УДК 510.6:519.766.2

С.Ю. Леонов

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

ИССЛЕДОВАНИЕ К-ЗНАЧНЫХ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В статье рассматриваются свойства К-значных обыкновенных дифференциальных уравнений. Доказывается теорема существования и единственности решения задачи Коши для К-значных обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассматривается нахождение общего решения задачи Коши для некоторых из простейших К-значных дифференциальных уравнений, используемых для моделирования цифровых элементов в системе моделирования на основе К-значного дифференциального исчисления.

Ключевые слова: *К-значные обыкновенные дифференциальные уравнения, поле направлений, изоклины, общее решение задачи Коши, моделирование цифровых элементов.*

Введение

Постановка проблемы и анализ литературы. В настоящее время разработка сложных вычислительных устройств невозможна без применения моделирования. Только с его помощью можно оценить работу проектируемых устройств в запредельных режимах, оценить влияние на их работоспособность различных внешних факторов, выполнить анализ и оптимизацию.

Наиболее распространенным в настоящее время является функциональное моделирование. Оно основано на описании устройств булевыми уравнениями и использует методы цифровых автоматов. Среди таких наиболее распространенных систем можно отметить OrCAD [1] или PCAD [2]. Исследование работоспособности отдельных компонент проектируемых блоков может выполняться и с помощью аналогового моделирования, в частности, на основе пакета MicroCAP [3]. Моделирование в таких пакетах выполняется на основе математического аппарата теории обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем. Системы булевого моделирования дают возможность получить достаточно грубую оценку работоспособности проектируемых устройств, в то время как системы аналогового моделирования могут быть применимы только для проектирования отдельных компонент.

Одним из методов моделирования, позволяющим уменьшить объем вычислений за счет учета только процессов переключения двоичных сигналов является метод булевого дифференциального исчисления, основоположниками которого являются Д. Бохман и Постхоф [4, 5]. Развитие этого метода имеется в работах [6 – 10]. Однако ограниченные возможности таких булевых дифференциальных моделей не способствует их широкому практическому применению.

Обзор существующих систем проектирования показывает, что несмотря на большой диапазон используемых методов проектирования они не позволяют выполнить исследование работоспособности устройств на уровне, соответствующем сложности современной элементной базы.

Это объясняется тем, что в них отсутствует возможность исследования переходных процессов переключения логических сигналов с получением соответствующих количественных оценок, учета совместного анализа функционального, топологического и электрического проектирования, а также учета влияния разброса технологических параметров микросхем и связанных с ним величин задержек сигналов на работоспособность всего устройства в целом. Все это требует разработки новых подходов и методов автоматизированного проектирования.

Одним из методов, позволяющих частично устранить указанные недостатки анализа вычислительных устройств, является метод моделирования цифровых устройств на основе математического аппарата К-значных обыкновенных дифференциальных уравнений [11, 12], на основе которых выполняется моделирование в системе автоматизированного проектирования цифровых устройств [13]. В связи с этим рассмотрим свойства К-значных дифференциальных уравнений.

Результаты исследований

Введем необходимые понятия и определения.

Определение 1. К-значным обыкновенным временным дифференциальным уравнением n-го порядка в пространстве (M, N) называется соотношение вида

$$F\left(t_i, x, \frac{Dx}{Dt_i}, \frac{D^2x}{Dt_i^2}, \ldots, \frac{D^nx}{Dt_i^n}\right) = 0 \qquad (1)$$

между независимой временной переменной

$$t_i \in N = \{0, 1, 2, \ldots\},$$

ее K-значной функцией

$$x = x(t_i)$$

и K-значными производными

$$\frac{Dx}{Dt_i}, \frac{D^2x}{Dt_i^2}, \ldots, \frac{D^nx}{Dt_i^n}.$$

Здесь $\frac{D}{Dt_i}$ — обобщенный дифференциальный оператор, который может принимать значения конкретных дифференциальных операторов, например, вида:

$$\frac{dx^+(t_j)}{dt_i} = \dot{x}^+(t_j) = \frac{x(t_j + \Delta t)\ \langle\text{-}\rangle_K\ -\ x(t_j)}{\Delta t}, \quad j \geq 0, \quad (2)$$

$$\frac{dx^-(t_j)}{dt_i} = \dot{x}^-(t_j) = \frac{x(t_j)\ \langle\text{-}\rangle_K\ -\ x(t_j - \Delta t)}{\Delta t}, \quad j \geq 1, \quad (3)$$

$$\frac{dx^\Delta(t_j)}{dt_i} = \dot{x}^\Delta(t_j) = \frac{x(t_j + \Delta t)\ \langle\text{-}\rangle_K\ -\ x(t_j - \Delta t)}{2\Delta t}, \quad j \geq 1. \quad (4)$$

