

УДК 621.34

С.М. Порошин, С.Г. Семенов

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

## РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КОМПЬЮТЕРИЗИРОВАННОЙ ИНФОРМАЦИОННО-ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ УПРАВЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ КРИТИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ С УЧЕТОМ ФАКТОРА ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

*В статье проведен анализ существующих подходов математического моделирования технических систем. Разработана математическая модель компьютеризированной информационно-измерительной управляющей системы критического применения (КИИУСКП), отличающаяся от известных учетом фактора априорной неопределенности внешних деструктивных воздействий. Проведены исследования адекватности разработанной модели в условиях возможного злоумышленного воздействия. Построены фазовые портреты КИИУСКП, функционирующей в нормальных и аномальных условиях.*

**Ключевые слова:** компьютеризированная информационно-измерительная управляющая система критического применения, внешние злоумышленные воздействия, пространство состояний, фазовый портрет.

### Введение

Глобализация и интенсификация международных информационных отношений, многообразие существующих технологий приводит к существенному усложнению существующего парка информационно-телекоммуникационных и вычислительных средств, несогласованности их структурного и функционального построения, и как следствие возможному дисбалансу системы оператор-машина. Все это расширяет возможности злоумышленников в использовании методов и средств несанкционированного доступа к информации. В то же время уровень развития систем и средств защиты, диагностирования и реагирования на деструктивные изменения режимов функционирования и внутренних характеристик компьютерных систем критического применения (КИИУСКП) остается прежним.

Развитие и повышение эффективности систем защиты КИИУСКП невозможно без предварительного решения задачи их математического моделирования. Особенно важной данная задача представляется в условиях априорной неопределенности внешних воздействий вызывающих деструктивные изменения внутренних характеристик КИИУСКП.

**Анализ литературы** [1 – 6] показал, что в настоящее время существующих множество под-

ходов математического моделирования. На рис. 1 представлена сравнительная характеристика наиболее известных подходов математической формализации сложных технических систем с указанием их достоинств и недостатков. Следует отметить, что характерным недостатком всех исследуемых подходов математического моделирования является сложность, а иногда и невозможность учета фактора априорной неопределенности в параметрах внешних воздействий на систему и, как следствие, пренебре-

Модели защищенной КС				
Графовые	Нейронных сетей	Потоковые	Тензорные	Нелинейной динамики
<p><b>Достоинства:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- простота реализации;</li> <li>- возможность определения произвольных функций распределения случайных величин</li> </ul> <p><b>Недостатки:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- не учитываются изменяемые и подстраиваемые в процессе функционирования параметры.</li> </ul>	<p><b>Достоинства:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- возможность учета большинства изменяемых в процессе функционирования параметров;</li> <li>- возможность моделирования адаптивных систем.</li> </ul> <p><b>Недостатки:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- существенные (до 100 наблюдений) временные затраты на процесс обучения при построении модели защищенной КС;</li> <li>- сложность при определении статистических характеристик и произвольных функций распределения исследуемых случайных величин.</li> </ul>	<p><b>Достоинства:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- возможность учета большинства изменяемых в процессе функционирования параметров.</li> </ul> <p><b>Недостатки:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- не учитывается разнородность информационного потока;</li> <li>- сложность при определении статистических характеристик и произвольных функций распределения исследуемых случайных величин.</li> </ul>	<p><b>Достоинства:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- возможность учета большинства изменяемых в процессе функционирования параметров;</li> <li>- возможность учета фактора априорной неопределенности входных сигналов;</li> <li>- возможность моделирования адаптивных систем;</li> </ul> <p><b>Недостатки:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- сложность при описании модели защищенной КС в аналитическом виде;</li> <li>- необходимость разбиения модели защищенной КС на ряд простых моделей.</li> </ul>	<p><b>Достоинства:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- возможность учета большинства изменяемых в процессе функционирования параметров;</li> <li>- возможность учета фактора априорной неопределенности входных сигналов;</li> <li>- возможность моделирования адаптивных систем;</li> </ul> <p><b>Недостатки:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- сложность при определении статистических характеристик и произвольных функций распределения исследуемых случайных величин.</li> </ul>
<p><b>Общий недостаток:</b> Сложность (невозможность) учета фактора априорной неопределенности в параметрах внешних воздействий на систему</p>				

Рис. 1. Сравнительная характеристика существующих подходов математической формализации технических систем

жение возможными изменениями внутреннего состояния системы. Это в значительной степени снижает эффективность использования данных математических средств формализации на практике.

Поэтому на сегодняшний день остается актуальной задача разработки математической модели КИИУСКП с учетом фактора априорной неопределенности внешних злоумышленных воздействий.

Анализ и сравнительные исследования существующих подходов математической формализации технических систем [1-6] позволили выявить необходимость решения практических задач анализа и синтеза КИИУСКП с помощью математического аппарата теории нелинейной динамики.

Основные положения этой теории уже успешно используются при решении задач механики, радиотехники, медицины и др. [3, 4]. Результаты проведенных исследований показали целесообразность использования теории нелинейной динамики и при формализации и решении прикладных задач в КИИУСКП.

### 1. Математическая формализация КИИУСКП на основе положений нелинейной динамики

Представим КИИУСКП как объект управления в виде совокупности двух подсистем (Q1 – статическая (с фиксированными параметрами), Q2 – динамическая (с перестраиваемыми параметрами)), а так же матрицы X координат состояния системы.

В этом случае для математической формализации воспользуемся упрощенной аппроксимацией моделей динамических систем – уравнением Ленжевена:

$$\dot{x} = f(x, u, t) + \sigma(x, t)\omega(t), \quad (1)$$

где  $f(x, u, t)$  – векторная функция указанных аргументов;  $\omega(t)$  –  $n$ -мерный случайный процесс типа белого шума с нулевым математическим ожиданием  $E[\omega(t)] = 0$  и ковариационной матрицей вида:

$$E[\omega(t)\omega^T(t')] = \psi(t)\delta(t-t'),$$

$\sigma(x, t)$  –  $n \times n$ -матричная функция, задающая зависимость возмущений от состояния защищенности системы;  $\psi(t)$  – матричная функция времени размера  $n \times n$ .

