

УДК 621.321

О.О. Можаяев, І.В. Ільїна, Ю.В. Пантелєй

*Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків*

## **ВЛАСТИВІСТЬ ДОВГОЧАСОВОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ ІЄРАРХІЧНОЇ МОДЕЛІ**

*Розглянуті результати аналізу ієрархічної моделі, яка може генерувати трафік. Наведені математичні докази того, що генерований трафік запропонованої моделі виявляє властивості довго часовою залежності у великих масштабах часу.*

***адитивна і мультиплікативна модель, автокореляційна функція моделі, ДЧЗ властивості моделі, розподіл Парето, перетворення Лапласа, мультифрактальність, телекомунікаційні мережі***

### **Вступ**

**Постановка задачі та аналіз літератури.** Досвід локальних війн на Близькому Сході і Східній Європі показав, що сучасна тактика ведення бойових дій має характерною рисою значне збільшення обсягів інформації як на етапі підготовки, так і безпосередньо в ході бойових дій, що веде до навантажень у системах передачі даних автоматизованих систем управління військами [1]. Враховуючи ці особливості, розробку нових автоматизованих засобів бойового управління доцільно створювати на основі сучасних інформаційних технологій.

Сучасне програмне забезпечення в поєднанні з мережними та телекомунікаційними технологіями дозволяє дуже ефективно вирішувати численні завдання, які виникають при автоматизації процесів управління силами та засобами Збройних Сил України [2].

Підвищення мережної продуктивності і розробка нових додатків призводять до необхідності створення адекватних математичних моделей процесів у комп'ютерних мережах. Як показують експе-

риментальні дані, властивості мережного трафіка, що спостерігаються на практиці, досить складно інтерпретувати за допомогою методів статистичного аналізу, характерних для усталених режимів роботи мережних додатків [3, 4].

В останній час проведено розробку деяких конструктивних математичних моделей мережних процесів, що враховують особливості, які є істотними для цілей дослідження, з метою подальшого використання їх для розробки нових методів проектування високошвидкісних комп'ютерних мереж [4 – 8]. Однією з перспективних моделей, які пропонуються для моделювання реального трафіка телекомунікаційних мереж, є ієрархічна (багаторівнева) модель [8].

Вирішенню питання сумісності ієрархічної моделі з довго часовою залежністю (ДЧЗ) у великих масштабах часу та мультифрактальністю в малих присвячена значна кількість робіт [5 – 7]. Тому розгляд цього питання та надання доказу того, чи може трафік, генерований даною моделлю, виявляти ДЧЗ і мультифрактальність одночасно є актуальною науковою задачею.

Аддитивна модель, така, як процес відновлення ON/OFF, може бути строго стаціонарною, якщо початкові розподіли ON/OFF ретельно підбрані, а ДЧЗ є просто побічним продуктом важкохвостості періодів ON/OFF. З іншого боку, мультиплікативна модель, така, як каскадна модель, може виявляти вкрай складну локальну поведінку при довільно малих тимчасових масштабах, а мультифрактальність є природним результатом. Оскільки мультиплікативна модель стає аддитивною у великих тимчасових масштабах, вона може виявляти як ДЧЗ, так і мультифрактальні властивості. Розглянута ієрархічна модель є мультиплікативною на невеликих масштабах часу і прагне бути аддитивною при великих масштабах часу (при "Рівень 0" процес просто є простим періодичним процесом відновлення ON/OFF), отже, можна стверджувати, що він має обидві властивості.

**Метою даної статті** є доказ того, що запропонована ієрархічна модель має властивість ДЧЗ.

### Результати теоретичних досліджень

Для аналізу властивості ДЧЗ моделі обчислимо розподіл  $G$ ,  $ON$  періоду  $B$  і кореляційну функцію (КФ) процесу, що генерується ієрархічною моделлю.

