УДК 681.3

М.С. Деренько[1], В.А Краснобаєв[2], О.В. Зефірова[2]

[1]Виробниче об'єднання ім. Т.Г. Шевченка, Харків
[2]Харківський національний технічний університет сільського господарства ім. П. Василенка

МЕТОД СТИСКУ МАТРИЦЬ ДАНИХ В ОПЕРАЦІЙНИХ ПРИСТРОЯХ ІНФОРМАЦІЙНО-КЕРУЮЧИХ СИСТЕМ РЕАЛЬНОГО ЧАСУ НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ КОДІВ МОДУЛЯРНОЇ АРИФМЕТИКИ

У статті пропонується метод стиску даних таблиць арифметичних операцій в операційних пристроях інформаційно-керуючих систем, що функціонують у непозиційній системі числення – у модулярной арифметиці (МА). Використання властивостей МА дозволяє практично в чотири рази скоротити кількість устаткування таблиць реалізації арифметичних операцій у МА поза залежністю від типу операцій, що раніше передбачалося неможливим.

медулярна арифметика, стиск матриць, інформаційно-керуюча система

Вступ

Постановка завдання. Рішення широкого кола складних обчислювальних задач керування інформаційно-керуючими системами (ІКС) реального часу (наприклад: АСУ ТП спеціального призначення, АСУ військами й зброєю, до яких пред'являються тверді вимоги з відмовостійкості (надійності) функціонування і підвищені вимоги з продуктивності обробки інформації в реальному часі) вимагає проведення значної кількості розрахунків за короткий проміжок часу й в реальному часі функціонування системи з необхідною точністю.

У цьому аспекті проведені дослідження пошуку методів і засобів підвищення продуктивності переробки інформації та відмовостійкості функціонування інформаційно-керуючих систем є важливими й актуальними.

Аналіз публікацій. Аналіз публікацій [1, 2] показав, що одним з підходів до розв'язання завдання одночасного підвищення продуктивності обробки інформації й відмовостійкості (надійності) функціонування ІКС є використання як системи числення непозиційної системи числення в модулярній арифметиці (МА), тобто системи числення в залишкових класів (ЧЗК).

У позиційних системах числення (ПСЧ) виконання арифметичних операцій припускає послідовну обробку розрядів операндів за правилами даної операції й вона не може бути закінчена доти, поки не будуть визначені послідовно результати всіх попередніх межразрядних операцій з урахуванням всіх зв'язків між розрядами.

Таким чином, двійкові ПСЧ, використовувані в сучасних ІКС, у яких представляється й обробляється інформація, мають істотний недолік – наявність міжрозрядних зв'язків, які накладають свій відбиток на методи реалізації арифметичних операцій.

Відома непозиційна система числення в залишкових класах, як відзначається в [1, 3, 4], має коштовну властивість незалежності один від одного залишків числа за прийнятою системою основ МА. Це відкриває широкі можливості створення не тільки нової машинної модулярної арифметики, але й принципово нової схемної реалізації архітектури ІКС, яка, у свою чергу, помітно розширює застосування машинної арифметики. Основними перевагами МА є можливість розробки й впровадження високоефективних алгоритмічних та апаратних архітектур обчислювальних структур паралельно-конвеєрного типу. При цьому забезпечується, по-перше, високий ступінь інтеграції й уніфікації операційних пристроїв (ОпП) і, по-друге, використання унікальних коригувальних властивостей непозиційних кодових структур при виявленні та виправленні, а також при контролі помилок у динаміці обчислювального процесу, тобто у реальному часі без зупинки обчислень. Нарешті, використання властивостей МА дозволяє організувати високопродуктивну реалізацію обчислювальних процесів, що вимагають більших обсягів обчислень.