При использовании этого уравнения, для описания КИИУСКП, возникает необходимость учета факторов внешних воздействий на систему, которые можно описать с помощью вектор-функции  $\chi(t)$ , а также реакции КИИУСКП на эти воздействия, формализуемой с помощью матричной функции чувствительности  $\theta(x, t)$ .

С учетом этого предположения уравнение (1) может быть модифицировано, путем введения, в качестве составляющей, произведения  $\theta(x, t)$  на  $\chi(t)$ .

Данное произведение отображает реакцию КИИУСКП на внешние злоумышленные воздействия.

В этом случае уравнение, описывающее КИИУСКП примет вид:

$$\dot{x} = f(x, u, t) + \sigma(x, t)\omega(t) + \theta(x, t)\chi(t). \quad (2)$$

В уравнении 2 под вектором внутренних состояний в общем случае (если не оговорено отдельно) будем понимать вектор  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  параметров системы, характеризующих ее внутреннее состояние (например,  $x_1$  – количество пользовательских процессов в КИИУСКП, определенных установленными требованиями;  $x_2$  – количество активных драйверов, предусмотренных нормативными документами;  $x_3$  – количество системных служб, необходимых для нормального функционирования компьютерной системы;  $x_4$  – коэффициент загрузки центрального процессора КИИУСКП, % др.), а под вектором переменных управления будем понимать вектор  $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$  (например,  $u_1$  – доля (перечень) разрешенных для использования активных пользовательских процессов;  $u_2$  – доля активных драйверов, предусмотренных нормативными документами;  $u_3$  – доля (перечень) активных системных служб, установленная нормативными документами;  $u_4$  – коэффициент распределения пропускной способности центрального процессора КИИУСКП и т.д). Стоит учесть, что на практике достаточно сложно заранее спрогнозировать и оценить закон распределения случайной величины интенсивности внешних деструктивных воздействий и, соответственно, описать вектор-функцию  $\chi(t)$ . Кроме того, уравнение (1) в общем случае математически формализует лишь отдельный элемент (узел, подсистему) КИИУСКП. Сама же КИИУСКП в общем случае состоит из «множества взаимосвязанных элементов (узлов)».

Проведенные исследования показали, что влияние отдельных узлов друг на друга при математической формализации КИИУСКП необходимо рассматривать как дополнительный внешний возмущающий фактор, при этом соответствующая вектор-функция взаимовлияния узлов друг на друга (при воздействии на систему некоторого  $j$ -го внешнего фактора) может быть представлена в виде функционала:

$$\Phi_i^{(j)} = f \left( \begin{matrix} f^* \left( x_{1,k}^{(j)}, x_{1,k+1}^{(j)}, \dots, x_{1,i-1}^{(j)}, x_{1,i+1}^{(j)}, \dots, x_{1,n}^{(j)}, t \right) \\ f^* \left( x_{2,k}^{(j)}, x_{2,k+1}^{(j)}, \dots, x_{2,i-1}^{(j)}, x_{2,i+1}^{(j)}, \dots, x_{2,n}^{(j)}, t \right) \\ \dots \\ f^* \left( x_{m,k}^{(j)}, x_{m,k+1}^{(j)}, \dots, x_{m,i-1}^{(j)}, x_{m,i+1}^{(j)}, \dots, x_{m,n}^{(j)}, t \right) \end{matrix} \right)^T, \quad (3)$$

где  $k > 0$  – номер некоторого элемента в системе;

$n > 0$  – число элементов в системе;  $m > 0$  – число показателей, определяющих состояние системы;  $x_{m,n}^{(j)}$  – переменная, характеризующая некоторый показатель  $m$ , оказывающий влияние на элемент системы  $n$ .

С учетом выше отмеченного, внешние воздействия на систему можно рассматривать в виде аддитивной суммы:

$$\dot{h}_i^{(j)}(t) = \chi_i^{(j)}(t) + \Phi_i^{(j)}, \quad (4)$$

где  $\dot{h}_i^{(j)}(t)$  – уточненная матричная функция, описывающая внешние воздействия на  $i$ -й элемент системы;  $\chi_i^{(j)}(t)$  – вектор-функция, описывающая  $j$ -е воздействие на  $i$ -й элемент.

$$\left| \begin{array}{l} \dot{x}_{1,1} = f(x_{1,1}, u_{1,1}, t) + \sigma(x_{1,1}, t)\omega_1(t) + \theta(x_{1,1}, t)\dot{h}_1(t) \quad \vdots \\ \dot{x}_{2,1} = f(x_{2,1}, u_{2,1}, t) + \sigma(x_{2,1}, t)\omega_2(t) + \theta(x_{2,1}, t)\dot{h}_2(t) \quad \vdots \\ \dots \quad \vdots \\ \dot{x}_{n,1} = f(x_{n,1}, u_{n,1}, t) + \sigma(x_{n,1}, t)\omega_n(t) + \theta(x_{n,1}, t)\dot{h}_n(t) \quad \vdots \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} \dot{x}_{1,m} = f(x_{1,m}, u_{1,m}, t) + \sigma(x_{1,m}, t)\omega_1(t) + \theta(x_{1,m}, t)\dot{h}_1(t) \\ \dot{x}_{2,m} = f(x_{2,m}, u_{2,m}, t) + \sigma(x_{2,m}, t)\omega_2(t) + \theta(x_{2,m}, t)\dot{h}_2(t) \\ \dots \\ \dot{x}_{n,m} = f(x_{n,m}, u_{n,m}, t) + \sigma(x_{n,m}, t)\omega_n(t) + \theta(x_{n,m}, t)\dot{h}_n(t) \end{array} \right. \quad (4)$$

$$\left| \begin{array}{l} y_{1,1} = h(x_{1,1t}, t) + \eta_1(t) + \tilde{\lambda}_{1,1}(t) \quad \vdots \\ y_{2,1} = h(x_{2,1t}, t) + \eta_2(t) + \tilde{\lambda}_{2,1}(t) \quad \vdots \\ \dots \quad \vdots \\ y_{n,1} = h(x_{n,1t}, t) + \eta_n(t) + \tilde{\lambda}_{n,1}(t) \quad \vdots \end{array} \right. \quad \left| \begin{array}{l} y_{1,m} = h(x_{1,mt}, t) + \eta_1(t) + \tilde{\lambda}_{1,m}(t) \\ y_{2,m} = h(x_{2,mt}, t) + \eta_2(t) + \tilde{\lambda}_{2,m}(t) \\ \dots \\ y_{n,m} = h(x_{n,mt}, t) + \eta_n(t) + \tilde{\lambda}_{n,m}(t) \end{array} \right. \quad (5)$$

