УДК 681.519

Л.Г. Раскин, Т.И. Каткова, В.А. Головко

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

АНАЛИЗ НЕЧЕТКИХ ЭКСПЕРТНЫХ СИСТЕМ ОЦЕНКИ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТОВ. КОМБИНИРОВАННАЯ ЭКСПЕРТНАЯ СИСТЕМА

Проведен краткий обзор традиционных технологий построения нечетких экспертных систем оценки состояния объектов. В результате анализа принципов функционирования известных нечетких экспертных систем выявлены их недостатки. Предложена структура и соответствующая математическая модель комбинированной системы оценки состояния, объединяющая регрессионный подход системы Такаги-Сугено с байесовым механизмом логического вывода.

Ключевые слова: *нечеткие экспертные системы, расчет нечеткого распределения апостериорных вероятностей состояний объекта, комбинированный механизм логического вывода.*

Введение

Экспертные системы (ЭС) – один из наиболее эффективных инструментов оценивания состояния контролируемых объектов. Такая система преобразует набор измеренных значений $x_1, x_2, ..., x_n$ контролируемых параметров объекта в значение y – параметра, оценивающего состояние этого объекта. Простейшая система, решающая эту задачу, - экспертная система, с продукционным механизмом логического вывода, в которой процедура преобразования сводится к применению совокупности правил вида

$$\text{ЕСЛИ } x_1 \text{ это } A_1,\ x_2 \text{ это } A_2, ..., x_n \text{ это } A_n, \quad \text{ТО } y \text{ это } B. \qquad (1)$$

Продукционные системы очень удобны для использования, поскольку логика вывода в такой системе аналогична той, какую использует в подобной ситуации человек. Точность оценивания состояния в такой системе может быть сделана как угодно высокой и ограничивается только числом контролируемых параметров, точностью их измерения и правильностью заключений, образующих правила (1). Неопределенность, неизбежно сопровождающая все этапы процедуры оценивания состояния объектов с использованием ЭС, приводит к появлению и все более широкому использованию нечетких ЭС. Одной из наиболее известных таких систем является система нечеткого вывода Мамдани [1]. Применительно к задаче оценки состояния объекта эта система работает следующим образом. Для каждого из возможных состояний объекта $S_1, S_2, ..., S_p$ формируются функции принадлежности $\mu^{(k)}(x_j),\ k = 1,2,...,p,\ \ j = 1,2,...,n,$ контролируемых параметров диапазону возможных своих значений, определяемому состоянием. В соответствии с этим при получении конкретного набора измеренных значений параметров $X^{(0)} = \left\{x_1^{(0)}, ..., x_n^{(0)}\right\}$ осуществляется вычисление значений функций принадлежности $\mu^{(k)}(x_j^{(0)}),\ k = 1,2,...,p,\ \ j = 1,2,...,n$. Далее значения функций принадлежности, относящиеся к каждому из состояний, агрегируются (чаще всего с использованием операции логического умножения). При этом получают

$$\alpha_k = \mu^{(k)}(X^{(0)}) = \min\left\{\mu^{(k)}(x_1^{(0)}), ..., \mu^{(k)}(x_n^{(0)})\right\}, \quad k = 1,2,...,p. \qquad (2)$$

Перечень других приемов агрегирования приведен в [2].

Затем выполняется операция активизации заключений, состоящая в определении модифицированной функции принадлежности этих заключений для каждого из правил, например, по формуле [2]:

$$\mu_{B'_k}(y) = \min\left\{\alpha_k, \mu_{B_k}(y)\right\}, \quad k = 1,2,\ldots,p. \qquad (3)$$

Завершающей является операция дефаззификации (приведение к четкости), выполняемая, например, следующим образом:

$$\hat{k} = \sum_{k=1}^{p} \mu^{(k)}(x^{(0)}) \cdot k \Bigg/ \sum_{k=1}^{p} \mu^{(k)}(x^{(0)}).$$

Недостатки описанной процедуры, реализуемой в системе Мамдани, достаточно очевидны: снижение точности диагностики состояния за счет агрегирования, а также неоднозначность трактовки результата операции дефаззификации.