Определение 2. K-значная функция $x = \varphi(t_i)$, принимающая единственное значение при любом $t_i \in N$, называется решением K-значного дифференциального уравнения (1), если после замены x на $\varphi(t_i)$,

$$\frac{Dx}{Dt_i} \text{ на } \frac{D\phi(t_i)}{Dt_i}, \ldots, \frac{D^nx}{Dt_i^n} \text{ на } \frac{D^n\phi(t_i)}{Dt_i^n}$$

уравнение обращается в тождество.

Определение 3. График решения K-значного дифференциального уравнения (1) на плоскости (t_i, x) называется K-значной интегральной кривой.

Определение 4. K-значное уравнение

$$\psi(t_i, x) = 0$$

K-значной интегральной кривой уравнения (1) называется K-значным интегралом этого уравнения.

K-значное дифференциальное уравнение (1) n-го порядка может быть сведено путем подстановок к системе из n K-значных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка:

$$\begin{aligned}
&\frac{Dx}{Dt_i} = x_1,\\
&\frac{D^2x}{Dt_i^2} = \frac{Dx_1}{Dt_i} = x_2,\\
&\frac{D^3x}{Dt_i^3} = \frac{Dx_2}{Dt_i} = x_3, \qquad (5)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\frac{D^{(n-1)}x}{Dt_i^{(n-1)}} = \frac{Dx_{n-2}}{Dt_i} = x_{n-1},\\
&F_i\left(t_i, x, x_1, x_2, \ldots, x_{n-1}, \frac{Dx_{n-1}}{Dt_i}\right) = 0.
\end{aligned}$$

Вначале исследуем K-значное обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{Dx}{Dt_i} = F(t_i, x), \quad (6)$$

где функция $F(t_i, x)$ определена на некоторой области P изменения K-значной переменной x и целочисленной переменной t_i. K-значная функция $F(t_i, x)$ при каждом значении t_i принимает одно из K значений, принадлежащих множеству

$$M = \{0, 1, \ldots, K-1\}.$$

Известно [14], что в случае непрерывных обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$x' = f(t, x), \quad (7)$$

функция f(t, x) порождает поле направлений. Это поле получается с помощью отрезков касательных, определяемых функцией f(t, x) в каждой точке области определения этой функции. Геометрически решением дифференциального уравнения (7) является такая функция $x = \varphi(t)$, которая в каждой точке своей области определения имеет касательную, определяемую уравнением (7). Функция $F(t_i, x)$ K-значного дифференциального уравнения (6) также порождает поле направлений, однако это поле в силу существенных отличий K-значных производных от производных непрерывных функций обладает качественными отличительными особенностями. Во-первых, это дискретное, а не непрерывное поле направлений, во-вторых, оно порождается не малыми (в принципе – бесконечно малыми) отрезками касательных, а кусочно-линейными функциями, область определения каждой составляющей которой не меньше $\Delta t = 1$ в силу того, что в определении производных (например, (2) – (4)) используются приращения по независимой переменной не меньше единицы.

Пример 1. Рассмотрим поле направлений K-значного дифференциального уравнения с производной вида (2)

$$\frac{dx^+}{dt_i} = \frac{x}{t_i} \quad (8)$$

при K = 7.

Очевидно, что при любом $C \in M = \{0, 1, \ldots, 6\}$ функция

$$x = Ct_i \quad (9)$$

является решением уравнения (8), а множество всех таких функций порождает поле направлений, рис. 1, расчетные данные по которому приведены в табл. 1.