где  $\dot{x}_{n,m}$  – скорость изменения  $m$ -го параметра, характеризующего состояние  $n$ -го элемента КИИУСКП;  $y_{n,m}$  – наблюдаемый  $m$ -й параметр, характеризующий состояние  $n$ -го элемента КИИУСКП;  $x_{n,mt}$  – реализация процесса, характеризуемого показателем  $x_{n,m}(t)$ , удовлетворяющего уравнению (2);  $h(x_{n,mt}, t)$  – заданная векторная функция указанных аргументов;  $\eta_i(t)$  – гаусов случайный процесс с корреляционной матрицей вида:

$$E[\eta_i(t)\eta_i^T(t')] = R_{ia}(t)\delta(t-t'),$$

некоррелированный с порождающим процессом  $\omega_i(t)$ ;  $R_{ia}(t)$  – матрица интенсивности внутренних независимых возмущений;  $\tilde{\lambda}_{n,m}(t)$  – вектор-функция измеряемых внешних возмущений.

Как было отмечено выше, в общем случае для описания текущего состояния  $x_i$  отдельного узла КИИУСКП используют множество вероятностно-временных характеристик системы. Однако, как показали исследования [2], для выявления аномаль-

ного поведения компьютерной системы не обязательно оценивать все доступные параметры. Так, например, в соответствии с законом Паретто, для получения 80% данных о состоянии системы достаточно оценить 20% измеряемых параметров.

В этой ситуации возникает необходимость в выявлении наиболее значимых параметров, характеризующих текущее состояние системы.

Проведем анализ и выбор набора наблюдаемых параметров КИИУСКП, а также его обоснование. Для этого все параметры, характеризующие текущее состояние КИИУСКП, разобьем на три подмножества  $\{X1, X2, X3\} \in X$  :  $X1 = \{x_1, x_4, x_5, x_6, x_{13}, x_{15}, x_{16}\}$  – подмножество, характеристики элементов которого могут быть изменены в результате межсетевого взаимодействия КИИУСКП с внешними системами и сетями (характеристики, изменяемые в результате выполнения внутренних процессов, запуск которых обусловлен сетевой активностью КИИУСКП, отнесем к также относится к этому множеству);  $X2 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_{10}\}$  – подмножество, характеристики элементов которого могут быть значитель-

но изменены только в результате действий локально запущенных процессов;  $X3 = \{x_7, x_8, x_9, x_{11}, x_{12}, x_{14}\}$  – подмножество характеристик элементов, изменения которых происходят только в результате внештатных ситуаций, не предусмотренных технической документацией на объект.

Проведенный анализ процесса функционирования КИИУСКП показал, что для выявления аномальности ее поведения необходимо комплексная оценка наиболее значимых (показательных) характеристик из всех трех рассматриваемых подмножеств  $\{X1, X2, X3\}$ .

С учетом данного факта результаты решения системы уравнений (4), (5)  $(\dot{x}_{k,i}, y_{k,i})$  для  $k$ -го элемента КИИУСКП представляют собой векторные величины, а текущее состояние системы в целом формализуется в виде матрицы:

$$\dot{X}^{(k)} = \begin{pmatrix} f(X1^{(k)}) = f(x_1, x_4, x_5, x_6, x_{13}, x_{15}, x_{16}) \\ f(X2^{(k)}) = f(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_{10}) \\ f(X3^{(k)}) = f(x_7, x_8, x_9, x_{11}, x_{12}, x_{14}) \end{pmatrix}, \quad (6)$$

с учетом результатов измерения:

$$Y^{(k)} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Часто на практике для исследования разработчику достаточно выбрать одну характеристику. В этом случае параметры  $\dot{x}_{k,i}$  и  $y_{k,i}$  представляют собой скалярные величины, а  $\dot{X}^{(k)}$ , соответственно, вектор.

Как показали исследования [4], в настоящее время существует множество методик выбора наблюдаемых характеристик системы. Большинство из них основывается на экспертных оценках информативности той или иной характеристики в различных режимах функционирования системы. Выбор конкретных наблюдаемых характеристик в том или ином случае во многом зависит от предназначения, структурных, функциональных и архитектурных особенностей исследуемых систем.

Определим наблюдаемые характеристики, которые будут использоваться при исследовании адекватности разработанной математической модели КИИУСКП. При этом отдадим предпочтение тем характеристикам, которые с одной стороны емко описывают активность системы, а с другой – предоставляют возможность мониторинга с помощью аппаратного или программного обеспечения в режиме реального времени.

Анализ литературы [3], а также экспертная оценка подмножеств  $\{X1^{(k)}, X2^{(k)}, X3^{(k)}\}$  показали, что наиболее информативными и легко измеряемы-

ми характеристиками являются: коэффициент загрузки центрального процессора КИИУСКП –  $x_4$ ; коэффициент загрузки памяти КИИУСКП –  $x_5$ ; сетевая активность на входе/выходе КИИУСКП –  $x_6$ ; температура центрального процессора КИИУСКП –  $x_7$ .