Другой подход, не требующий дефаззификации, реализован в модели нечеткого вывода Такаги-Сугено [3]. В этой модели для каждого из возможных состояний объекта формируется уравнение регрессии

$$y_k = a_{k0} + a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + ... + a_{kn}x_n, \quad k = 1,2,...,p, \qquad (4)$$

связывающее некоторый результирующий параметр y_k, характеризующий это состояние, с результатами непосредственных измерений параметров

$x_1, x_2, ..., x_n$. При этом коэффициенты (a_{kj}) в (5) оцениваются статистически. Каждому из формируемых при обучении векторов $X_i = (x_{ij})$, $i = 1,2,...,N;\ j = 1,2,...,n,$ входных переменных ставится в соответствие набор заключений $y_{i1}, y_{i2}, ..., y_{ip}$. При этом заключение y_{ik} задает и имеет смысл степени уверенности в том, что вектору X_i соответствует состояние k. Далее решаются p однотипных задач минимизации

$$J_k = (HA_k - Y_k)^T (HA_k - Y_k), \quad k = 1,2,...,p, \quad (5)$$

где
$$H = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & ... & x_{1n} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & ... & x_{2n} \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ 1 & x_{N1} & x_{N2} & ... & x_{Nn} \end{pmatrix};$$

$$A_k = \begin{pmatrix} a_{k0} \\ a_{k1} \\ ... \\ a_{kn} \end{pmatrix};\ Y_k = \begin{pmatrix} y_{1k} \\ y_{2k} \\ ... \\ y_{Nk} \end{pmatrix},$$

в каждой из которых вектор $\hat{A}_k$ оценок параметров уравнения регрессии для k-го из возможных состояний определяется соотношением

$$\hat{A}_k = (H^T H)^{-1} H^T Y_k.$$

Если для улучшения адекватности модели (5) в нее нужно включить парные взаимодействия контролируемых параметров, то для преодоления проблем в связи с возможным возникновением эффекта «малой выборки» целесообразно использовать искусственную ортогонализацию пассивного эксперимента [4]. Далее, тот же что и в модели Мамдани набор функций принадлежности $\mu^{(k)}(x_j)$ используется для формирования весовых коэффициентов W_k, $k = 1,2,...,p,$ по правилу

$$W_k = \min_i \left\{\mu^{(k)}(X_i)\right\}, \quad k = 1,2,...,p. \quad (6)$$

Теперь с учетом (5) и (6) рассчитывается оценка состояния объекта

$$\hat{k} = \sum_{k=1}^{p} \left(W_k y_k \Big/ \sum_{k=1}^{p} W_k \right) \cdot k. \quad (7)$$

Слабые звенья описанной процедуры: необоснованный выбор структуры уравнения регрессии (5) и использование операции логического умножения (6) при расчете весовых коэффициентов.

Принципиально другая идея реализуется в предложенной в [5] нечеткой байесовой ЭС. В этой системе нечеткость исходных данных отображается в описании с помощью функций принадлежности $\mu^{(k)}(x_j)$ нечетких значений априорных вероятностей наблюдения значений контролируемых параметров x_j при условии, что объект находится в состоянии S_k. Байесова система преобразует контролируемый набор параметров $X^{(0)}$ с учетом совокупности $\left\{\mu^{(k)}(x_j^{(0)})\right\}$ в набор апостериорных вероятностей $P\left(S_k / X^{(0)}\right), k = 1,2,...,p$. Понятно, что нечеткость исходных данных навязывает нечеткость результата. В [5] нечеткие априорные вероятности описаны треугольными функциями принадлежности. При этом легко могут быть получены формулы для расчета носителей нечетких чисел, описывающих апостериорное распределение вероятностей состояний. Существенно более информативный подход состоит в получении набора функций принадлежности для этих апостериорных вероятностей состояний объекта. Рассмотрим соответствующую задачу.