Властивості МА обумовлюють високу швидкодію виконання арифметичних операцій за рахунок можливості подання й реалізації алгоритмів машинної арифметики в конвейєрно-табличній (матричної) формі. Відомо, що всі основні достоїнства МА найбільше повно виявляються при використанні табличного принципу реалізації арифметичних операцій тобто при використанні табличних (матричних) комутаторів (постійних запам'ятовуючих пристроїв (ПЗП)), що реалізують модульні операції. Тому в міру зростання ступеня вдосконалювання й розвитку інтегральної технології виробництва запам'ятовуючих пристроїв на БІС, СБІС, а також у вигляді логічних програмувальних матриць (ПЛМ) або програмувальних логічних інтегральних схем (ПЛІС), складових основу для реалізації табличних методів обчислень у МА, інтенсивність досліджень у напрямку практичного створенні табличних алгоритмів реалізації модульних операцій буде зростати.

Метою статті є розробка методу стиску матриць даних ІКС на основі використання властивостей МА шляхом застосування коду табличного множення (КТМ).

Виклад основного матеріалу статті

Операційний пристрій ІКС у МА принципово може бути виконане в такий спосіб: у суматорному варіанті (на основі використання малорозрядних двійкових суматорів); при використанні кільцевих регістрів зсуву (КРЗ); використовуючи прямій логічний метод подання результату арифметичної операції у вигляді булевих функцій і в табличному (матричному) варіанті.

При побудові ОпП на основі використання перших трьох варіантів кожний залишок числа в МА, представлений двійковим кодом, обробляється незалежно від інших, і час виконання всієї операції визначається часом, необхідним для одержання результату за найбільшою основою.

Відзначимо основні недоліки цих варіантів виконання арифметичних операцій:

– складність синтезу двійкових суматорів і КРЗ;

– значний час перетворення інформації, який визначається величиною максимальної основи МА, що є істотним недоліком для ІКС з великою розрядною сіткою;

– складність технічної реалізації операції множення;

– неефективне використання двійкових елементів розрядної сітки ІКС, внаслідок можливої надмірності подання максимальних чисел.

Ефективним методом підвищення надійності й продуктивності ІКС є використання при реалізації арифметичних операцій матричних схем на основі використання постійних запам'ятовуючих пристроїв (ПЗП), ПЛМ, а також ПЛІС. Невелика споживана потужність, підвищені надійнісні характеристики й компактність побудови матричних схем відкривають широкі перспективи використання їх у якості основних складові структури ОпП ІКС.

Стисло відзначимо достоїнства матричного (табличного) варіанта побудови ІКС у МА:

– матричні схеми мають високу конструктивну надійність, оскільки реалізуються у вигляді компактних ПЗП; у цьому випадку ОпП ІКС будується за блоковим принципом, що поліпшує ремонтопридатність ІКС (зокрема, зменшується середній час її відновлення);

– конструктивна простота побудови матричних схем і дешифраторів, які мають кількість виходів, що дорівнює величині основи МА;

– висока швидкодія реалізації арифметичних операцій: результат операції може бути отриманий у момент надходження вхідних операндів, тобто в один такт; таким чином, час виконання арифметичних операцій у МАК порівняно з тактовою частотою обчислювача, що принципово неможливо для позиційної ІКС.

У загальному випадку під табличною реалізацією арифметичних операцій $c_i = f(a_i, \beta_i)$ розуміється організація такої таблиці, у якій кожній комбінації вхідних величин a_i і β_i відповідає одне й тільки одне значення вихідної величини c_i.

В [1] показано, що при застосуванні методів спеціального кодування інформації в МА (метою яких є скорочення логічних елементів і таблиць ПЗП, що реалізують результат виконання арифметичних операцій) дозволяє домогтися того, що кількість устаткування ОпП при табличній побудові може бути не більше кількості встаткування, необхідного при суматорному принципі побудови ОпП ІКС у МА при збереженні високого значення швидкодії реалізації арифметичних операцій.