## 2. Исследование математической модели КИИУСКП

С учетом указанных фактов исследуем адекватность разработанной математической модели КИИУСКП на примере компьютерной сети, структура которой представлена на рис. 2.

Для этого проведем циклы математического и имитационного моделирования, в которых в качестве допущений определим что: система функционирует в двух режимах: нормальном (без внешних злоумышленных воздействий) и аномальном (производится *Dos*-атака на узел 1); на узлах 2 и 3 произведено предварительное размещение злоумышленного программного обеспечения, позволяющего генерировать трафик высокой интенсивности; основным параметром, характеризующим состояние отдельного узла сети, является загрузка центрального процессора  $Z_i$ ; случайная величина  $Z_i$  загрузки центрального процессора, как в нормальном, так и в аномальном режимах работы, подчинена закону Парето (в процессе моделирования участвуют микропроцессорные компьютерные системы *RISK*-архитектуры [7]);

процесс измерения и соответственно подстройки измеряемых параметров производится каждую секунду.

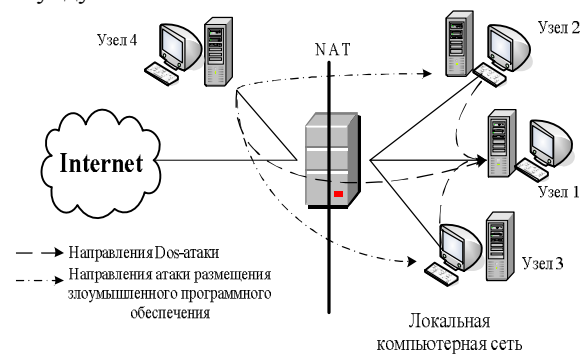


Рис. 2. Структура КИИУСКП, подвергающейся атакам злоумышленника

Результаты исследования математической и имитационной модели КИИУСКП в нормальном режиме функционирования представлены на рис. 3, 4 (графики зависимости «экспериментальной» (рис. 3 а) и «теоретической» (рис. 4 а) загрузки центрального процессора компьютерных систем 1, 2 и 3 ( $Z_1, Z_2, Z_3$ ) от времени функционирования узлов в нормальных условиях ( $\dot{h}_i(t) = 0$ ), а также гистограммы плотности распреде-

ления случайной величины  $Z_i$ , полученные в результате эксперимента (рис. 3, б) и математического моделирования (рис. 4, б)). Для оценки адекватности разработанной математической модели КИИУСКП была произведена проверка гипотезы о совпадении распределения «теоретической» и «экспериментальной» генеральной совокупности полученных значений по критерию согласия Пирсона [8].

Результаты проведенной проверки показали результаты, представленные в табл. 1.

Как видно из табл. 1, все числовые значения критерия  $K_{изм}$  меньше «табличного» критерия Пирсона  $K$ , что говорит о правильности выдвинутой гипотезы и, соответственно, об адекватности разработанной математической модели КИИУСКП в условиях нормального режима функционирования.

Таблица 1

Результаты проверки выдвинутой гипотезы в нормальных условиях функционирования

N узла	1	2	3
Число степеней свободы	4		
Уровень значимости	0,99		
Критерий Пирсона «табличный» K	0,297		
Критерий Пирсона «измеренный» $K_{изм}$	0,028134	0,094511	0,017022