Основные результаты

Пусть по результатам предварительной обработки реальных данных или экспертного их оценивания получены основные статистические характеристики (математическое ожидание и дисперсия) значений априорных вероятностей наблюдения каждого из контролируемых параметров x_j ($j = 1, 2, …, n$) при условии, что объект находится в каждом из возможных состояний $S_1, S_2, ..., S_p$, то есть имеются наборы $\left(m_1^{(k)}, m_2^{(k)}, ..., m_n^{(k)}\right)$, $\left(D_1^{(k)}, D_2^{(k)}, ..., D_n^{(k)}\right)$, $k = 1,...,p$.

В соответствии с формулой Байеса набор апостериорных вероятностей состояний объекта в ситуации, когда в результате контроля получен вектор значений параметров $X^{(0)} = \left(x_1^{(0)}, ..., x_n^{(0)}\right)$, отыскивается в результате рекуррентного применения формул

$$P\left(S_k \Big/ x_1^{(0)}\right) = \frac{P\left(x_1^{(0)} \Big/ S_k\right) \cdot P(S_k)}{\sum_{k=1}^{p} P\left(x_1^{(0)} \Big/ S_k\right) \cdot P(S_k)}, \quad (8)$$

$$P\left(S_k \Big/ x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right) = \frac{P\left(x_2^{(0)} \Big/ S_k\right) \cdot \hat{P}_1(S_k)}{\sum_{k=1}^{p} P\left(x_2^{(0)} \Big/ S_k\right) \cdot \hat{P}_1(S_k)}, \quad (9)$$

$$\hat{P}_1(S_k) = P\left(S_k \Big/ x_1^{(0)}\right),\ k = 1,2,...,p, \quad (10)$$

$$P\left(S_k \Big/ x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, x_3^{(0)}\right) = \frac{P\left(x_3^{(0)} \Big/ S_k\right) \cdot \hat{P}_2(S_k)}{\sum_{k=1}^{p} P\left(x_3^{(0)} \Big/ S_k\right) \cdot \hat{P}_2(S_k)}, \quad (11)$$

$$\hat{P}_2(S_k) = P\left(S_k \Big/ x_1^{(0)}, x_2^{(0)}\right),\ k = 1,2,...,p, \quad (12)$$

и т.д.

Опишем теперь процедуру расчета функций принадлежности нечетких значений апостериорных вероятностей состояний объекта

$$P\left(S_k \Big/ x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, ..., x_n^{(0)}\right),\ k = 1,2,...,p\ .$$

Будем последовательно оценивать математическое ожидание и дисперсию апостериорных вероятностей, задаваемых в соответствии с (8) – (12). Рассчитаем математическое ожидание и дисперсию числителя и знаменателя в соотношении (8).

$$M\left[P\left(x_1^{(0)} / S_k\right) \cdot P(S_k)\right] = m_1^{(k)} \cdot P(S_k),$$

$$D\left[P\left(x_1^{(0)} / S_k\right) \cdot P(S_k)\right] = D_1^{(k)} \cdot P^2(S_k),$$

$$M\left[\sum_{k=1}^{p}\left(x_1^{(0)} / S_k\right) \cdot P(S_k)\right] = \sum_{k=1}^{p} m_1^{(k)} \cdot P(S_k),$$

$$D\left[\sum_{k=1}^{p}\left(x_1^{(0)} / S_k\right) \cdot P(S_k)\right] = \sum_{k=1}^{p} D_1^{(k)} \cdot P^2(S_k)\ .$$

