (p)
0	0	83	110	1.0000	1.0000	0.0120	0.0091
3	25	109	117	-4.6959	0.7271	-0.0465	0.0062
6	50	117	122	-6.9649	3.2418	-0.0595	0.0266
9	75	125	132	-1.1257	0.8247	-0.0090	0.0062
12	100	136	141	1.7405	-0.5654	0.0128	-0.0040
15	125	143	147	8.6090	1.0595	0.0602	0.0072
18	150	166	152	-0.5854	3.6632	-0.0035	0.0241
21	0	142	147	-7.0894	-8.1257	-0.0499	-0.0553
24	0	127	135	-2.7300	-2.9800	-0.0215	-0.0221
27	0	115	127	2.1992	0.1614	0.0191	0.0013
30	0	111	122	1.2326	1.6593	0.0111	0.0136
33	0	109	120	-0.4898	1.0549	-0.0045	0.0088

Як видно з аналізу табл. 2, максимальна відносна похибка по пульсу склала 6,02%, а по тиску – 2,66%. Отримана точність є цілком достатньою для адекватної оцінки динаміки пульсу та тиску серцевої системи під дією фізичного навантаження при оптимальному стані організму. Для прогнозування реакції

організму, що перебуває в неоптимальному стані, на фізичні навантаження проведено ідентифікацію моделі реакції організму на квазістабільне фізичне навантаження (табл. 3) для $H_0 = 74$, $P_0 = 106$, при цьому отримано наступні значення похибок: пульс – 5,43%, тиск – 3,95%.

Аналіз похибок ідентифікації моделі
для квазістабільного навантаження при оптимальному стані організму

Вхідні дані				Абсолютні значення похибок		Відносні значення похибок	
Час (t, хв.)	Навантаження (W, Вт.)	Пульс (H, уд./хв.)	Арт. Тиск (P, мм.рт.ст.)	Пульс (h, уд./хв.)	Арт. тиск (p, мм.рт.ст.)	Пульс (h)	Арт. тиск (p)
0	0	74	106	1.0000	1.0000	0.0135	0.0094
3	75	107	129	-6.2103	-5.4737	-0.0580	-0.0424
6	75	108	128	5.8612	3.3718	0.0543	0.0263
9	75	110	128	3.6753	2.5000	0.0334	0.0195
12	75	110	128	3.4948	1.6745	0.0318	0.0131
15	75	109	124	4.3382	4.8988	0.0398	0.0395
18	125	129	134	-6.9339	0.0561	-0.0538	0.0004
21	125	128	141	2.7517	-1.8618	0.0215	-0.0132
24	125	127	139	3.4705	-0.6555	0.0273	-0.0047
27	125	133	140	-2.7360	-2.3788	-0.0206	-0.0170
30	125	135	139	-4.9715	-2.1003	-0.0368	-0.0151
33	0	115	120	-5.1265	0.7443	-0.0446	0.0062
36	0	99	106	2.2716	2.8838	0.0229	0.0272
39	0	96	108	0.0117	-0.9724	0.0001	-0.0090

На основі проведених експериментів оцінено коефіцієнти a_{i1} корекції показників параметрів моделі для відхилень δ_h , δ_p початкового стану від оптимального, при цьому їх значення склали:

$$\begin{aligned} a_{10} &= 0,3571, & a_{11} &= 0,0229, \\ a_{20} &= 0,0028, & a_{21} &= -1,3333e-004, \\ a_{30} &= 0,2888, & a_{31} &= 0,0054, \\ a_{40} &= 0,0745, & a_{41} &= -0,0177. \end{aligned}$$

Проведені обчислення дозволили прогнозувати реакцію організму на пропорційно-змінюване, контрольоване фізичне навантаження для $H_0 = 78$, $P_0 = 108$.

Результати моделювання та ідентифікації представлено на рис. 3 та в табл. 4.

Як видно з аналізу табл. 4, максимальна відносна похибка по пульсу склала 5,18% , а по тиску – 3,67%. Отримана точність є цілком достатньою для адекватного прогнозування динаміки пульсу та тиску серцевої системи під дією фізичного навантаження.