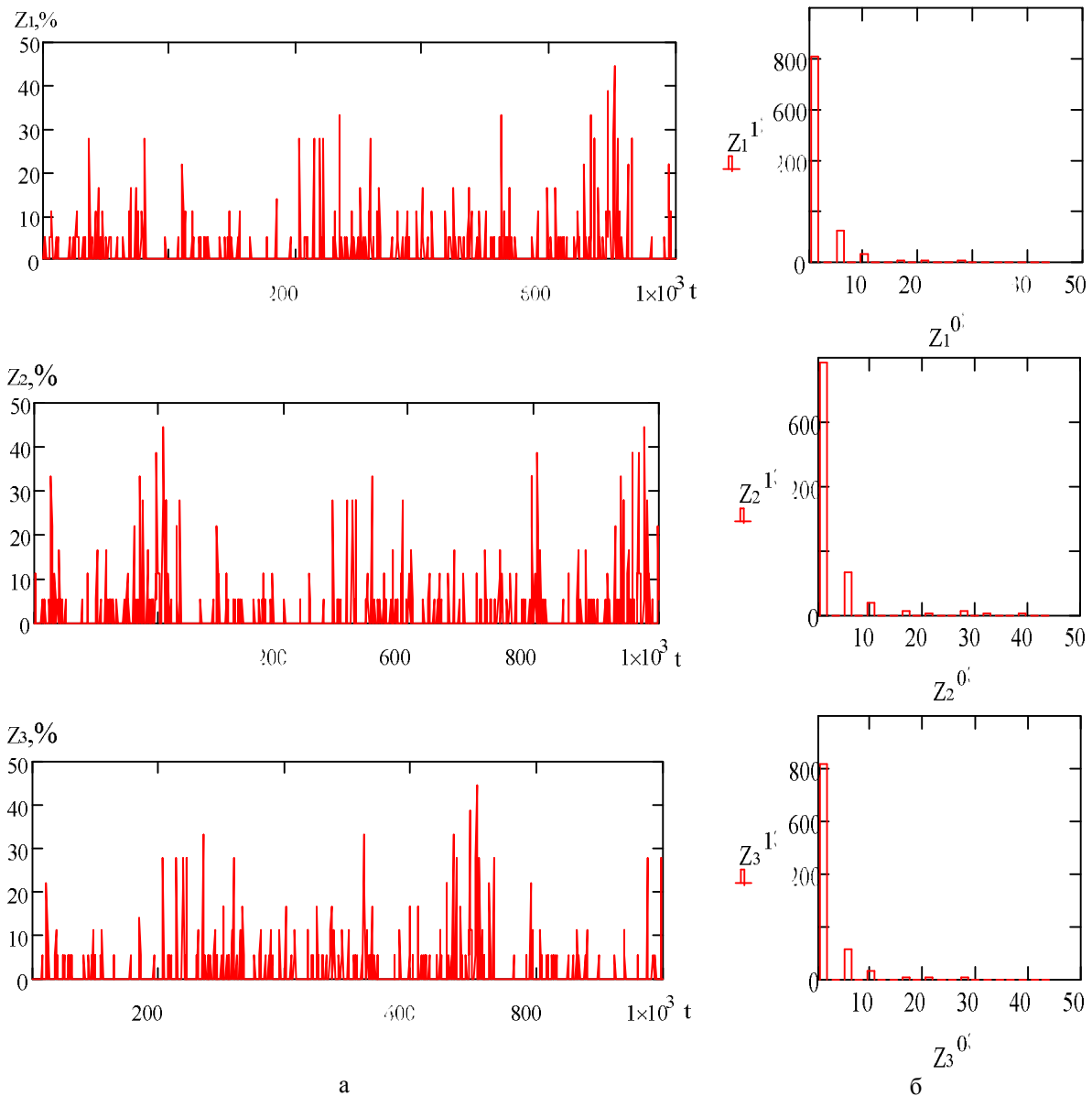


Рис. 3. Графики зависимости «экспериментальной» загрузки центрального процессора компьютерных систем от времени функционирования узлов в нормальных условиях

Следует заметить, что выдвинутое предварительное условие нормальности режима функционирования КИИУСКП (отсутствие внешних деструктивных воздействий  $\hat{h}_i(t) = 0$ ) упрощает процесс моделирования и сводит разработанную модель отдельных узлов в системе к уравнению Ланжевена. В данных условиях проводить сравнительный анализ разработанной математической модели КИИУСКП не имеет смысла. Однако, в условиях деструктивных внешних воздействий, разработанная математическая модель КИИУСКП отличается от канонического уравнения.

Для оценки адекватности математической модели в аномальном режиме функционирования была произведена эмуляция *Dos*-атаки с трех направлений. При этом основным источником злоумышленного трафика являлся узел 4, использующий узлы 2

и 3 для параллельной генерации злоумышленного трафика с использованием, заранее установленного на этих узлах, злоумышленного программного обеспечения (Hping 2 и Server Attack By- C-4).

Результаты исследования математической и имитационной модели КИИУСКП в аномальном режиме функционирования представлены на рис. 5, 6 (графики зависимости «экспериментальной» (рис. 5, а) и «теоретической» (рис. 6, а) загрузки центрального процессора компьютерных систем 1, 2 и 3 ( $Z_1, Z_2, Z_3$ ) от времени функционирования узлов в аномальных условиях

$$\text{mean}(\hat{h}_i(t)) / \text{mean}(f(x_i, u_i, t)) \approx 16,$$

а также гистограммы плотности распределения случайной величины  $Z_i$ , полученные в результате эксперимента (рис. 5 б) и матмоделирования (рис. 6, б)).