Тогда

$$M\left[P\left(S_k / x_1^{(0)}\right)\right] = M\left[\frac{P\left(x_1^{(0)} / S_k\right) \cdot P(S_k)}{\sum_{k=1}^{p} P\left(x_1^{(0)} / S_k\right) \cdot P(S_k)}\right] = \tag{13}$$

$$= m_1^{(k)} \cdot P(S_k) \Big/ \sum_{k=1}^{p} m_1^{(k)} \cdot P(S_k).$$

Далее, как показано в [6], для оценки дисперсии величины $P\left(S_k / x_1^{(0)}\right)$ может использоваться следующее приближенное соотношение

$$D\left[P\left(S_k / x_1^{(0)}\right)\right] = \left(D_1^{(k)}\right)^2 \cdot P^4(S_k) +$$

$$+16\left(D_1^{(k)}\right)^2 \Big/ \left\{P^4(S_k)\left[\left(m_1^{(k)}\right)^2 - D_1^{(k)}/(1-\gamma)\right]^4\right\} + \tag{14}$$

$$+\left(m_1^{(k)}\right)^2 \cdot \frac{4D_1^{(k)}}{\left[\left(m_1^{(k)}\right)^2 - D_1^{(k)}/(1-\gamma)\right]^2} + \frac{1}{\left(m_1^{(k)}\right)^2} \cdot D_1^{(k)}.$$

Проведенные вычисления повторим для соотношений (9), (11) и т.д.

Таким образом, в конце концов будут получены наборы значений математического ожидания $\left(m_A^{(1)}, m_A^{(2)}, ..., m_A^{(p)}\right)$ и дисперсии $\left(D_A^{(1)}, D_A^{(2)}, ..., D_A^{(p)}\right)$ для всех компонентов апостериорного распределения вероятностей состояний объекта. С использованием этих наборов естественно для описания функций принадлежности соответствующих нечетких чисел выбрать гауссовы модели

$$\mu_A\left(P(S_k)\right) = \exp\left\{-\left(P(S_k) - m_A^{(k)}\right)^2 \Big/ \left(2D_A^{(k)}\right)\right\}.$$

Принципиальный недостаток описанной процедуры состоит в последовательной, пошаговой организации расчетов апостериорных вероятностей объекта. При этом ошибки оценивания компонентов в соотношениях (8)-(14) накапливаются, что может привести к непрпогнозируемо плохому конечному результату. Этот недостаток устраняется, если описанную байесову процедуру построить нерекуррентно, используя нечеткие априорные вероятности $P\left(x / S_k\right)$ наблюдения вектора контролируемых параметров X при условии, что объект находится в состоянии S_k, $k = 1,2,...,p$.

Пусть $X = \left(x_1, x_2, ..., x_n\right)$ - набор нечетких значений контролируемых переменных, для которых введены функции их принадлежности $\mu^{(k)}\left(x_j\right)$, $j = 1,2,...,n$, $k = 1,2,...,p$, диапазону возможных своих значений, определяемому состоянием. Введем совокупность линейных по параметрам, но нелинейных по факторам уравнений регрессии

$$y_k = a_{k_0} + \sum_{j=1}^{n} a_{k_j} x_j + \sum_{j_1=1}^{n} \sum_{j_2 \neq j_1} a_{kj_1 j_2} x_{j_1} x_{j_2} +$$

$$+ \sum_{j_1=1}^{n} \sum_{j_2 \neq j_1} \cdots \sum_{j_d \neq j_{d-1}} a_{kj_1 j_2 \cdots j_d} x_{j_1} x_{j_2} ... x_{jd}\ ,\ k = 1,...,p. \tag{15}$$

Если при этом предполагается, что парные взаимодействия в (15) в достаточной мере определяют возможное появление синергетического эффекта, то уравнение регрессии упростится к виду

$$y_k = a_{k_0} + \sum_{j=1}^{n} a_{k_j} x_j + \sum_{j_1=1}^{n} \sum_{j_2 \neq j_1} a_{kj_1 j_2} x_{j_1} x_{j_2}\ . \tag{16}$$