Исследуя поле направлений K-значных дифференциальных уравнений, как и для непрерывных дифференциальных уравнений, можно получить определенные качественные представления о решениях этих уравнений, а в некоторых случаях, как, например, для уравнения (8), и сами K-значные интегральные кривые.

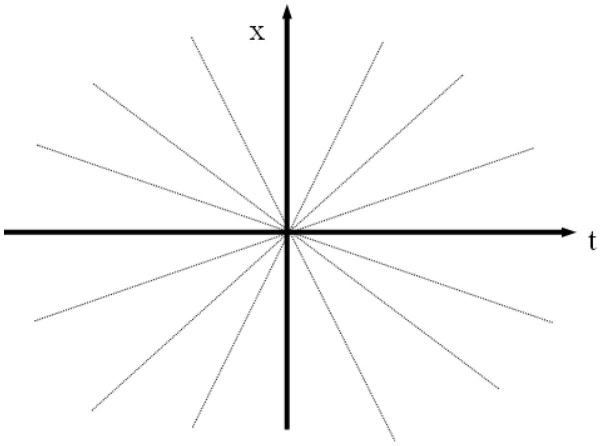

Рис. 1. Изоклины поля направлений дифференциального уравнения

Таблица 1

Расчетные данные для решения дифференциального уравнения

C_i	t_i													
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	1	3	5	0	2	4	6	1	3	5
3	0	3	6	2	5	1	4	0	3	6	2	5	1	4
4	0	4	1	5	2	6	3	0	4	1	5	2	6	3
5	0	5	3	1	6	4	2	0	5	3	1	6	4	2
6	0	6	5	4	3	2	1	0	6	5	4	3	2	1

При изучении полей направлений непрерывных дифференциальных уравнений важную роль играют изоклины – линии, имеющие во всех своих точках одинаковое поле направлений, т.е. линии, имеющие постоянную первую производную. Например, для непрерывного дифференциального уравнения

$$\frac{dx}{dt} = \frac{x}{t} \tag{10}$$

изоклинами являются полупрямые

$$x = kt, \quad t \neq 0, \tag{11}$$

выходящие из начала координат (рис. 2), которые очень наглядно характеризуют поле направлений рассматриваемого уравнения. В случае K-значных дифференциальных уравнений эта наглядность теряется. Например, для K-значного дифференциального уравнения (8), являющегося K-значным аналогом непрерывного уравнения (10), K-значные функции (9), аналоги непрерывных полупрямых (11), изображены на рис. 1.

Определение 5. Если K-значная функция

$$\psi\ (t_i, C_1, C_2, \ldots, C_m)$$

в области P при соответствующем согласованном выборе K-значных констант $C_1, \ldots, C_m$ обращается в любое решение K-значного дифференциального уравнения (6), то она называется общим K-значным решением этого уравнения.

Замечание 1. Для K-значных дифференциальных уравнений, используемых при описании функционирования цифровых устройств, обычно m = 1.

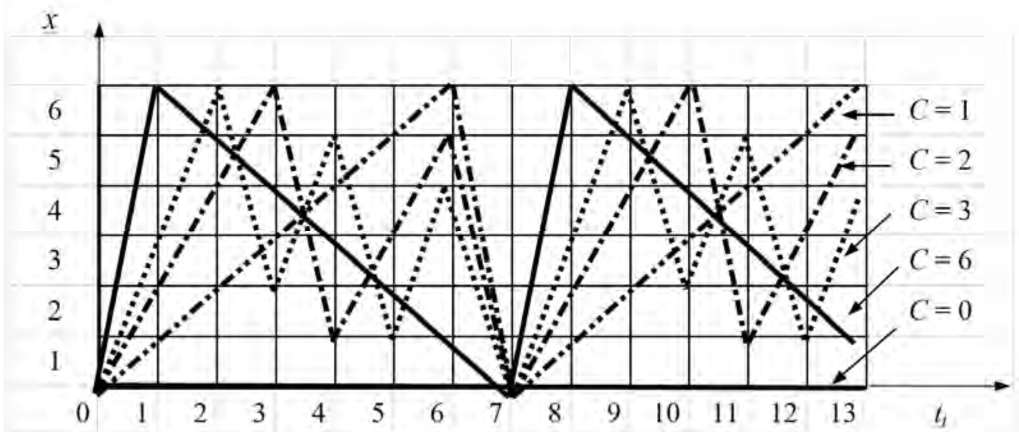

Рис. 2. Поле направлений решения дифференциального уравнения

Определение 6. Общим K-значным интегралом K-значного дифференциального уравнения (6) в области P называется K-значное уравнение

$$\Psi(t_i, x, C_1, \ldots, C_m) = 0, \tag{12}$$

если при соответствующем согласованном выборе K-значных констант $C_1, \ldots, C_m$ уравнение (12) в области P дает каждую K-значную интегральную линию уравнения (6).