Відомий табличний метод реалізації операції модульного множення з використанням КТМ припускає використання властивостей симетрії таблиці реалізації операції модульного множення $a_i\beta_i$ двох чисел, представлених сукупністю співвідношень (1)

$$\begin{aligned}
&(m_i - a_i)(m_i - \beta_i) \equiv a_i\beta_i \pmod{m_i};\\
&a_i\beta_i + a_i(m_i - \beta_i) \equiv 0 \pmod{m_i};\\
&a_i\beta_i + \beta_i(m_i - a_i) \equiv 0 \pmod{m_i}.
\end{aligned} \tag{1}$$

Таблиця реалізації операції модульного множення симетрична відносно лівої (головної) і правої діагоналей, а також вертикалі й горизонталі. Симетричність відносно вертикалі й горизонталі визначається з умови кратності значення модуля сумі симетричних чисел таблиці множення $a_i\beta_i \pmod{m_i}$.

Виходячи з вищевикладеного, очевидно, що для табличної реалізації операції модульного множення $a_i\beta_i \pmod{m_i}$ досить мати числову інформацію про її восьму частину.

Звідси виникає можливість спростити таблицю (зменшити кількість схем збігу і матричного ПЗП) модульного множення двох чисел a_i і β_i.).

Для реалізації табличної операції $a_i\beta_i \pmod{m_i}$ використається метод стиску матриць даних в операційних пристроях інформаційно-керуючих систем, заснований на одночасній реалізації співвідношень (1), і шляхом використання спеціального кодування вхідних операндів a_i і β_i, що дозволяє в чотири рази зменшити кількість логічних елементів і таблиці модульного множення $a_i\beta_i \pmod{m_i}$.

Якщо задані вхідні операнди a_i і β_i , тоді КТМ формується в такий спосіб. Значення $a_i(\beta_i)$, які лежать у діапазоні [0, $(m_i - 1)/2$), можуть бути закодовані довільним способом, а значення $a_i(\beta_i)$, які лежать у діапазоні [$(m_i + 1)/2$, m_i - 1), кодуються як m_i - a ($m_i - \beta_i$), тобто інвертуються за модулем m_i. Для відмінності діапазонів уводиться такий індекс (ознака) КТМ:

$$\gamma_a(\gamma_\beta) = \begin{cases} 0, \text{ якщо } & 0 \le a_i(\beta_i) \le (m_i - 1)/2, \\ 1, \text{ якщо } & (m_i + 1)/2 \le a_i(\beta_i) \le m_i - 1. \end{cases}$$

У цьому випадку метод стиску матриці даних результату операції модульного множення $a_i\beta_i$ (mod m_i) за допомогою КТМ такий: якщо задані два операнди в КТМ $a_i = (\gamma_a, a'_i), \beta_i = (\gamma_\beta, \beta'_i)$, то для того, щоб одержати добуток цих чисел за модулем m_i, досить знайти добуток $a'_i\beta'_i(\bmod m_i)$ та інвертувати його узагальнений індекс γ_i у випадку, якщо γ_a відмінно від γ_β, тобто

$$a_i\beta_i(\bmod m_i) = (\gamma_i, a'_i\beta'_i(\bmod m_i)),$$

де

$$\gamma = \begin{cases} \overline{\gamma}_i, \text{ якщо } & \gamma_a \ne \gamma_\beta, \\ \gamma_i, \text{ якщо } & \gamma_a = \gamma_\beta; \end{cases}$$

$$a'_i = \begin{cases} a_i, \text{ якщо } & \gamma_a = 0, \\ m_i - a_i, \text{ якщо } & \gamma_a = 1. \end{cases}$$

(Варіант реалізації операції модульного множення для m_i = 5, за допомогою використання КТУ, представлений таблицями 3 і 4).

Реалізації арифметичних операцій додавання й віднімання з використанням КТМ у літературі або не розглядалися, або така реалізація вважалася дослідниками неможливою.