Процедура статистического оценивания коэффициентов уравнения (16) проводится аналогично использованной выше при расчете параметров модели (4), однако матрица H и векторы A_k здесь имеют вид

$$H = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} & \cdots & x_{11}x_{12} & \cdots & x_{1n-1,n} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} & \cdots & x_{21}x_{22} & \cdots & x_{2n-1,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{Nn} & \cdots & x_{N1}x_{N2} & \cdots & x_{Nn-1,n} \end{pmatrix};$$

$$A_k^T = \begin{pmatrix} a_{k0} & a_{k1} & a_{k2} & \cdots & a_{kn} & a_{k12} & \cdots & a_{k\,n-1,n} \end{pmatrix}.$$

Однако, оптимизационная задача (5) усложняется в связи с тем, что набор векторов A_k должен удовлетворять ограничению $\sum_{k=1}^{p} HA_k = 1$. Тогда вычисленные в соответствии с (16) значения y_k можно трактовать как априорные вероятности наблюдения X для k -го состояния объекта.

Поставим задачу расчета функции принадлежности нечетких чисел y_k, $k = 1,2,...,p$, рассчитываемых в соответствии с (16).

Понятно, что вид искомых функций принадлежности зависит от того, каким образом заданы функции принадлежности $\mu^{(k)}\left(x_j\right)$, $j=1,...,n$, $k=1,...,p$. Рациональный выбор функций принадлежности для нечетких значений контролируемых параметров очень важен, поскольку он определяет уровень простоты и удобства применения правил выполнения операций над соответствующими нечеткими числами. Пусть, например, каждая из этих функций является функцией (L-R)- типа, которая имеет вид

$$\mu(x)=\begin{cases}L\left((a-x)/\alpha\right), & x\le a,\\ R\left((x-a)/\beta\right), & x>a,\end{cases},$$

где L и R являются произвольными невозрастающими на множестве неотрицательных действительных чисел функциями, $\alpha>0$, $\beta>0$. При этом параметр a задает моду нечеткого числа x, а параметры α и β являются соответственно левым и правым коэффициентами нечеткости. Из этого следует, что нечеткое число (L-R)-типа при фиксированных L и R функциях однозначно определяется тройкой параметров (a,α,β). Соответствующее нечеткое число обозначается следующим образом: $B_{LR}=\langle a,\alpha,\beta\rangle$.

Удобство использования моделей (L-R)-типа для описаний функций принадлежности нечетких чисел определяется простотой выполнения алгебраических операций над соответствующими нечеткими числами [7], которые реализуются таким образом.

Результатом сложения двух нечетких чисел $U_{LR}=\langle a_u,\alpha_u,\beta_u\rangle$ и $V_{LR}=\langle a_v,\alpha_v,\beta_v\rangle$ является число (L-R)-типа $W_{LR}=\langle a_w,\alpha_w,\beta_w\rangle$, причем $a_w=a_u+a_v$, $\alpha_w=\alpha_u+\alpha_v$, $\beta_w=\beta_u+\beta_v$.

Результатом умножения нечеткого числа $U_{LR}=\langle a_u,\alpha_u,\beta_u\rangle$ на положительную константу c является число (L-R)-типа $W_{LR}=\langle a_w,\alpha_w,\beta_w\rangle$, причем $a_w=a_u c$, $\alpha_w=\alpha_u c$, $\beta_w=\beta_u c$. Результатом умножения нечеткого числа $U_{LR}=\langle a_u,\alpha_u,\beta_u\rangle$ на отрицательную константу c является нечеткое число (L-R)-типа $W_{LR}=\langle a_w,\alpha_w,\beta_w\rangle$, причем $a_w=a_u c$, $\alpha_w=-c\alpha_u$, $\beta_w=-c\beta_u$. Результатом умножения двух нечетких чисел с положительными носителями $U_{LR}=\langle a_u,\alpha_u,\beta_u\rangle$ и $V_{LR}=\langle a_v,\alpha_v,\beta_v\rangle$ является число (L-R)-типа $W_{LR}=\langle a_w,\alpha_w,\beta_w\rangle$, причем $a_w=a_u a_v$, $\alpha_w=a_u\alpha_v+a_v\alpha_u$, $\beta_w=a_u\beta_v+a_v\beta_u$.