1. Розподіл  $G$ . Припустимо, що за аналогією з [8] маємо:

$$b = (b + i) \times N, \quad (1)$$

де  $b$ ,  $i$  та  $N$  відповідають розподілам Парето з параметрами форми  $\alpha_b, \alpha_i$  і  $\alpha_N$  та параметрами масштабування  $K_b, K_i$  і  $K_N$ , відповідно. Позначимо перетворення Лапласа  $B, I, N, b$  та  $i$  через  $G(s), H(s), M(s), P(s)$  і  $Q(s)$  та отримаємо:

$$G(s) = E(e^{-Bs}) = \int_0^{\infty} E(e^{-Bs} | N = x) d(M(x)) = \quad (2)$$

$$= \int_0^{\infty} (P(s)Q(s))^x d(M(x)).$$

Припустимо, що  $m_b = E(b), m_N = E(N)$  і  $m_i = E(i)$ . Застосовуючи рівняння (2) і вважаючи, що  $\Delta \text{let} A(s) = P(s) \cdot Q(s)$ , тоді  $G(s)$  може бути визначено як:

$$G(s) = \int_0^{\infty} A(s)^x d(M(x)) = \int_0^{\infty} e^{x \log(A(s))} d(M(x)) = \quad (3)$$

$$= M(-\log(A(s))) = M(-(\log(P(s)) + \log(Q(s)))).$$

Якщо припустити, що  $m_b = E(b), m_N = E(N)$  і  $m_i = E(i)$ , та  $P$  і  $Q$  мають розподіли Парето і  $1 \leq \alpha_b \leq 2, 1 \leq \alpha_N \leq 2, 1 \leq \alpha_i \leq 2$ , то згідно з рівнянням (2), маємо:

$$P(s) = 1 - m_b s + \frac{K_b^{\alpha_b} \cdot \Gamma(2 - \alpha_b)}{\alpha_b - 1} s^{\alpha_b} + o(s^{\alpha_b}). \quad (4)$$

$$M(s) = 1 - m_N s + \frac{K_N^{\alpha_N} \cdot \Gamma(2 - \alpha_N)}{\alpha_N - 1} s^{\alpha_N} + o(s^{\alpha_N}). \quad (5)$$

$$Q(s) = 1 - m_i s + \frac{K_i^{\alpha_i} \cdot \Gamma(2 - \alpha_i)}{\alpha_i - 1} s^{\alpha_i} + o(s^{\alpha_i}). \quad (6)$$

Суміщаючи рівняння (3), (4), (5) і (6), отримаємо:

$$G(s) = 1 + m_N \cdot \Xi +$$

$$\frac{K_N^{\alpha_N} \cdot \Gamma(2 - \alpha_N)}{\alpha_N - 1} \cdot (-1)^{\alpha_N} \cdot \Xi^{\alpha_N} + o(\Xi^{\alpha_N}), \quad (7)$$

$$\Xi = Y + Z,$$

$$Y = \log(1 - m_b s + \frac{K_b^{\alpha_b} \cdot \Gamma(2 - \alpha_b)}{\alpha_b - 1} s^{\alpha_b} + o(s^{\alpha_b})), \quad (8)$$

$$Z = \log(1 - m_i s + \frac{K_i^{\alpha_i} \cdot \Gamma(2 - \alpha_i)}{\alpha_i - 1} s^{\alpha_i} + o(s^{\alpha_i})), \quad (9)$$

Оскільки  $x \rightarrow 0$  та  $\log(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + o(x^2)$ , тоді

$Y$  і  $Z$  в рівняннях (8), (9) можуть бути знайдені таким чином:

$$Y = -m_b s + \frac{K_b^{\alpha_b} \cdot \Gamma(2 - \alpha_b)}{\alpha_b - 1} s^{\alpha_b} - \frac{1}{2} m_b s^2 + o(s^2), \quad (10)$$

$$Z = -m_i s + \frac{K_i^{\alpha_i} \cdot \Gamma(2 - \alpha_i)}{\alpha_i - 1} s^{\alpha_i} - \frac{1}{2} m_i s^2 + o(s^2). \quad (11)$$

$$\Xi = Y + Z = -(m_b + m_i) s + \frac{K_b^{\alpha_b} \Gamma(2 - \alpha_b)}{\alpha_b - 1} + \quad (12)$$

$$+ \frac{K_b^{\alpha_b} \Gamma(2 - \alpha_b)}{\alpha_b - 1} s^{\alpha_b} - \frac{1}{2} (m_b + m_i) \cdot s^2 + o(s^2).$$