Основні труднощі полягають у тім, що досить складно синтезувати табличні алгоритми виконання цих модульних операцій, оскільки таблиці реалізації модульних операцій додавання і віднімання різні за своєю цифровою структурою, внаслідок чого вони не мають ті властивості симетрії, які мають таблиці модульного множення. Проте абсолютно інші результати можна отримати, досліджуючи можливості реалізації однієї модульної операції за допомогою таблиць, які реалізують обернену їй операцію, і навпаки [3].

При дослідженні цифрових властивостей таблиць модульних операцій додавання і віднімання доведене таке аналітичне співвідношення

$$\begin{gathered}[(\gamma_a, a'_i) + (\gamma_\beta, \beta'_i)] + \\ \{[m_i - (\gamma_a, a'_i)] - (\gamma_\beta, \beta'_i)\} = 0 \pmod{m_i},\end{gathered} \quad (2)$$

де $a_i = (\gamma_a, a'_i)$, $\beta_i = (\gamma_\beta, \beta'_i)$ – вхідні операнди, представлені в КТМ. Запишемо вираження (2) у вигляді

$$(\gamma_a, a'_i) + (\gamma_\beta, \beta'_i) = m_i - \{ [m_i - (\gamma_a, a'_i)] - (\gamma_\beta, \beta'_i) \}.$$

З вираження (3) випливає, що для одержання результату операції модульного додавання в КТМ досить знати результат операції модульного віднімання, тобто виникає можливість ефективно (з погляду зменшення кількості обладнання ПЗП) використати КТМ одночасно для трьох модульних операцій: множення, додавання і віднімання.

На основі вираження (2) розробимо універсальний алгоритм (УА), за допомогою якого можна буде здійснювати виконання кожної із трьох арифметичних операцій у ЧЗК: множення, додавання і віднімання.

Операція модульного додавання здійснюється за допомогою алгоритму, описаного виразом (2). Складемо алгоритм виконання операції модульного додавання за допомогою таблиці, для виконання операції модульного вирахування $(a'_i - \beta'_i)\bmod m_i$. Відповідно до вираження (2) складемо поетапний алгоритм реалізації операції модульного додавання (табл. 1).

Перший етап. Зменшуване $a_i = (\gamma_a, a'_i)$ інвертується за модулем $\mathbf{m_i}$, тобто одержимо такий вираз: $\overline{a}_i = ((\gamma_a + 1)\bmod 2, a'_i)$. Від'ємник (γ_β, β'_i) залишаємо без змін.

Другий етап. За допомогою ПЗП, який реалізує операцію модульного вирахування, за вхідними операндами a'_i і β'_i визначається результат операції $(a'_i - \beta'_i)\bmod m_i$.

Як і для алгоритму модульного множення, індекс γ_i результату операції модульного вирахування формується у відповідності зі значеннями індексів відповідних операндів, тобто у відповідності зі значеннями (γ_a + 1) mod 2 і γ_β, де:

$$\gamma_i = \begin{cases} \overline{\gamma}, \text{ якщо } & (\gamma_a + 1)\bmod 2 \ne \gamma_\beta, \\ \gamma, \text{ якщо } & (\gamma_a + 1)\bmod 2 = \gamma_\beta. \end{cases}$$

Отже, результат операції модульного вирахування буде мати такий вигляд:

$$(\gamma_i, (a'_i - \beta'_i)\bmod m_i).$$

Третій етап. Отриманий результат модульного вирахування інвертуємо за модулем $\mathbf{m_i}$:

$$((\gamma_i + 1)\bmod 2, (a'_i - \beta'_i)\bmod m_i).$$

Використовуючи цей алгоритм синтезоване високонадійний ОпП ІКС у МА, основу якого становлять три окремих комутатори (ПЗП), кожний з яких реалізує 0,25 частини відповідної повної таблиці модульних операцій множення (табл. 4) і вирахування (табл. 6) (перший комутатор – ІІ-квадрант таблиці множення (табл. 7); другий і третій комутатори – відповідно І (табл. 9) і ІІ (табл. 8) квадранти таблиці 6 вирахування). У цьому плані код табличного множення набуває нову якість і став універсальним табличним кодом для виконання трьох арифметичних операцій у МА.

