УДК 621.321

С.И. Приходько, М.С. Курцев, Хамзе Билал

Украинская государственная академия железнодорожного транспорта

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СЛОЖНОСТЬ АЛГОРИТМОВ КОДИРОВАНИЯ/ ДЕКОДИРОВАНИЯ КАСКАДНЫМИ КОДАМИ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

Проведены сравнительные исследования вычислительной сложности предложенных алгоритмов кодирования и декодирования каскадными кодами в частотной области, которые показали, что переход в частотную область преобразования приводит, как правило, к существенному снижению вычислительной сложности. Это снижение сопоставимо с переходом от блокового кода заданной длины к соответствующему каскаду той же длины. Применение одновременно и каскадных кодовых конструкций и вычислительных процедур в частотной области позволяет обеспечить наименьшую вычислительную сложность.

Ключевые слова: *обобщенный каскадный код, спектральные свойства кодов, многомерные спектры, вычислительной сложности алгоритмов, алгоритмы кодирования/декодирования каскадными кодами с преобразованиями в частотной области, преобразование Фурье.*

Введение

Постановка проблемы в общем виде и анализ литературы. Вычислительная сложность известных алгоритмов кодирования и декодирования каскадными кодами с использованием преобразований во временной области определяется числом операций над элементами конечного поля [2, 3, 5].

Цель статьи – сравнить вычислительную сложность разработанных алгоритмов кодирования и декодирования, обосновать практические рекомендации по их использованию для повышения достоверности передачи в телекоммуникационных системах и сетях.

Основной материал

Сложность кодирования / декодирования линейного блокового (n,k,d) ***кода с преобразованиями во временной области.*** Для линейного блокового (n,k,d) кода, заданного порождающей $n \times k$ матрицей, сложность кодирования определяется nk вычислительными операциями умножения и сложения элементов конечного поля. Если код задан в систематическом виде (порождающая матрица задана каноническим способом), тогда сложность кодирования определяется числом операций, необходимых для вычисления проверочной части кодового слова, т.е. потребуется $(n-k)k$ операций. Если алгебраический блоковый код задан порождающим многочленом степени $(n-k)$, а информационная последовательность задана коэффициентами информационного многочлена, тогда сложность кодирования и декодирования определяется сложностью умножения двух многочленов степени $(n-k)$ и k. Стандартный способ потребует $(n-k)k$ операций над элементами конечного поля. Следует отметить, что наибольший энергетический выигрыш от кодирования дают коды с $k/n \approx 1/2...2/3$. Положим $k = n/2$, тогда кодирование потребует $n/4$ операций над конечным полем, что при больших длинах стремиться к n.

Вычислительная сложность декодирования определяется применяемым алгоритмом декодирования. Одним из наиболее эффективных, с вычислительной точки зрения, является декодирования Берлекэмпа-Месси, который применим для большинства алгебраических кодов. Сложность декодирования (n,k,d) кода алгоритмом Берлекэмпа-Месси равна $\approx 6t^2$, где $t = \left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor - d$ - конструктивное кодовое расстояние. Используя границу Синлгтона $d = n-k+1$ положим $k = n/2$ и $d = n/2+1$, откуда $t = n/4$ и сложность декодера Берлекэмпа-Месси примем равной $\approx 6n^2/16$ что при больших n стремиться к n^2.

Сложность кодирования / декодирования линейного блокового (n,k,d) ***кода в частотной области.*** Оценим сложность кодирования / декодирования линейного блокового (n,k,d) кода в частотной области, в результате чего получим следующие оценки:

- сложность кодирования каскадными кодами в частотной области составит $n\log n$ операций;
- сложность декодирования каскадными кодами в частотной области составит $n(\log n)^2$ операций.

Сложность кодирования / декодирования линейного блокового каскадного (Nn, Kk, Dd) ***кода во временной области.*** Поскольку кодирование осуществляется последовательно, сначала кодом второй, а затем кодом первой ступени, сложность кодера определяется суммой числа соответствующих операций. Для формирования слова второй ступени потребуется N операций, для формирования каждого из N слов первой ступени потребуется n операций. Таким образом, общее число операций оценивается как $(N+1)n$, что для больших n и N стремиться к Nn.