Згідно з рівнянням (7) і враховуючи, що  $1 \leq \alpha_b \leq 2, 1 \leq \alpha_N \leq 2$  і  $1 \leq \alpha_i \leq 2$ , отримаємо:

$$G(s) = 1 - m_N (m_b + m_i) s + m_N \frac{K_b^{\alpha_b} \cdot \Gamma(2 - \alpha_b)}{\alpha_b - 1} * \quad (13)$$

$$* s^{\alpha_b} + m_N \frac{K_i^{\alpha_i} \cdot \Gamma(2 - \alpha_i)}{\alpha_i - 1} s^{\alpha_i} + (m_b + m_i)^{m_N} *$$

$$* \frac{K_N^{\alpha_N} \cdot \Gamma(2 - \alpha_N)}{\alpha_N - 1} s^{\alpha_N} + o(s^2) =$$

$$= 1 - m_N (m_b + m_i) + C \cdot \frac{\Gamma(2 - \alpha_N)}{\alpha - 1} s^{\alpha} + o(s^{\alpha}),$$

де  $\alpha = \min(\alpha_b, \alpha_i, \alpha_N)$ ,

а  $C = C(\alpha_b, \alpha_i, \alpha_N, K_b, K_i, K_N)$  – константа, визначувана за допомогою  $\alpha_b, \alpha_i, \alpha_N, K_b, K_i, K_N$ . Рівняння (13) стверджує, що  $B$  також може трактуватися як випадкова змінна з розподілом Парето з параметром форми, мінімальним із параметрів форми  $b, N$  та  $i$ .

Для ствердження рівняння (13) виконаємо такі імітаційні експерименти з використанням Matlab.

Будемо генерувати періоди “Рівень-1” і OFF відповідно до розподілів Парето  $M$ ,  $P$  і  $Q$  з  $\alpha_b = 1,2, K_b = 1,5, \alpha_i = 1,5, K_i = 1,5, \alpha_N = 1,4, K_N = 2$  і отримаємо КФ результуючого ON періоду  $B$ . Також будемо рахувати КФ розподілів Парето з  $\alpha = \min(\alpha_N, \alpha_b, \alpha_i) = 1,2, K=1$ . На рис. 1 та рис. 2 представлені результати імітаційного моделювання графіки КФ (рис. 1) та відповідні графіки додаткової КФ (ДКФ) (рис. 2).

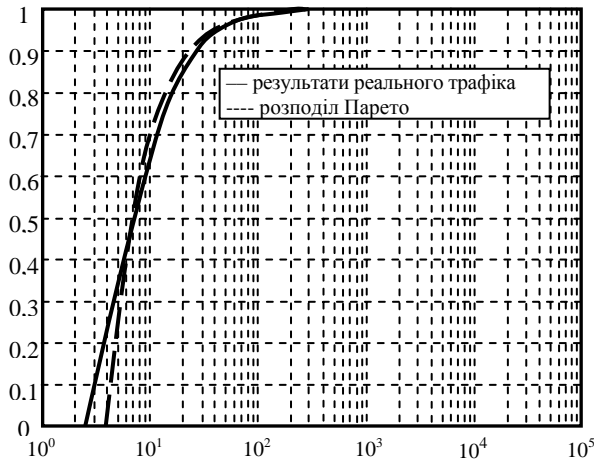


Рис. 1. Кореляційна функція результатів імітаційного моделювання

2. Автокореляційна функція моделі.