При исследовании СБИС и цифровых устройств на их основе определяющую роль играют K-значные дифференциальные уравнения и их системы, решения которых удовлетворяют заданным начальным условиям.

Определение 7. Задача определения решений K-значных дифференциальных уравнений или их систем, удовлетворяющих заданным начальным условиям, называется K-значной задачей Коши либо задачей Коши для K-значных дифференциальных уравнений или их систем.

Теорема 1. (Теорема существования и единственности решения задачи Коши для K-значных дифференциальных уравнений). K-значное дифференциальное уравнение

$$\frac{dx^+}{dt_i} = F(t_i, x) \qquad (13)$$

при любых начальных условиях $x(t_н) = x_н$ в области P имеет по крайней мере одну K-значную интегральную линию, проходящую через эту точку (рис. 3).

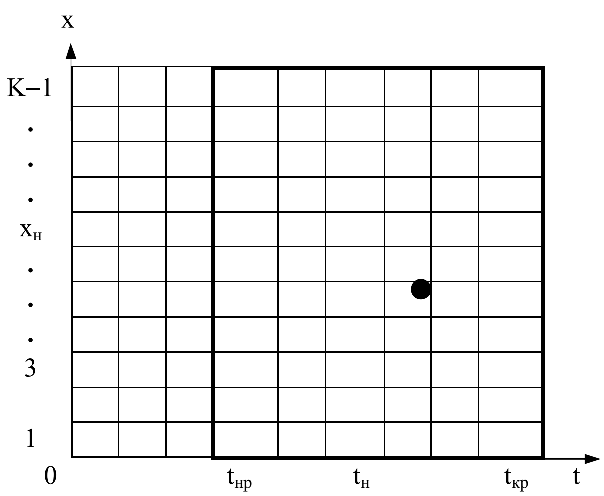

Рис. 3. Начальные условия $(t_н, x_н)$ для решения K-значного дифференциального уравнения

Доказательство.

Пусть точка $(t_н, x_н)$ находится внутри области P (рис. 3), ограниченной вертикальными прямыми

$$t = t_{нр} \text{ и } t = t_{кр}$$

(и горизонтальными прямыми x = 0, x = K–1, которым она может принадлежать). В соответствии с выражением (2) левую часть уравнения (13) в некоторый момент времени $t_j \in P$ можно записать в виде

$$\frac{x(t_j + \Delta t)\ \langle - \rangle_K\ -\ x(t_j)}{\Delta t} = F(t_j, x(t_j)) \qquad (14)$$

или

$$x(t_j + \Delta t) = x(t_j)\ \langle + \rangle_K\ F(t_j, x(t_j))\ \Delta t. \qquad (15)$$

Поскольку соотношение (15) справедливо и в точке $(t_н, x_н)$

$$x(t_н + \Delta t) = x(t_н)\ \langle + \rangle_K\ F(t_н, x(t_н))\Delta t, \qquad (16)$$

то оно однозначно определяет функцию x в точке $t_{н+1} = t_н + \Delta t$. Зная значение

$$x(t_{н+1}) = x(t_н + \Delta t),$$

можно аналогичным образом определить значение функции $x(t_i)$ в точке $t_{н+2} = t_н + 2\Delta t$ и т.д., включая значение функции $x = x(t_{кр})$.

Таким образом, K-значное дифференциальное уравнение (13) в целочисленном интервале $[t_н, t_{кр}]$ при начальных условиях $x_н = x(t_н)$ имеет единственное решение.