Приведенные правила могут быть использованы для получения функций принадлежности нечетких чисел $\hat{y}_k$, $k=1,2,...,p$, рассчитываемых в соответствии с (16). Применим описанные правила выполнения операций над нечеткими числами. Пусть функция принадлежности контролируемого параметра x_i нечеткому множеству значений, соответствующему k-му состоянию описывается функцией (L-R)-типа

$$\mu^{(k)}\left(x_j\right)=\begin{cases}L\left(\left(\bar{x}_j^{(k)}-x_j\right)\big/\alpha_{kj}\right),\\ R\left(\left(x_j-\bar{x}_j^{(k)}\right)\big/\beta_{kj}\right).\end{cases}$$

Реализуем приведенные выше правила выполнения операций над нечеткими числами. При этом функция принадлежности нечеткого числа $u_{kj}=a_{kj}x_j$ имеет вид

$$\mu^{(k)}\left(u_{kj}\right)=\begin{cases}L\left(\left(a_{kj}\bar{x}_j^{(k)}-u_{kj}\right)\big/\left(a_{kj}\alpha_{kj}\right)\right),\\ R\left(\left(u_{kj}-a_{kj}\bar{x}_j^{(k)}\right)\big/\left(a_{kj}\beta_{kj}\right)\right),\end{cases}$$

а функция принадлежности нечеткого числа $u_k=\sum_{j=1}^{n}u_{kj}$ определяется по формуле

$$\mu^{(k)}\left(u_k\right)=\begin{cases}L\left(\sum_{j=1}^{n}a_{kj}\bar{x}_j^{(k)}-u_k\Big/\sum_{j=1}^{n}a_{kj}\alpha_{kj}\right),\\ R\left(\left(u_k-\sum_{j=1}^{n}a_{kj}\bar{x}_j^{(k)}\right)\Big/\sum_{j=1}^{n}a_{kj}\beta_{kj}\right).\end{cases}$$

Функция принадлежности нечеткого числа $v_{j_1j_2}=x_{j_1}x_{j_2}$ имеет вид

$$\mu^{(k)}\left(v_{j_1j_2}\right)=\begin{cases}L\left(\left(\bar{x}_{j_1}^{(k)}\bar{x}_{j_2}^{(k)}-v_{j_1j_2}\right)\big/\left(\bar{x}_{j_1}^{(k)}\alpha_{kj_2}+\bar{x}_{j_2}^{(k)}\alpha_{kj_1}\right)\right),\\ R\left(\left(v_{j_1j_2}-\bar{x}_{j_1}^{(k)}\bar{x}_{j_2}^{(k)}\right)\big/\left(\bar{x}_{j_1}^{(k)}\beta_{kj_2}+\bar{x}_{j_2}^{(k)}\beta_{kj_1}\right)\right).\end{cases}$$

Функция принадлежности нечеткого числа $w_{j_1j_2k}=a_{j_1j_2}v_{j_1j_2}$ имеет вид

$$\mu^{(k)}\left(w_{j_1j_2k}\right)=\begin{cases}L\left(\dfrac{a_{kj_1j_2}\bar{x}_{j_1}^{(k)}\bar{x}_{j_2}^{(k)}-w_{j_1j_2k}}{a_{kj_1j_2}\left(\bar{x}_{j_1}^{(k)}\alpha_{kj_2}+\bar{x}_{j_2}^{(k)}\alpha_{kj_1}\right)}\right),\\ R\left(\dfrac{w_{j_1j_2k}-a_{kj_1j_2}\bar{x}_{j_1}^{(k)}\bar{x}_{j_2}^{(k)}}{a_{kj_1j_2}\left(\bar{x}_{j_1}^{(k)}\beta_{kj_2}+\bar{x}_{j_2}^{(k)}\beta_{kj_1}\right)}\right),\end{cases}$$