Як відомо, період ON у дволанковій ієрархічній моделі має розподіл Парето. Обчислимо автокореляційну функцію двохланкової ієрархічної моделі.

Якщо  $\{\gamma_t\}, t \geq 0$  – стаціонарний процес, який представляє вхідну швидкість, що генерується двохланковою ієрархічною моделлю у момент часу  $t$ , а  $\alpha_t$  буде вхідним процесом, що генерується в інтервалі часу  $(0, t)$ :

$$\alpha_t = \int_0^t \gamma_s d_s. \quad (14)$$

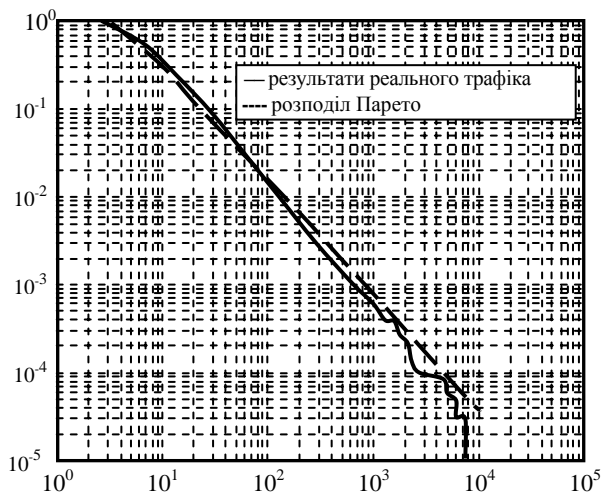


Рис. 2. Додаткова кореляційна функція результатів імітаційного моделювання

Позначимо далі через  $\{\Gamma_t^N\}$  і  $\{A_t^N\}$  суму масштабно незалежних копій процесів  $\{\gamma_t\}$  і  $\{\alpha_t\}$ , тобто

$$\Gamma_t^N = \sum_{i=1}^N \gamma_t^i \text{ і } A_t^N = \sum_{i=1}^N \alpha_t^i.$$

Для постійних  $t$ ,  $\gamma_t$  знаходяться в стані ON з вірогідністю  $\mu$  і в стані OFF з вірогідністю  $1-\mu$ . У періоді ON  $\gamma_t$  знаходиться в стані “Рівень-1” ON з вірогідністю  $\mu h$  і в стані “Рівень-1” OFF з вірогідністю  $1-\mu h$ . Отже, не викликає труднощів отримати  $E(\gamma_t) = \mu \mu h$  і  $\sigma^2 = \text{Var}(\gamma_t) = \mu \mu h (1 - \mu \mu h)$ , тобто  $\gamma_t$  є випадковою змінною Бернуллі з математичним сподіванням  $\mu \mu h$  і дисперсією  $\mu \mu h (1 - \mu \mu h)$ . Автокореляційна функція величини  $\gamma_t$  може бути отримана таким чином:

$$R(t) = E((\gamma_0 - \mu \mu h)(\gamma_t - \mu \mu h)) = E(\gamma_0 \gamma_t) - (\mu \mu h)^2. \quad (15)$$

Оскільки  $\gamma_t$  – випадкова змінна Бернуллі, то справедливо:

$$E(\gamma_0 \gamma_t) = P_r(\gamma_0 = 1, \gamma_t = 1) = \Pi_{11}(t). \quad (16)$$

З іншого боку  $\alpha_t$  є випадковою змінною, що набуває значення в інтервалі  $(0, t)$ , з математичним сподіванням  $\mu \mu h t$  і дисперсією:

$$D(t) = \text{Var}(\alpha_t) = \text{Var}\left(\int_0^t \gamma_u d_u\right) = 2 \int_0^t \int_0^v R(u) d(u) d(v). \quad (17)$$