Рассмотрим теперь решение уравнения (13) в интервале $[t_{нр}, t_н]$. В этом случае используется соотношение (14) при $t_j = t_{н–1}$

$$\frac{x(t)\ \langle - \rangle_K - x(t - \Delta t)}{\Delta t} = F(t - \Delta t,\ x(t - \Delta t))$$

или

$$x(t_н - \Delta t) = x(t_н)\ \langle - \rangle_K\ F(t_н - \Delta t,\ x(t_н - \Delta t))\Delta t. \qquad (17)$$

В отличие от выражения (16), разрешенного относительно неизвестного значения функции

$$x(t_н + \Delta t),$$

соотношение (15) является K-значным уравнением относительно K-значного неизвестного $x(t_н–\Delta t)$.

В общем случае это уравнение может иметь одно, несколько или ни одного решения, т.е. как и в случае непрерывных дифференциальных уравнений [14 – 16], на правую часть рассматриваемого дифференциального уравнения должны быть наложены дополнительные условия. Положим, что таким дополнительным условием, накладываемым на функцию $F(t_i, x)$, будет условие однозначного решения уравнения (15) при любых значениях $t_i \in P$. В этом случае из уравнения (15) определяется единственное значение функции x при $t_н–\Delta t$, затем, принимая $t_н–\Delta t$ и $x(t_н–\Delta t)$ за новые начальные данные, определяют функцию x при $t_н–2\Delta t$ и т.д. до тех пор, пока не будет определено значение функции x при граничном значении $t = t_{нр}$.

Таким образом, K-значное дифференциальное уравнение (15) и в K-значном интервале $[t_{нр}, t_н]$ при начальных условиях $(t_н, x_н)$ и дополнительных условиях, накладываемых на правую часть уравнения (15), имеет K-значную интегральную кривую и эта кривая единственна.

Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для K-значных дифференциальных уравнений с другими видами K-значных производных доказываются аналогично.

Найдем общее решение задачи Коши для некоторых из простейших K-значных дифференциальных уравнений.

Рассмотрим вначале в области P K-значное обыкновенное дифференциальное уравнение, правая часть которого не содержит искомой функции

$$\frac{Dx(t_i)}{Dt_i} = f(t_i), \qquad (18)$$

где $\frac{D}{Dt_i}$ – обобщенный оператор дифференцирования по времени, например задаваемый соотношениями (2) – (4).

Общее решение дифференциального уравнения (18) определяется с помощью операции обращения обобщенной K-значной производной:

$$x(t_i) = \int_{t_н}^{t_i} f(\tau) D\tau \langle + \rangle_K C\,, \qquad (19)$$

где $t_н$, $t_i \in P$; C – K-значная произвольная константа; τ – целочисленная переменная, принимающая значения из дискретного интервала $[t_н, t_i]$ множества N.

Из соотношения (19) следует, что все K-значные интегральные кривые уравнения (18) могут быть получены из одной путем суммирования с постоянной K-значной функцией

$$y(t_i) = C = \text{const},\ \ C \in M.$$

Число таких интегральных кривых равно K. Конкретная интегральная кривая уравнения (18) определяется путем задания точки $(t_н, x(t_н))$, которая однозначно определяет K-значную постоянную C. Следовательно, через каждую точку области P проходит единственная K-значная интегральная кривая, а именно

$$x(t_i) = x(t_н) \langle + \rangle_K \int_{t_н}^{t_i} f(t_i) Dt_i\ . \qquad (20)$$

Формула (20) дает возможность найти единственное решение задачи Коши для K-значного дифференциального уравнения (18) с начальными условиями $(t_н, x(t_н))$.

Из уравнения (18) в силу того, что его правая часть не зависит от x, следует, что при всех $t_i \in P$ прямые, параллельные оси ординат, во всех своих K точках имеют одно и то же направление, одну и ту же производную, т.е. являются изоклинами.

Определение 8. K-значными временными дифференциальными уравнениями с разделенными переменными называются уравнения вида

$$F_1(t_i)Dt_i \langle + \rangle_K F_2(x)Dx = 0, \qquad (21)$$

где F_1 и F_2 – K-значные функции.