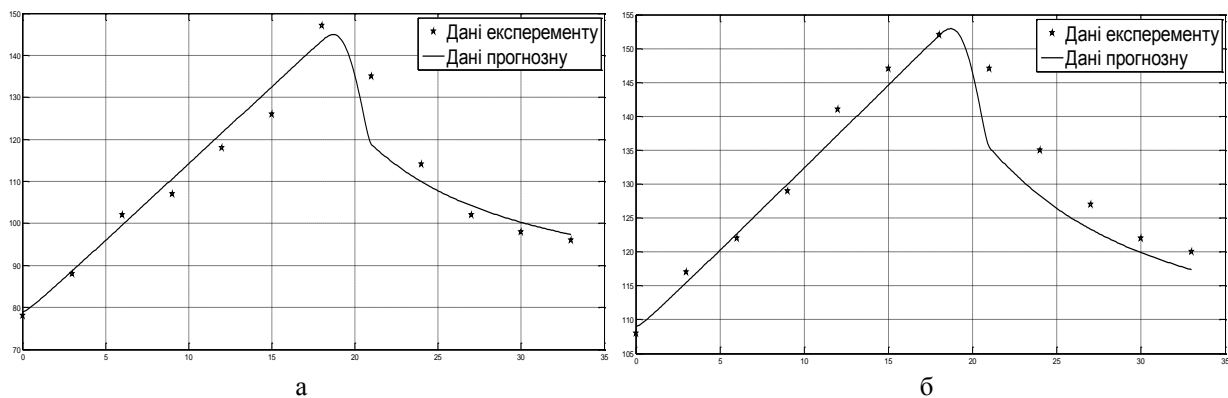


Рис. 3. Прогнозовані дані пульсу (а) та тиску (б)

Побудована математична модель для прогнозування безпечних рівнів пульсу та тиску з використанням фізичного навантаження для процесу реабілітації хворих. Проведено ідентифікацію на основі алгоритму Левенберга-Марквардта з використанням методу дзеркальних відображень із досягненням достатнього рівня точності. Вперше запропоновано математичну модель динаміки пульсу та тиску, як реакції організму на дозоване фізичне навантаження

в процесі реабілітації після інфаркту міокарда.

Модель включає систему нелінійних диференціальних рівнянь, що дозволяють прогнозувати динаміку пульсу та тиску із врахуванням їх значень до початку дії фізичного навантаження. Дана модель на відміну від існуючих використовує мінімальну кількість вхідних параметрів, а саме динаміку навантаження, початковий пульс та тиск, при забезпеченні достатнього рівня точності.

Аналіз похибок прогнозу моделі серцево-судинної системи при рівномірно-змінюваному навантаженні та неоптимальному стані організму

Вхідні дані				Абсолютні значення похибок		Відносні значення похибок	
Час (t, хв.)	Навантаження (W, Вт.)	Пульс (H, уд./хв.)	Арт. Тиск (P, мм.рт.ст.)	Пульс (h, уд./хв.)	Арт. тиск (p, мм.рт.ст.)	Пульс (h)	Арт. тиск (p)
0	0	78	108	1.0000	1.0000	0.0128	0.0185
3	25	88	117	0.7445	-0.3962	0.0085	-0.0034
6	50	102	122	-2.3832	1.9865	-0.0234	0.0163
9	75	107	129	3.5754	2.4432	0.0334	0.0189
12	100	118	141	3.5494	-2.0720	0.0301	-0.0147
15	125	126	147	6.5209	-0.5704	0.0518	-0.0039
18	150	147	152	-3.5413	1.9259	-0.0241	0.0127
21	0	135	147	-16.189	-9.5185	-0.1199	-0.0648
24	0	114	135	-4.0559	-1.9830	-0.0356	-0.0147
27	0	102	127	2.2383	2.4121	0.0219	0.0190
30	0	98	122	2.2777	4.4822	0.0232	0.0367
33	0	96	120	1.3451	4.0755	0.0140	0.0340