Позначимо ДКФ від  $B$  як  $\bar{G}(x) = 1 - G(x)$ , а ДКФ від  $b$  як  $\bar{P}(x) = 1 - P(x)$ . Пригадаємо, що процес ON/OFF є процесом інверсії з функцією щільності інверсії  $h_{on}(t)$ . Розглянемо стаціонарну версію процесу інверсії [8], де початковий інтервал затримки  $\tilde{B}$  періоду ON є початковим часом повторення і має розподіл:

$$P_r(\tilde{B} > x) = \int_x^\infty \frac{P_r(B > s)}{m_B} ds. \quad (18)$$

Позначимо ДКФ від  $\tilde{B}$  як  $\bar{\tilde{G}}(x) = 1 - \tilde{G}(x)$ . У кожний період ON “Рівень-1” періоди ON і OFF також складають процес інверсії з функцією щільності інверсії  $h_{on}(t)$ . Схожим чином розглянемо стаціонарну версію процесу інверсії, де інтервал початкової затримки  $\tilde{b}$ , для “Рівень-1” періоду ON початковий час повторення має розподіл:

$$P_r(\tilde{b} > x) = \int_x^\infty \frac{P_r(b > s)}{m_b} ds. \quad (19)$$

Позначимо ДКФ від  $\tilde{b}$  як  $\bar{\tilde{P}}(x) = 1 - \tilde{P}(x)$ . Тоді, використовуючи вищевведені записи, отримаємо:

$$\Pi_{11}(t) = P_r(\tilde{b} > t) + \int_0^t h_{on}(u) \bar{\tilde{P}}(t-u) du \cdot P_r(\tilde{B} > t) +$$

$$+ \int_0^t h_{ON}(u) \cdot \bar{P}(t-u) + \int_u^t h_{on}(v) \bar{P}(t-v) dv \cdot P_r(B > t-u) du, \quad (20)$$

де три терми ураховують, відповідно, вірогідність, що:

1) Початковий період ON більш ніж  $t$ .  
 2) Початковий період ON більш ніж  $t$ , один “Рівень-1” період OFF закінчується у  $(u, u + \delta u)$ , для деякого  $u < t$  і наступний період ON має довжину більшу ніж  $t - u$ .

3) Початковий період ON менше ніж  $t$ , один “Рівень-0” період OFF закінчується у  $(u, u + \delta u)$ , для деякого  $u < t$ , і наступний період ON має період з довжиною більшою ніж  $t - u$ . Під час цього періоду ON  $t$  може попадати або в перший період “Рівень-1” ON, або в період “Рівень-1” ON після деякого періоду “Рівень-1” OFF, таким чином. складається з двох частин з подібними значеннями в своїх перших двох частинах.

Нехай  $A_3$  означає третій терм у рівнянні (20) і  $S(t) = h_{on}(t) * \bar{P}(t)$ , де  $*$  означає операцію згортання. Тоді  $A_3$  може бути переписано як:

$$A_3 = \int_0^t h_{ON}(u) \cdot \bar{P}(t-u) du + \int_0^t h_{ON}(u) \bar{G}(t-u) * \int_u^t h_{on}(v) \bar{P}(t-v) dv du = h_{ON}(t) * \bar{P}(t) + \int_0^t h_{ON}(u) \bar{G}(t-u) \cdot (h_{on}(t-u) * \bar{P}(t-u)) du = h_{ON}(t) * \bar{P}(t) + \int_0^t h_{ON}(u) \cdot (\bar{G}(t-u) S(t-u)) du = h_{ON}(t) * \bar{P}(t) + h_{ON}(t) * (\bar{G}(t) \cdot S(t)). \quad (21)$$

Отже,

$$A_3 = h_{ON}(t) * \bar{P}(t) + h_{ON}(t) * (\bar{G}(t) \cdot S(t)). \quad (22)$$

І на кінець маємо:

$$\Pi_{11}(t) = \bar{P}(t) + (h_{on}(t) * \bar{P}(t)) \cdot \bar{G}(t) + h_{ON}(t) * \bar{P}(t) + h_{ON}(t) * (\bar{G}(t) \cdot S(t)). \quad (23)$$