Общий интеграл уравнения (21) при начальных условиях $(t_н, x_н)$ есть

$$\int_{t_н}^{t_i} F_1(t_i) Dt_i \langle + \rangle_K \int_{x_н}^{x} F_2(x) Dx = C\,. \qquad (22)$$

Если функции F_1 и F_2 не обращаются одновременно в нуль при данных начальных условиях, то из соотношения (22) нетрудно найти K-значную постоянную C и конкретную K-значную интегральную кривую.

Определение 9. K-значными временными дифференциальными уравнениями с разделяющимися переменными называются уравнения вида

$$\frac{Dx(t_i)}{Dt_i} = F_1(x) \langle \times \rangle_K F_2(t_i)\,, \qquad (23)$$

где F_1 и F_2 – K-значные функции.

При $F_1(x) \neq 0,\ \ x \in P$, умножая обе части уравнения (23) на $\dfrac{Dt_i}{F_1(x)}$, получим

$$\frac{Dx(t_i)}{F_1(x)} \langle - \rangle_K F_2(t_i) Dt_i = 0\,.$$

Общим K-значным интегралом этого уравнения с начальными данными $(t_н, x_н)$, а, следовательно, и исходного уравнения (23), есть

$$\int_{x_н}^{x} \frac{Dx(t_i)}{F_1(x)} \langle - \rangle_K \int_{t_н}^{t_i} F_2(t_i) Dt_i = C\,, \qquad (24)$$

где C – K-значная произвольная постоянная.

Пример 2. Решить K-значное дифференциальное уравнение

$$\frac{dx^+}{dt_i} = \frac{t_i}{x(t_i)\langle + \rangle_K 1} \qquad (25)$$

с начальными данными $t_н = t_0 = 0$, $\quad x_н(t_0) = 0$.

Согласно общему K-значному интегралу (24) дифференциального уравнения с разделяющимися переменными получим

$$\int_0^x (x \langle + \rangle_K 1) dx^+ \langle - \rangle_K \int_0^{t_i} t_i dt_i^+ = C\,. \qquad (26)$$

Интегрируя левую часть соотношения (26) с учетом формул для K-значных интегралов

$$\int c dx^+ = cx \langle + \rangle_K C\,,$$

$$\int cx dx^+ = \frac{c}{2} x^2 \langle - \rangle_K - \frac{c}{2} x \langle + \rangle C\,,$$

имеем

$$\frac{x^2}{2} \langle - \rangle_K - \frac{x}{2} \langle + \rangle_K x \langle - \rangle_K - \frac{t_i^2}{2} \langle + \rangle_K \frac{t_i}{2} = C\,.$$

Полагая $t_н = 0$, $x_н = 0$, находим, что C = 0. Следовательно, искомым решением уравнения (25) будет K-значная интегральная кривая

$$x^2 \langle + \rangle_K x \langle - \rangle_K - t_i^2 \langle + \rangle_K t_i = 0\,.$$

Нетрудно показать, что могут быть найдены общие K-значные интегралы и для других классов K-значных обыкновенных дифференциальных уравнений:

– однородных K-значных дифференциальных уравнений

$$\frac{Dx(t_i)}{Dt_i} = f\left(\frac{x(t_i)}{t_i}\right);$$

– K-значных дифференциальных уравнений в полных дифференциалах, а также ряд других частных видов K-значных уравнений первого порядка, сводящихся к этим типам K-значных дифференциальных уравнений, аналогично тому, как сводятся к непрерывным однородным дифференциальным уравнениям и непрерывным дифференциальным уравнениям в полных дифференциалах соответствующие обыкновенные непрерывные дифференциальные уравнения [14].

Выводы

Рассмотренные в статье свойства *K*-значных дифференциальных уравнений показывают возможность их применения для моделирования цифровых элементов и устройств в системе *K*-значного моделирования.

Такое моделирование дает новые возможности для исследования работоспособности при автоматизированном проектировании современных быстродействующих устройств, имеющих повышенную степень интеграции.

Список литературы

1. Разевиг В.Д. Система проектирования цифровых устройств OrCAD / В.Д. Разевиг. – М.: Солон, 2000. – 160 с.

2. Разевиг В.Д. Применение программ P-CAD и PSpice для схемотехнического моделирования на ПЭВМ: В 4 вып. / В.Д. Разевиг. – М.: Радио и связь, 1992. – 57 с.