Список літератури

1. Schreiner W. Simulation of coronary circulation with special regard to the venous bed and coronary sinus occlusion / W. Schreiner, F. Neumann, W. Mohl // *Journal of Biomedical Engineering*. – 1990. – №12. – P. 429-443.
2. LaCourse J.R. Simulations of arterial pressure pulse using a transmission model / J.R. LaCourse, G. Mohankrishnan, K. Sivaprasad // *Journal of Biomechanics*. – 1986. – №19. – P. 771-780.
3. Rideout V. Computer simulation study of the pulmonary circulation / V. Rideout, J. Katra // *Simulation*. – 1969. – №12. – P. 239-245.
4. Stettler J. Theoretical analysis of arterial hemodynamics including the influence of bifurcations. Part I: mathematical models and prediction of normal pulse patterns / J. Stettler, P. Niederer, M. Anliker // *Ann. Biomed. Eng.* – 2002. – №30. – P. 612-623.
5. Timischl S. A Global Model for the Cardiovascular and Respiratory System: diss. of the requirements for the

degree Doktor Rerum Naturalium / Susanne Timischl. – Karl-Franzens University of Graz. – 1998.

6. Вовкодав О.В. Система моделювання параметрів процесу реабілітації після гострого інфаркту міокарда / О.В. Вовкодав, Р.М. Пасичник // *Вісник Хмельницького національного університету*. – 2012. – №4. – С. 102-107.
7. Владимиров Ю.А. Биофизика / Ю.А. Владимиров, Д.И. Роцупкин, А.Я. Потапенко, А.И. Деев. – М.: Медицина, 1983. – С. 225-236.
8. Пасичник Р.М. Ідентифікація моделі броварного бродіння в умовах невизначеності / Р.М. Пасичник, Ю.Р. Піговський // *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. – Вінниця, 2007. – № 1. – С. 10-15.

Надійшла до редколегії 26.11.2012

Рецензент: д.ф.-м.н., проф. Д.І. Боднар, Тернопільський національний економічний університет, Тернопіль.

МОДЕЛЬ РЕАКЦИИ СЕРДЕЧНО-СОСУДИСТОЙ СИСТЕМЫ ОРГАНИЗМА НА ДОЗИРОВАННЫЕ ФИЗИЧЕСКИЕ НАГРУЗКИ В ПРОЦЕССЕ РЕАБИЛИТАЦИИ ПОСЛЕ НЕОСЛОЖНЕННОГО ИНФАРКТА МИОКАРДА

А.В. Вовкодав, Р.М. Пасичник, Л.В. Левицкая

В статье рассмотрено понятие математического моделирования сердечно-сосудистой системы человека и использования этих моделей для процесса реабилитации больных после неосложненного инфаркта миокарда. Проанализированы существующие математические модели сердечно-сосудистой системы, выделены их преимущества и недостатки. Впервые предложена математическая модель динамики пульса и давления, как реакции организма на дозированную физическую нагрузку в процессе реабилитации после инфаркта миокарда. Модель включает систему нелинейных дифференциальных уравнений, позволяющие прогнозировать динамику пульса и давления с учетом их значений до начала действия физической нагрузки.

Ключевые слова: математическая модель, идентификация, инфаркт миокарда, сердечно-сосудистая система.

REACTION MODEL OF THE CARDIOVASCULAR SYSTEM OF THE BODY TO EXERCISE STRESS IN THE REHABILITATION PROCESS AFTER AN UNCOMPLICATED MYOCARDIAL INFARCTION

O.V. Vovkodav, R.M. Pasichnyk, L.V. Levitska

The article deals with the concept of mathematical modeling of the cardiovascular system of humans and use these models for the process of rehabilitation of patients after uncomplicated myocardial infarction. The existing mathematical model of the cardiovascular system, with emphasis on their advantages and disadvantages. First proposed mathematical model of pulse and pressure, as response to the dosage of exercise during rehabilitation after myocardial infarction. The model includes a system of nonlinear differential equations to predict the dynamics of pulse and pressure on account of their values to the beginning of the exercise.

Keywords: mathematical model, identification, myocardial infarction, cardiovascular system.