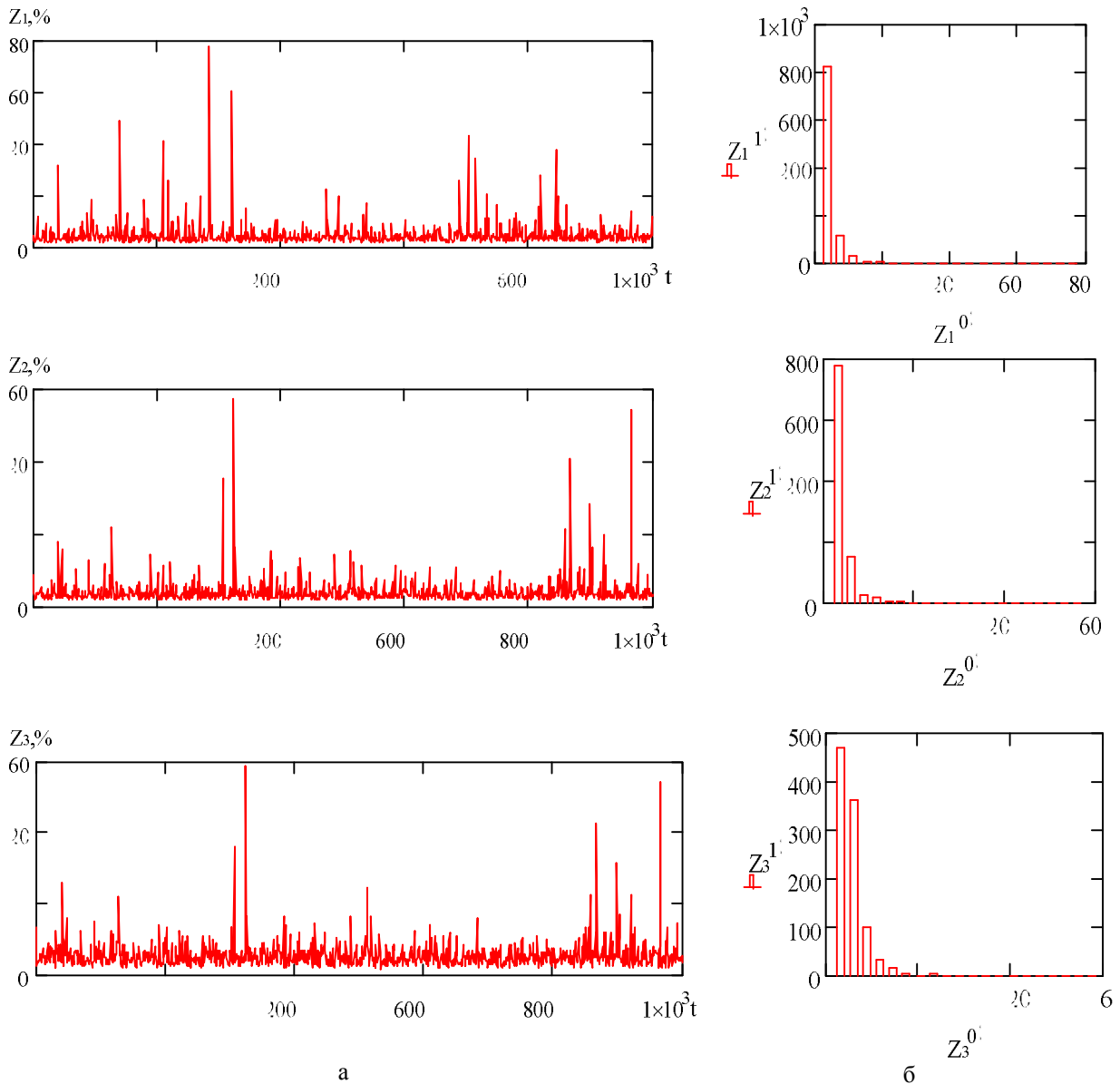


Рис. 4. Графики зависимости «теоретической» загрузки центрального процессора компьютерных систем 1, 2 и 3 от времени функционирования узлов в нормальных условиях

Оценка адекватности разработанной математической модели КИИУСКП в условиях внешних деструктивных воздействий производилась аналогично предыдущему примеру (по критерию согласия Пирсона). Результаты оценки представлены в табл. 2.

Как видно из табл. 2, все числовые значения критерия  $K_{изм}$  в заданных условиях меньше «табличного» критерия Пирсона  $K$ , что говорит о правильности выдвинутой гипотезы и, соответственно, об адекватности разработанной математической модели КИИУСКП в аномальных условиях функционирования.

Сравним результаты математического моделирования КИИУСКП в режиме аномальных условий функционирования, полученные с помощью разработанной модели с результатами модели Ленжевена.

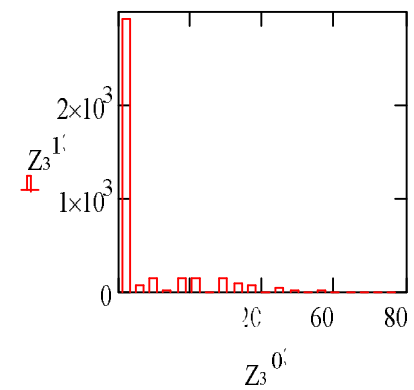
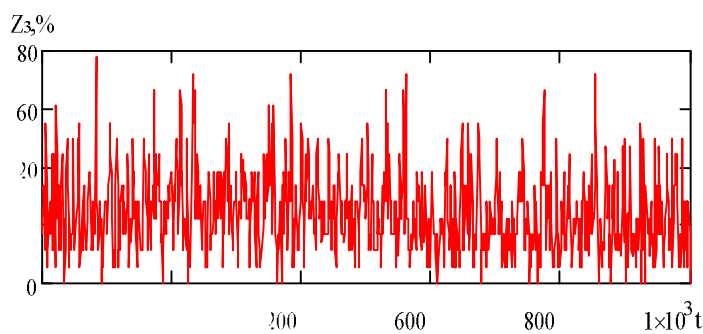
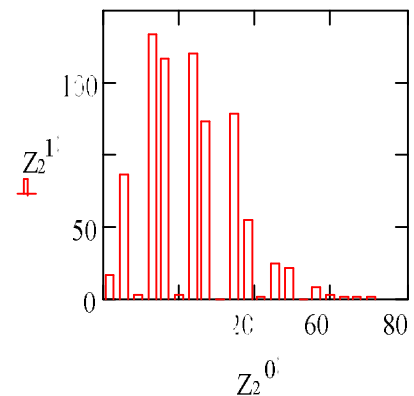
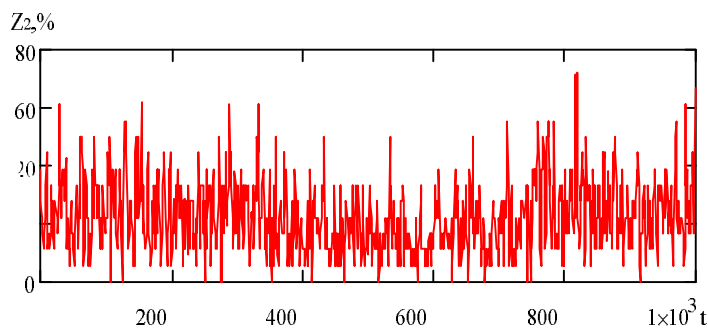
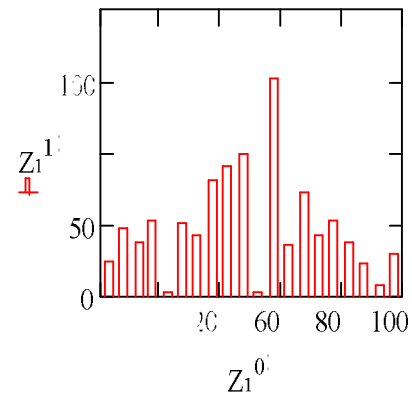
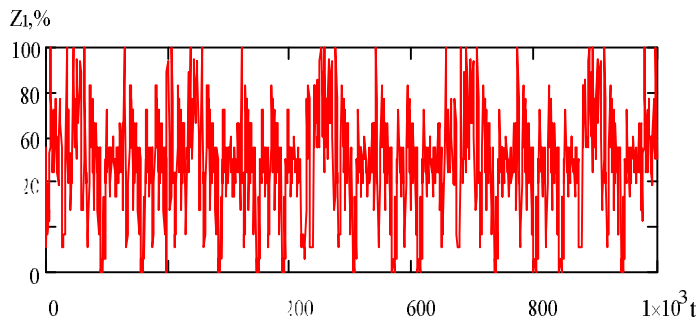
Для этого аналогично предыдущим примерам осуществим проверку гипотезы о совпадении рас

пределения «теоретической» (Ленжевена) и «экспериментальной» генеральной совокупности полученных значений по критерию согласия Пирсона.