Розглянемо ще можливий варіант побудови універсального алгоритму виконання арифметичних операцій у МА (табл. 2).

З виразу (1) виходить, що

$$\left(\gamma_a, a_i'\right) - \left(\gamma_\beta, \beta_i'\right) = \left\{ \left(\gamma_a, a_i'\right) + \left[m_i - \left(\gamma_\beta, \beta_i'\right)\right] \right\}. \quad (3)$$

З виразу (3) випливає, що результат операції модульного вирахування можна одержати за допомогою ПЗП, який реалізує операцію модульного додавання. У цьому випадку другий алгоритм буде мати такий вигляд.

Перший етап. Відповідно до вираження (3) другий доданок β_i' інвертуємо за модулем m_i:

$$\overline{\beta_i} = \left(\left(\gamma_\beta + 1\right) \bmod 2, \beta_i'\right).$$

Другий етап. За допомогою ПЗП для модульного додавання за вхідними операндами a_i' і β_i' визначимо значення модульної суми у вигляді $\left(a_i' + \beta_i'\right) \bmod m_i$.

Остаточний результат виконання операції модульного вирахування буде мати такий вигляд:

$$\left(\left(\gamma_\beta + 1\right) \bmod 2, \left(a_i' + \beta_i'\right) \bmod m_i\right).$$

При реалізації модульних операцій за допомогою другого алгоритму основу ОпП ІКС у МА становлять також три комутатори, кожний з яких реалізує 0,25 частини відповідної повної таблиці модульних операцій множення (табл. 4) і додавання (табл. 5) (перший комутатор – ІІ-квадрант таблиці множення (табл. 7); другий і третій комутатори – відповідно І (табл. 11) і ІІ (табл. 10) квадранти таблиці 5 додавання).

Подальшим розвитком і вдосконалюванням даного методу є метод стиску даних у гіперкомплексній числовій області.

Дійсно, деякі задачі цифрової обробки сигналів містять у собі операцію визначення сигналів на вході фільтра з кінцевою імпульсною характеристикою, а також визначення коефіцієнтів кореляції. Дані операції доцільно перенести в поле комплексних чисел, що дасть можливість використати властивості дискретного перетворення Фур'є. У цьому аспекті доцільно розглянути метод табличної реалізації арифметичних операцій у комплексній області, а також у числових просторах більше складної структури, тобто в гіперкомплексній області. Серед усього різноманіття систем гіперкомплексних чисел найбільшу практичну цінність можна чекати від систем комплексних чисел, кватерніонів і октав.

Відповідно до перших і другий фундаментальних теорем Гаусса встановлюється ізоморфізм між комплексними числами й відповідними дійсними вирахуваннями з ряду натуральних чисел, тобто кожне комплексне число за даним комплексним модулем порівнянне з одним і тільки з одним вирахуванням з ряду натуральних чисел. Дана обставина дозволяє замінити комплексну числову область дійсною, тобто комплексні числа – дійсними відрахуваннями за нормою даного комплексного модуля. Це дає можливість обробляти інформацію у комплексній області, працюючи тільки з дійсною, що дозволяє істотно спростити розв'язання завдань обробки інформації, представленої в комплексній області. Це зв'язано насамперед з тим, що при реалізації обчислювальних алгоритмів у комплексній області відсутні складні операції виділення дійсної і уявної частин та операції визначення їх взаємного зв'язку.

Застосування кодів МА для переробки інформації в гіперкомплексній області відкриває широкі перспективи для ІКС при розв'язанні рішення задач керування складними технічними об'єктами на основі використання багатомірних векторів функціональних просторів різних класів.

Виводи

Таким чином, незважаючи на розходження цифрової структури таблиць модульних операцій додавання, віднімання і множення, створений новий оригінальний метод стиску матриць даних ІКС, за допомогою яких реалізуються арифметичні операції в МА. Представлений метод реалізується за допомогою використання аналітичних співвідношень (1), (2) і (3).