Якщо  $\Pi_{11}(s)$  – перетворення Лапласа від  $\Pi_{11}(t)$ , то згідно з теорією інверсії [8] можна безпосередньо отримати:

$$\Pi_{11}(s) = \frac{m_b s - 1 + P(s)}{m_b s^2} + \frac{h_{on}(s)(1-P(s))}{m_b s^3} \times \frac{(m_b s - 1 + G(s))}{m_b s^3} + \frac{h_{ON}(s)(m_b s - 1 + P(s))}{m_b s^2} + h_{ON}(s) \Phi(s), \quad (24)$$

де

$$\Phi(s) = \bar{G}(s) * S(s) = \frac{1-G(s)}{s} * \left( \frac{h_{on}(s)(1-P(s))}{s} \right), \quad (25)$$

а  $P(s)$  і  $G(s)$  – перетворення Лапласа від  $b$  і  $B$  відповідно. Тоді  $h_{on}(s)$  і  $h_{ON}(s)$  можуть бути викладені як:

$$h_{on}(s) = \frac{Q(s)(1-P(s))}{m_b s(1-P(s)Q(s))}, \quad (26)$$

$$h_{ON}(s) = \frac{H(s)(1-G(s))}{m_b s(1-G(s)H(s))}. \quad (27)$$

Нехай  $I_1, I_2, I_3$  і  $I_4$  – чотири терми в рівнянні (24). Для аналізу асимптотичної поведінки  $R(t)$  при  $t \rightarrow \infty$  покладемо  $s \rightarrow 0$ . Для полегшення розв’язання наведемо таку лему.

Лема 1. Дано  $\alpha > -1, \beta > -1$ , маємо:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \int_0^t u^\alpha (t-u)^\beta du \sim t^{\alpha+\beta+1}, \quad (28)$$

де  $\alpha(t) \sim b(t)$  означає  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\alpha(t)}{b(t)} = C$ , де  $C$  – константа.

Доведення Нехай  $Y(t) = \int_0^t u^\alpha (t-u)^\beta du$ . Тоді

$$Y(s) = \frac{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(\beta+1)}{s(\alpha+\beta+2)} \quad \text{і} \quad Y(t) \sim Ct^{\alpha+\beta+1} \quad (\text{оскільки}$$

$\alpha + \beta + 1 > -1$ ), де  $C = \frac{\Gamma(\alpha+1)\Gamma(\beta+1)}{\Gamma(\alpha+\beta+1)}$ . Для спро-

щення  $I_1 - I_4$  визначимо  $\omega_x = \frac{K_x^{\alpha_x} \Gamma(2-\alpha_x)}{\alpha_x - 1}$ , де  $x$

може бути  $B, b, I$  або  $i$ . Підставляючи рівняння (26) – (27) в чотири члени рівняння (24), можна переписати  $h_{ON}(s)$  і  $h_{on}(s)$  після простих обчислень як:

$$h_{on}(s) = \frac{m_b - \omega_b s^{\alpha_b - 1} - m_b m_i s + m_i \omega_b s^{\alpha_b}}{m_b (m_b + m_i) s} + \frac{\omega_i m_b s^{\alpha_i}}{m_b (m_b + m_i) s} + o(s^{\alpha_i \wedge \alpha_b - 1}) = \frac{\alpha(s)}{m_b (m_b + m_i) s} + o(s^{\alpha_i \wedge \alpha_b - 1}), \quad (29)$$