Таблица 2

Результаты проверки выдвинутой гипотезы в аномальных условиях функционирования

№ узла	1	2	3
Число степеней свободы	4		
Уровень значимости	0,975		
Критерий Пирсона «табличный» $K$	0,484		
Критерия Пирсона «измеренный» $K_{изм}$	0,305194	0,405687	0,027477



а

б

Рис. 5. Графики зависимости «экспериментальной» загрузки центрального процессора компьютерных систем от времени функционирования узлов в аномальных условиях

В табл. 3 представлены результаты проверки выдвинутой гипотезы для уравнений Ленжевена в аномальных условиях функционирования.

Полученные в табл. 3 оценки исследуемых моделей позволяют сделать вывод о том, что использование разработанной математической модели КИИУСКП в заданных условиях повышает точность результатов по сравнению с моделью Ленжевена до 10%.

На основании полученных в результате математического моделирования КИИУСКП значений загрузки  $Z_i$  центрального процессора сформируем фазовый портрет и оценим полученные графики нормального и аномального режимов функционирования.

На рис. 7 представлены фазовые портреты КИИУСКП (см. рис. 2) в нормальном (рис. 7, а) и аномальном (рис. 7, б) режимах функционирования.

Как видно из графика, в нормальных условиях функционирования основные траектории перемещения случайной величины  $Z_i$  фазовых портретов заключены в достаточно небольшом объеме фазового пространства, сконцентрированном в области 0%-15% загрузки процессора. Исключение составляют одиночные всплески значений загрузки, вызванные конструктивными особенностями микропроцессорных систем.

Таблица 3

Результаты проверки выдвинутой гипотезы для уравнений Ленжевена в аномальных условиях функционирования

№ узла	1	2	3
Критерия Пирсона «измеренный» (Ленжевена) $K_{\text{изм}}$	1,86164	1,54982	1,04523

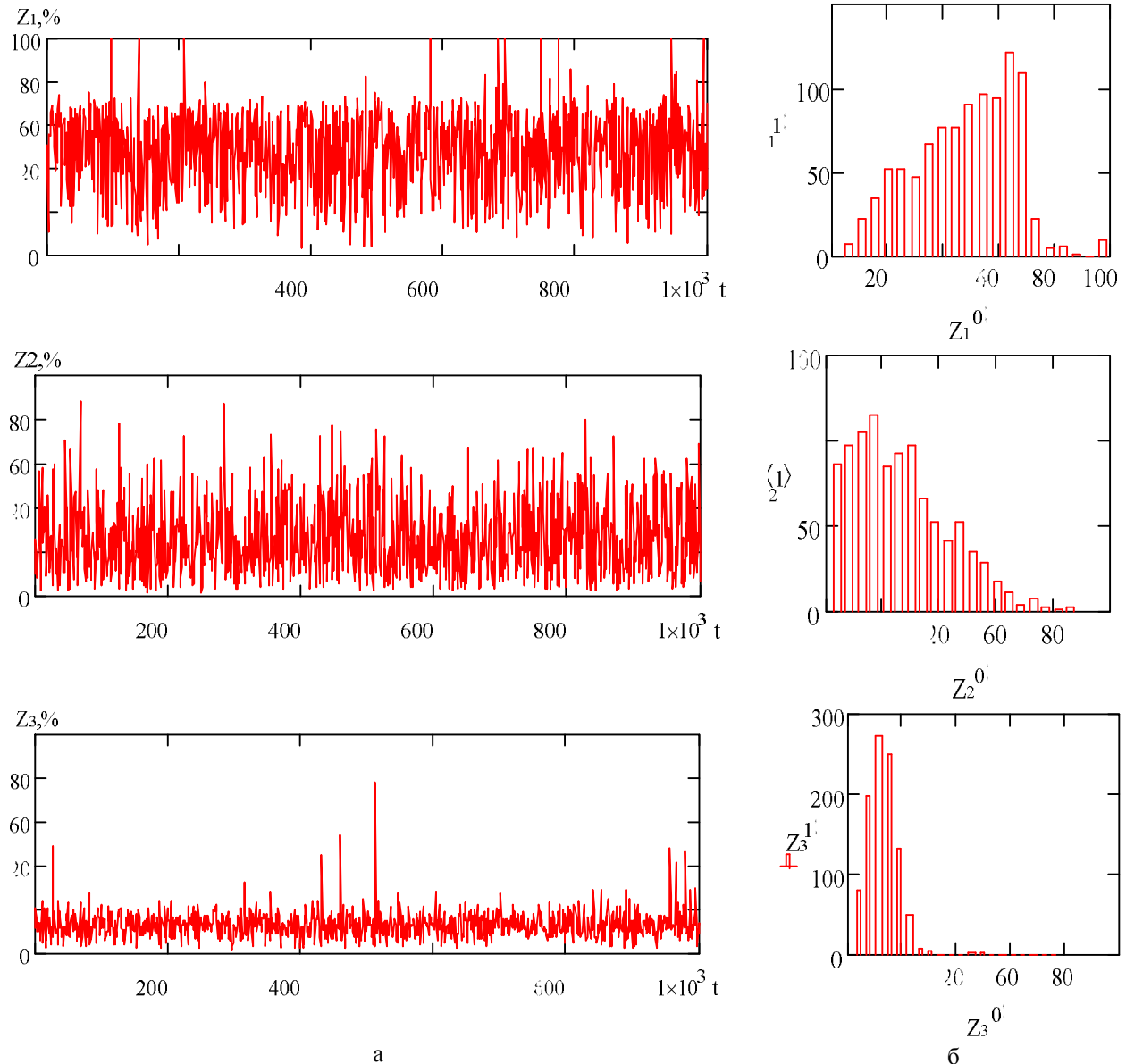


Рис. 6. Графики зависимости «теоретической» загрузки центрального процессора компьютерных систем 1, 2 и 3 от времени функционирования узлов в аномальных условиях