На основі розробленого методу в статті запропоновані табличні алгоритми реалізації арифметичних операцій додавання, віднімання і множення в МА. Використання даних алгоритмів при розв'язанні рішення задач ІКС у реальному часі дозволить значно скоротити час реалізації арифметичних операцій і скоротити кількість обладнання табличного ОпП, що у свою чергу може забезпечити підвищення відмовостійкості функціонування ІКС спеціального призначення.

Таблиця 1

	1	2	3	4	5
1	$[\{\gamma_a, a_i' -$ $- (\gamma_\beta, \beta_i')]\mathrm{mod}\ m_i$	$\gamma_a = \gamma_\beta$ $(\gamma_i = 0)$	Використається II квадрант (табл. 6) повної таблиці модульного вирахування	$\gamma_a = \gamma_\beta = 0$	Результат визначається безпосередньо значеннями вузлів табл. 6 $(\gamma_\rho = \gamma_i)$
2				$\gamma_a = \gamma_\beta = 1$	Результат визначається інверту-ванням за модулем m_i значень вузлів табл. 6 $(\gamma_\rho = (\gamma_i +1)\mathrm{mod}2)$
3		$\gamma_a \neq \gamma_\beta$ $(\gamma_i = 1)$	Використається I квадрант (табл. 7) повної таблиці модульного вирахування	$\gamma_a = 1,$ $\gamma_\beta = 0$	Результат визначається безпосередньо значеннями вузлів табл. 7 $(\gamma_\rho = \gamma_i)$
4				$\gamma_a = 0,$ $\gamma_\beta = 1$	Результат визначається інверту-ванням за модулем m_i значень вузлів табл. 7 $(\gamma_\rho = (\gamma_i +1)\mathrm{mod}2)$
5	$[\{\gamma_a, a_i' +$ $+ (\gamma_\beta, \beta_i')]\mathrm{mod}\ m_i$	$\gamma_a = \gamma_\beta$ $((I = 0)$	Використається I квадрант (табл. 7) повної таблиці модульного вирахування	$\gamma_a = \gamma_\beta = 0$	Результат визначається безпосередньо значеннями вузлів табл. 7 $(\gamma_\rho = \gamma_i)$
6				$\gamma_a = \gamma_\beta = 1$	Результат визначається інверту-ванням за модулем m_i значень вузлів табл. 7 $(\gamma_\rho = (\gamma_i +1)\mathrm{mod}2)$
7		$\gamma_a \neq \gamma_\beta$ $(\gamma_i = 1)$	Використається II квадрант (табл. 6) повної таблиці модульного вирахування	$\gamma_a = 1,$ $\gamma_\beta = 0$	Результат визначається безпосередньо значеннями вузлів табл. 6 $(\gamma_\rho = \gamma_i)$
8				$\gamma_a = 0,$ $\gamma_\beta = 1$	Результат визначається інверту-ванням за модулем m_i значень вузлів табл. 6 $(\gamma_\rho = (\gamma_i +1)\mathrm{mod}2)$