$\beta(s) = m_B - \omega_B s^{\alpha_B - 1} - m_B m_I s + m_I \omega_B s^{\alpha_B} + \omega_I m_B s^{\alpha_I}$ . Перетворення Лапласа  $G, H, P$  і  $Q$  може бути записано як:

$$G(s) = 1 - m_B s + \omega_B s^{\alpha_B} + o(s^{\alpha_B}); \quad (30)$$

$$H(s) = 1 - m_I s + \omega_I s^{\alpha_I} + o(s^{\alpha_I}); \quad (31)$$

$$P(s) = 1 - m_b s + \omega_b s^{\alpha_b} + o(s^{\alpha_b}); \quad (32)$$

$$Q(s) = 1 - m_i s + \omega_i s^{\alpha_i} + o(s^{\alpha_i}). \quad (33)$$

Підставляючи рівняння (29) – (33) у вирази для  $I_1 - I_4$ , і застосовуючи лему 1, маємо:

$$I_1 \sim \frac{\omega_b}{m_b} s^{\alpha_b - 2}, \quad (34)$$

$$I_2 = \frac{\alpha(s)(m_b - \omega_b s^{\alpha_b - 1} + o(\alpha_b - 1)) *}{m_b(m_b + m_i)s} \quad (35)$$

$$* (\frac{\omega_B s^{\alpha_B - 2} + o(s^{\alpha_B - 2})) \sim \frac{\omega_B m_b}{m_B(m_b + m_i)} s^{\alpha_B - 2}$$

$$I_3 = \frac{\beta(s)\omega_b}{m_B m_b(m_B + m_I)} \cdot s^{\alpha_b - 3} + o(s^{\alpha_b - 3}) \sim$$

$$\sim \frac{m_I \omega_b}{m_B m_b(m_B + m_I)} \cdot s^{\alpha_b - 2}, \quad (36)$$

$$I_4 = \frac{\beta(s)}{m_B(m_B + m_I)s} \cdot I_2 \sim$$

$$\sim \frac{\omega_B m_b}{(m_b + m_i)(m_B + m_I)} \cdot s^{\alpha_B - 2} \quad (37)$$

Підставляючи рівняння (34) – (37) в (23), отримаємо:

$$\Pi_{11}(s) = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 \sim \frac{\omega_b}{m_b} s^{\alpha_b - 2} +$$

$$+ \frac{\omega_B m_b}{m_B(m_B + m_i)} s^{\alpha_B - 2} + \frac{m_I \omega_b}{m_B m_b(m_B + m_I)} *$$

$$* s^{\alpha_b - 2} + \frac{\omega_B m_b}{(m_b + m_i)(m_B + m_I)} s^{\alpha_B - 2} \sim \quad (38)$$

$$\sim C_\alpha s^{\alpha_{\min} - 2}, s \rightarrow 0,$$

де  $\alpha_{\min} = \min(\alpha_b, \alpha_B)$ .

$$C_\alpha = \frac{\omega_b}{m_b} + \frac{m_I \omega_b}{m_B m_b(m_B + m_I)}.$$

Використовуючи результати, що отримані раніше у [8] і той факт, що  $\alpha_B = \min(\alpha_b, \alpha_i, \alpha_N)$ , маємо:

$$R(t) \sim ct^{2-\alpha_B} L(t), t \rightarrow \infty, \quad (39)$$

де  $L(t)$  – поволі змінна функція.

Згідно з рівнянням (17), перетворенням Лапласа від  $D(t) \in D(s) = 2 \frac{R(s)}{s^2}$  і:

$$D(s) \sim cs^{\alpha_B - 4} L(\frac{1}{s}), \quad (40)$$

можна легко отримати наступний вираз:

$$D(t) \sim ct^{3-\alpha_B} L(t), t \rightarrow \infty. \quad (41)$$

Таким чином, згідно з (39) і (41) можна прийти до висновку, що при  $t \rightarrow \infty$ , тобто великих тимчасових масштабах, ієрархічна модель виявляє ДЧЗ із  $H = \frac{3 - \alpha_B}{2}$ . Оскільки агрегований трафік складається з масштабно незалежних окремих джерел, з функцією автокореляції (39), то автокореляційна функція агрегованого трафіку має аналогічну залежність та при великих масштабах часу, обладає ДЧЗ із  $H = \frac{3 - \alpha_B}{2}$ . Генерований агрегований трафік складається з  $n$  джерел ОН/OFF ( $n$  змінюється від 10 до 1000).