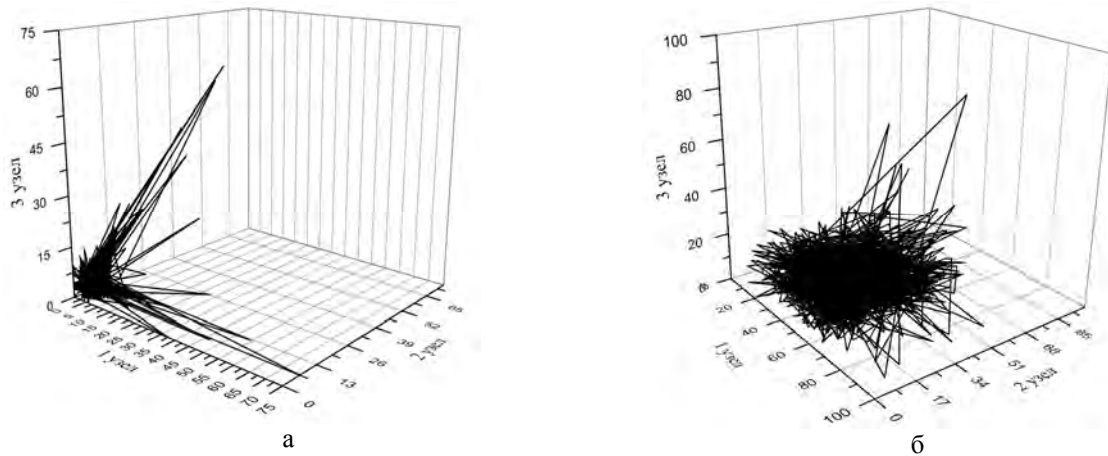


Рис. 7. Примеры фазовых портретов КИИУСКП, функционирующей в нормальных и аномальных условиях

В аномальных условиях функционирования наблюдается расширение основной области до 75%, что естественно снижает динамику единичных всплесков загрузки процессора и увеличивает хаотичность исследуемых траекторий.

### Заключение

На основе известных уравнений нелинейной динамики разработана математическая модель КИИУСКП, отличающаяся от известных учетом фактора априорной неопределенности внешних деструктивных воздействий. Проведенные исследования показали адекватность разработанной математической модели в различных режимах функционирования и повышение точности по сравнению с известными моделями до 10%. На основе полученных в ходе математического моделирования результатов (числовых значений загрузки центрального процессора), сформированы фазовые портреты КИИУСКП. Визуализация фазовых портретов позволила выявить ряд характерных закономерностей в поведении КИИУСКП в различных условиях функционирования.

### Список литературы

1. Семенов С.Г. Анализ и синтез защищенных компьютерных систем и сетей / С.Г. Семенов, А.А. Подорожнюк, А.И. Баленко. – Х: НТУ «ХПИ», 2012.

2. Семенов С.Г. Модели и методы управления сетевыми ресурсами в информационно-телекоммуникационных системах / С.Г. Семенов, А.А. Смирнов, Е.В. Мелешко. – Х: НТУ «ХПИ», 2012.

3. Ряшко Л.Б. Об управлении стохастической чувствительностью / Л.Б. Ряшко, И.А. Башкирцева // Автоматика и телемеханика. – 2008. – №7. – С.78-89 [Электронный ресурс. – Режим доступа к ресурсу: <http://www.mathnet.ru/links/113b65d94e32bfed567fb0649acee0bc/at688.pdf>].

4. Томович Р. Общая теория чувствительности / Р. Томович, М. Вукобратович. – М.: Сов. радио, 1972.

5. Семенов С.Г. Структурно-информационный портрет информационной системы в условиях неопределенности на примере Dos-атаки / С.Г. Семенов // Всеукраинский межведомственный научно-технический сборник «Радиотехника». Тематический выпуск: Информационная безопасность. – Х: ХНУРЭ. – 2011. – №166. – С.99-106.

6. Шибанов А.П. Обобщенные GERT-сети для моделирования протоколов, алгоритмов и программ телекоммуникационных систем: дис. ... доктора техн. наук: 05.13.13 [Текст] / Шибанов Александр Петрович. – Рязань, 2003. – 307 с.

7. Таненбаум Э. Архитектура компьютера / Э. Таненбаум. – СПб.: Питер, 2004.

8. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 2003. – 322 с.

Поступила в редколлегию 1.02.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.А. Серков, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.

### РОЗРОБКА І ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ КОМП'ЮТЕРИЗОВАНОЇ ІНФОРМАЦІЙНО-ВИМІРЮВАЛЬНОЇ УПРАВЛЯЮЧОЇ СИСТЕМИ КРИТИЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ З УРАХУВАННЯМ ЧИННИКА ЗОВНІШНІХ ДІЙ

С.М. Порошин, С.Г. Семенов

У статті проведений аналіз існуючих підходів математичного моделювання технічних систем. Розроблена математична модель комп'ютерної системи критичного застосування (КСКЗ), що відрізняється від відомих обліком чинника априорної невизначеності зовнішніх деструктивних дій. Проведені дослідження адекватності розробленої моделі в умовах можливої зловмисної дії. Побудовані фазові портрети КСКЗ, що функціонує в нормальних і аномальних умовах.

**Ключові слова:** комп'ютерна інформаційно-вимірвальна управляюча система критичного застосування, зовнішні зловмисні дії, простір станів, фазовий портрет.

### DEVELOPMENT AND RESEARCHES OF COMPUTER-CONTROLLED INFORMATIVELY-MEASURING MANAGING SYSTEM CRITICAL APPLICATION MATHEMATICAL MODEL TAKING INTO ACCOUNT FACTOR OF EXTERNAL INFLUENCES

S.M. Poroshin, S.G. Semenov

The analysis of existent approaches of mathematical design of the technical systems is conducted in the article. The mathematical model of the computer system of critical application (KSCA), different from known the account of factor of a priori vagueness of external destructive influences, is developed. Researches of adequacy of the developed model are conducted in the conditions of possible ill-intentioned influence. The phase portraits of KSCA, functioning in normal and anomalous terms are built.

**Keywords:** computer system of critical application, external ill-intentioned influences, space of problems, phase portrait.