Таблиця 2

	1	2	3	4	5
1	$[\{\gamma_a, a_i' -$ $- (\gamma_\beta, \beta_i')]\mathrm{mod}\ m_i$	$\gamma_a = \gamma_\beta$ $(\gamma_i = 0)$	Використається I квад-рант (табл. 9) повної таблиці модульного додавання	$\gamma_a = \gamma_\beta = 0$	Результат визначається інверту-ванням за модулем m_i значень вузлів табл. 9 $(\gamma_\rho = \gamma_i)$
2				$\gamma_a = \gamma_\beta = 1$	Результат визначається безпосере-дньо значеннями вузлів табл. 9 $(\gamma_\rho = \bar{\gamma} = (\gamma_i +1)\mathrm{mod}2)$
3		$\gamma_a \neq \gamma_\beta$ $(\gamma_i = 1)$	Використається II квад-рант (табл. 8) повної таблиці модульного до-давання	$\gamma_a = 1,$ $\gamma_\beta = 0$	Результат визначається інверту-ванням за модулем m_i значень вузлів табл. 8 $(\gamma_\rho = \bar{\gamma} = (\gamma_i +1)\mathrm{mod}2)$
4				$\gamma_a = 0,$ $\gamma_\beta = 1$	Результат визначається безпосере-дньо значеннями вузлів табл. 8 $(\gamma_\rho = \gamma_i)$
5	$[\{\gamma_a, a_i' +$ $+ (\gamma_\beta, \beta_i')]\mathrm{mod}\ m_i$	$\gamma_a = \gamma_\beta$ $(\gamma_i = 0)$	Використається II квад-рант (табл. 8) повної таблиці модульного до-давання	$\gamma_a = \gamma_\beta = 0$	Результат визначається безпосере-дньо значеннями вузлів табл. 8 $(\gamma_\rho = \gamma_i)$
6				$\gamma_a = \gamma_\beta = 1$	Результат визначається інверту-ванням за модулем m_i значень вузлів табл. 8 $(\gamma_\rho = \bar{\gamma} = (\gamma_i +1)\mathrm{mod}2)$
7		$\gamma_a \neq \gamma_\beta$ $(\gamma_i = 1)$	Використається I квад-рант (табл. 9) повної таблиці модульного додавання	$\gamma_a = 1,$ $\gamma_\beta = 0$	Результат визначається безпосере-дньо значеннями вузлів табл. 9 $(\gamma_\rho = \bar{\gamma} = (\gamma_i +1)\mathrm{mod}2)$
8				$\gamma_a = 0,$ $\gamma_\beta = 1$	Результат визначається інверту-ванням за модулем m_i значень ву-злів табл. 9 $(\gamma_\rho = \gamma_i)$

Таблиця 3

a_i	КТУ		a_i	КТУ	
	γ_a	a_i'		γ_a	a_i'
1	0	1	3	1	2
2	0	2	4	1	1

Таблиця 4

a_i / β_i	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	1	3
3	0	3	1	4	2
4	0	4	3	2	1

Таблиця 5

a_i / β_i	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

Таблиця 6

a_i / β_i	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	4	0	1	2	3
2	3	4	0	1	2
3	2	3	4	0	1
4	1	2	3	4	0

Таблиця 7

a_i / β_i		1	2
		4	3
1	4	1	2
2	3	2	4

Таблиця 8

a_i / β_i		1	2
		4	3
1	4	0	1
2	3	4	0

Таблиця 9

a_i / β_i		2	1
		3	4
1	4	2	3
2	3	1	2

Таблиця 10

a_i / β_i		1	2
		4	3
1	4	2	3
2	3	3	4

Таблиця 11

a_i / β_i		2	1
		3	4
1	4	4	0
2	3	0	1

Список літератури

1. *Акушский И.Я., Юдицкий Д.И. Машинная арифметика в остаточных классах. – М.: Сов. радио, 1968. – 440 с.*
2. *Краснобаев В.А. Методы реализации модульных операций в системах цифровой обработки информации // Радиотехника. – Х.: ХНУРЭ, 2001. – Вып. 119. – С. 130-134.*
3. *Краснобаев В.А., Илюшко Я.В., Замула А.А. Универсальные алгоритмы сжатия табличных цифровых данных результатов выполнения арифметических операций в системе остаточных классов // Радиотехника. – Х.: ХНУРЭ, 2005. – Вып. 141. – С. 217-225.*
4. *Жихарев В.Я., Юнес Эль Хандасси, Краснобаев В.А. Методы и алгоритмы реализации арифметических операций в классе вычетов // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии. – Х.: НАКУ (ХАИ), 2003. – Вып. 20. – С. 84-101.*

Надійшла до редколегії 5.02.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.С. Ілюшко, Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «ХАІ», Харків.