3. Разевиг В.Д. Система схемотехнического моделирования MICRO-CAP 5 / В.Д. Разевиг. – М.: СОЛОН, 1997 – 152 с.

4. Бохманн Д. Двоичные динамические системы // Д. Бохманн, Х. Постхоф. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 400 с.

5. Бохманн Д. Логическое дифференциальное исчисление: достижения, тенденции и приложения // Д. Бохманн, Р. Станкович, Ж. Тошич, В. Шмерко, С. Янушкевич // Автоматика и телемеханика. – 2000. – № 6. – С. 156 – 170.

6. Зайцева Е.Н. Анализ значимости элементов структурно-сложной системы с помощью логического дифференциального исчисления / Е.Н. Зайцева, В.Г. Левашенко // Автоматика и телемеханика. – 2013. – № 2. – С. 6 – 21.

7. Zaitseva E. Importance Analysis of Multi-State System by tools of Diferential Logical Calculus / Reliability, Risk and Safety. Theory and Applications. – CRC Press. – 2010. – P. 1579 – 1584.

8. Posthoff C. Logic Functions and Equitions. Binary Models for Computer Science / C. Posthoff, B. Steinbach. – Berlin: Sbringer, 2003. – 410 p.

9. Steinbach B. Logic Functions and Equitions. Examples and Exercises / B. Steinbach, C. Posthoff. – Berlin: Sbringer, 2009. – 357 p.

10. Чернов А.В. Развитие аппарата логического дифференциального исчисления в применении к задачам проектирования и диагностики телекоммуникационных систем / А.В. Чернов // Науч.-техн. ведомости Санкт-Петербургского гос. политехн. ун.-та. – 2008. – № 2. – С. 30 – 48.

11. Дмитриенко В.Д. K-значное дифференциальное исчисление и моделирование цифровых устройств // В.Д. Дмитриенко, С.Ю. Леонов. – Х.: Транспорт Украины, 1999. – 223 с.

12. Dmitrienko V.D. Research digital devices by means of modeling system on the basis of K-Value differential calculus / V.D. Dmitrienko, S.Yu. Leonov, T.V. Gladkikh // Radioelectronics & Informatics. – № 1. – 2008. – P. 63 – 69.

13. Dmitrienko V.D. Research digital devices by means of modeling system on the basis of K-Value differential calculus / V.D. Dmitrienko, S.Yu. Leonov, T.V. Gladkikh // Radioelectronics & Informatics. – № 1. – 2008. – P. 63 – 69.

14. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений / И.Г. Петровский. – М.: Наука, 1970. – 279 с.

15. Младов А.Г. Системы дифференциальных уравнений и устойчивость движения по Ляпунову / А.Г. Младов. – М.: Высшая школа, 1966. – 224 с.

16. Функциональный анализ. Серия "Справочная математическая библиотека" | Под редакцией С.Г. Крейна. – М.: Наука, 1972. – 544 с.

Поступила в редколлегию 1.02.2012

Рецензент: д-р техн. наук проф. В.Д. Дмитриенко, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.

ДОСЛІДЖЕННЯ K-ЗНАЧНИХ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

С.Ю. Леонов

У статті розглядаються властивості K-значних звичайних диференційних рівнянь. Доводиться теорема сутності та єдності рішення задачі Коши для K-значних звичайних диференційних рівнянь. Розглядається знаходження загального рішення задачі Коші для деяких з простих K-значних диференційних рівнянь, використовуваних для моделювання цифрових елементів в системі на основі K-значного диференційного числення.

Ключові слова: *K-значні звичайні диференційні рівняння, поле напрямів, ізокліни, загальне рішення задачі Коші, моделювання цифрових елементів.*

RESEARCH OF K-VALUE OF USUAL DIFFERENTIAL EQUATIONS

S.Yu. Leonov

Properties of K-Value usual differential equations are examined in the article. The theorem of unique existence of Cauchy problem solving for K-Value usual differential equations is proved. General decision of the Cauchy problem is examined for some simplest K-Value differential equations that are used for the design of digital elements in the system on basis of K-Value differential calculation.

Keywords*: K-Value usual differential equations, field of directions, isoclinals line, common decision of the Cauchy problem, design of digital elements.*