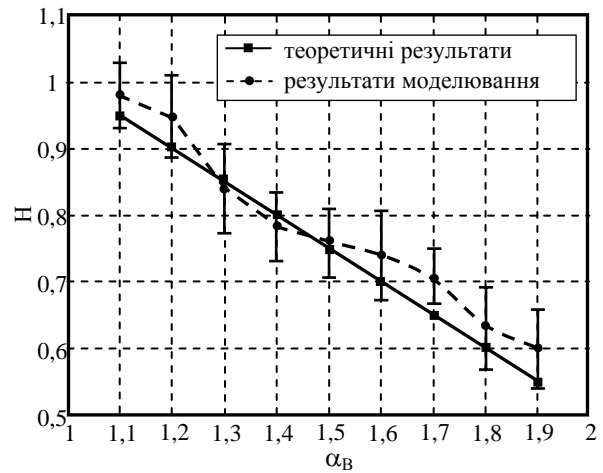


Рис. 3. Приклад сумісності запропонованої ієрархічної моделі з властивостями ДЧЗ у великих масштабах.

Кожне окреме джерело управляється ієрархічною моделлю з  $\alpha_B$ , яке змінюється від 1,1 до 1,9. Обчислений параметр Херста агрегованого трафіка з використанням запропонованого засобу порівнюється з теоретичним результатом  $H = \frac{3 - \alpha_B}{2}$ . Для різних значень  $n$  одержані схожі результати. Отже, наводимо тільки результати для випадку  $n=100$ . Як показано на рис. 3, практичний і теоретичний результати достатньо добре узгоджуються, тобто запропонована ієрархічна модель може генерувати трафік, який виявляє властивості ДЧЗ у великих масштабах часу.

### Висновки

У результаті проведених досліджень моделювання телекомунікаційного трафіка за допомогою ієрархічної (багаторівневої) моделі встановлено, що дана модель дозволяє враховувати довгочасові залежності у великих масштабах часу.

Наведений порівняльний аналіз трафіка, отриманого з використанням ієрархічної моделі, та реального трафіка встановив, що результати теоретичних та експериментальних досліджень добре узгоджуються.

### Список літератури

1. Донсков Ю.Е., Ботнев А.К. Системи связи и передачи данных армии США: состояние и перспективы развития // Военная мысль. – 2005. – № 7. – С. 4-47.
2. Семеріч Ю.П. Забезпечення зв'язку у миротворчих операціях // Наука і оборона. – 2004. – № 1. – С. 33-37.
3. Leland W., Taqqu M., Willinger W. On the self-similar nature of IP-traffic // IEEE/ACM Transactions on Networking. – 1997. – № 3. – P. 423-431.
4. Фрактальный анализ процессов, структур и сигналов // Кучук Г.А., Можяев А.А., Пащенко Р.Э., Руккас К.М. Коллективная монография. – X.: ЭкоПерспектива, 2006. – 360 с.
5. Воробійов О.В. Моделювання самоподібного тра-

фіку синтезом ансамблю стохастичних квазіперіодичних джерел та ON/OFF моделі // Системи озброєння і військова техніка. – 2006. – № 3 (6). – С. 97-105.

6. Кучук Г.А., Можяєв О.О., Воробйов О.В. Метод прогнозування фрактального трафіка // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2006. – № 6(18). – С. 181-188.

7. Кучук Г.А., Можяєв О.О., Воробйов О.В. Аналіз та моделі самоподібного трафіка // Авиационно-космическая техника и технология. – 2006. – № 9(35). – С. 173-180.

8. Можяев А.А., Ильина И.В., Коваленко А.А. Многоуровневая модель телекоммуникационного трафика системы глобальной навигации // Системи управління, навігації та зв'язк. – 2007. – Вип. 2. – С. 76-82.

Надійшла до редколегії 16.02.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. І.І. Обод, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.