а функция принадлежности нечеткого числа $w_k=\sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\ne j_1}w_{j_1j_2k}$ определяется выражением

$$\mu^{(k)}\left(w_k\right)=\begin{cases}L\left(\dfrac{\sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\ne j_1}a_{kj_1j_2}\bar{x}_{j_1}^{(k)}\bar{x}_{j_2}^{(k)}-w_k}{\sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\ne j}a_{kj_1j_2}\left(\bar{x}_{j_1}^{(k)}\alpha_{kj_2}+\bar{x}_{j_2}^{(k)}\alpha_{kj_1}\right)}\right),\\ R\left(\dfrac{w_k-\sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\ne j}a_{kj_1j_2}\bar{x}_{j_1}^{(k)}\bar{x}_{j_2}^{(k)}}{\sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\ne j}a_{kj_1j_2}\left(\bar{x}_{j_1}^{(k)}\beta_{kj_2}+\bar{x}_{j_2}^{(k)}\beta_{kj_1}\right)}\right).\end{cases}$$

Наконец, функция принадлежности нечеткого числа $y_k = u_k + w_k$ рассчитывается по формуле

$$\mu^{(k)}(y_k) = $$

$$= \begin{cases} L\left(\dfrac{\sum_{j=1}^{n} a_{kj}\bar{x}_j^{(k)} + \sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\neq j} a_{kj_1j_2}\bar{x}_{j_1}^{(k)}\bar{x}_{j_2}^{(k)} - y_k}{\sum_{j=1}^{n} a_{kj}\alpha_{kj} + \sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\neq j} a_{kj_1j_2}\left(\bar{x}_{j_1}^{(k)}\alpha_{kj_2} + \bar{x}_{j_2}^{(k)}\alpha_{kj_1}\right)}\right), \\ R\left(\dfrac{y_k - \left(\sum_{j=1}^{n} a_{kj}\bar{x}_j^{(k)} + \sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\neq j} a_{kj_1j_2}\bar{x}_{j_1}^{(k)}\bar{x}_{j_2}^{(k)}\right)}{\sum_{j=1}^{n} a_{kj}\beta_{kj} + \sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\neq j} a_{kj_1j_2}\left(\bar{x}_{j_1}^{(k)}\beta_{kj_2} + \bar{x}_{j_2}^{(k)}\beta_{kj_1}\right)}\right). \end{cases}$$

Пусть теперь в определенной ситуации принятия решения получен вектор контролируемых переменных $X^* = \left(x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*\right)$. Тогда с использованием полученных соотношений можно рассчитать оценки достоверности для каждого из состояний. Соответствующее число для k – го состояния равно

$$\mu^{(k)}\left(X^*\right) = $$

$$= \begin{cases} L\left(\dfrac{\sum_{j=1}^{n} a_{kj}\bar{x}_j^{(k)} + \sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\neq j} a_{kj_1j_2}\bar{x}_{j_1}^{(k)}\bar{x}_{j_2}^{(k)} - \left(\sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\neq j} a_{kj_1j_2}x_{j_1}^* x_{j_2}^*\right)}{\sum_{j=1}^{n} a_{kj}\alpha_{kj} + \sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\neq j} a_{kj_1j_2}\left(\bar{x}_{j_1}^{(k)}\alpha_{kj_2} + \bar{x}_{j_2}^{(k)}\alpha_{kj_1}\right)}\right), \\ R\left(\dfrac{\left(\sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\neq j} a_{kj_1j_2}x_{j_1}^* x_{j_2}^*\right) - \left(\sum_{j=1}^{n} a_{kj}\bar{x}_j^{(k)} + \sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\neq j} a_{kj_1j_2}\bar{x}_{j_1}^{(k)}\bar{x}_{j_2}^{(k)}\right)}{\sum_{j=1}^{n} a_{kj}\beta_{kj} + \sum_{j_1=1}^{n}\sum_{j_2\neq j} a_{kj_1j_2}\left(\bar{x}_{j_1}^{(k)}\beta_{kj_2} + \bar{x}_{j_2}^{(k)}\beta_{kj_1}\right)}\right), \end{cases}.$$

Полученные соотношения для функций принадлежности нечетких чисел y_k определяют функции принадлежности нечетких априорных вероятностей реализации вектора X^* при условии, что объект находится в состоянии S_k, $k = 1, 2, ..., p$. Тогда нечеткие значения априорных вероятностей состояний объекта могут быть рессчитаны по байесовой формуле

$$P\left(S_k / x^*\right) = P\left(x^* / S_k\right) P(S_k) \Big/ \sum_{k=1}^{p} P\left(x^* / S_k\right) P(S_k),$$

а их функции принадлежности с учетом полученных $\mu^{(k)}\left(x^*\right)$ определяются в соответствии с правилами выполнения операций над нечеткими числами с заданными функциями принадлежности [7].

Выводы

Описанная технология конструктивно задает комбинированную ЭС, объединяющую регрессионный подход системы Такаги-Сугено с механизмом логического вывода, присущим байесовой ЭС. При этом и первая и вторая составляющие ЭС комбинированной системы ориентированы на использование нечетко заднных исходных данных.

Список литературы

1. Mamdani E.H. Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic systems / E.H. Mamdani // Fuzzy Sets and Systems. – 1977. – V.26. – P. 1182-1191.

2. Борисов В.В. Нечеткие модели и сети. / В.В. Борисов, В.В. Круглов, А.С.Федулов. – М.: Горячая линия – Телеком, 2007. – 284 с.

3. Takagi T. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control / T. Takagi, M. Sugeno // IEEE Transactions on system. – 1985. – V. 15, No. 1. – P.116-132.

4. Раскин Л.Г. Ортогонализация пассивного эксперимента при оценивании параметров многофакторных регрессионных моделей / Л.Г. Раскин // Оценка характеристик качества сложных систем и сист. анализ. –1980. – С. 123-124.

5. Серая О.В. Нечеткая байесова экспертная система / О.В. Серая, Т.И. Каткова, Н.В. Фищукова // Вісник НТУ «КПІ». – К/: ВЕКТ, 2010. – N 51. – С. 37-41.

6. Серая О.В. Многомерные модели логистики в условиях неопределенности / О.В. Серая. – Х.: ФОП Стеценко., 2010. – 512 с.

7. Раскин Л.Г. Нечеткая математика. Основы теории. Приложения / Л.Г. Раскин, О.В. Серая. – Х.: Парус, 2008. – 352 с.

Поступила в редколлегию 25.01.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. С.М. Порошин, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.

АНАЛІВ НЕЧІТКИХ ЕКСПЕРТНИХ СИСТЕМ ОЦІНКИ СТАНУ ОБ'ЄКТІВ. КОМБІНОВАНА ЕКСПЕРТНА СИСТЕМА

Л.Г. Раскін, Т.І. Каткова, В.О. Головко

Проведено короткий огляд традиційних технологій побудови нечітких експертних систем оцінки стану об'єктів. В результаті аналізу принципів функціонування відомих нечітких експертних систем виявлені їх недоліки. Запропоновано структуру і відповідна математичну модель комбінованої системи оцінки стану, об'єднуюча регресійний підхід системи Такагі-Сугено з Байесовим механізмом логічного виводу.

Ключові слова: *нечіткі експертні системи, розрахунок нечіткого розподілу апостеріорної вірогідності станів об'єкту, комбінований механізм логічного виводу.*

THE ANALYSIS OF FUZZY EXPERT SYSTEMS ASSESSMENT OBJECTS. COMBINED EXPERT SYSTEM

L.G. Raskin, T.I. Katkova, V.O. Golovko

The brief overview of the traditional technologies of fuzzy expert systems for evaluating the state of objects. An analysis of the principles in the famous fuzzy expert systems revealed their shortcomings. Proposed structure and corresponding mathematical model of the combined system assessment, combining regression approach of Takagi-Sugeno with Bayesian inference engine.

Keywords: *unclear consulting models, calculation of unclear distribution of a posteriori probabilities of the states of object, combined mechanism of inferencing.*