Сложность декодирования каскадного кода во временной области также определяется суммой числа операций, которые необходимо выполнить для реализации алгоритмов декодирования всех слов первой и второй ступени. Используя декодер Берлекэмпа-Месси для декодирования каждого из N слов первой ступени, потребуется n^2 операций. Для декодирования слова второй ступени потребуется N^2 операций. Общая сложность декодирования составит $Nn^2 + N^2$.

Обобщим полученные оценки на многомерный случай каскадного кода с преобразованиями во временной области:

- сложность кодирования составит $n_1 n_2 ... n_p$ операций;
- сложность декодирования составит $n_p(n_1{}^2 + n_1{}^2 + ... + n_{p-1}{}^2) + n_p{}^2$ операций.

Сложность предложенных вычислительных алгоритмов кодирования / декодирования каскадных кодов с преобразованиями в частотной области приведена выше.

В табл. 1 приведены сводные данные сравнительных исследований вычислительной сложности известных и разработанных алгоритмов.

Таблица 1

Результаты сравнительных исследований
вычислительной сложности известных и разработанных алгоритмов

	Способ построения и обработки	Сложность алгоритма	
		Кодирование	Декодирование
1	Для (n,k,d) кода с преобразованиями во временной области	n	n^2
2	Для (n,k,d) кода с преобразованиями в частотной области	$n \log n$	$n(\log n)^2$
3	Для каскадного двумерного (Nn, Kk, Dd) кода с преобразованиями во временной области	Nn	$Nn^2 + N^2$
4	Для каскадного двумерного (Nn, Kk, Dd) кода с преобразованиями в частотной области (разработанные алгоритмы)	$n \log n + N \log N$	$Nn(\log n)^2$
5	Для каскадного многомерного $(n_1 n_2 ... n_p, k_1 k_2 ... k_p, d_1 d_2 ... d_p)$ кода с преобразованиями во временной области	$n_1 n_2 ... n_p = n$	$n_p{}^2 + n_p \sum_{i=1}^{p-1} n_i{}^2$
6	Для каскадного многомерного $(n_1 n_2 ... n_p, k_1 k_2 ... k_p, d_1 d_2 ... d_p)$ кода с преобразованиями в частотной области (разработанные алгоритмы)	$\sum_{i=1}^{p} n_i \log n_i$	$n_p \sum_{i=1}^{p-1} n_i (\log n_i)^2$

На рис. 1 построены зависимости сложности кодирования, а на рис. 2 – зависимости сложности декодирования известными и разработанными алгоритмами.

Как видно из приведенных зависимостей переход в частотную область преобразования приводит, как правило, к существенному снижению вычислительной сложности. Это снижение сопоставимо с переходом от блокового кода заданной длины к соответствующему каскаду той же длины. Применение одновременно и каскадных кодовых конструкций и вычислительных процедур в частотной области позволяет обеспечить наименьшую вычислительную сложность.

Приведенные на рисунке 2 зависимости подтверждают сделанный вывод о существенном снижении вычислительной сложности. Для заданной длины кодовой конструкции и «мерности» каскадного кода обеспечивается наименьшая вычислительная сложность декодирования. Таким образом, методы и вычислительные алгоритмы кодирования / декодирования каскадными кодами в частотной области целесообразно использовать для повышения достоверности передачи данных в современных телекоммуникационных системах и сетях.

Выводы

1. Проведенные сравнительные исследования вычислительной сложности разработанных алгоритмов кодирования и декодирования каскадными кодами в частотной области показали, что переход в частотную область преобразования приводит, как правило, к существенному снижению вычислительной сложности. Это снижение сопоставимо с переходом от блокового кода заданной длины к соответствующему каскаду той же длины. Применение одновременно и каскадных кодовых конструкций и вычислительных процедур в частотной области позволяет обеспечить наименьшую вычислительную сложность.

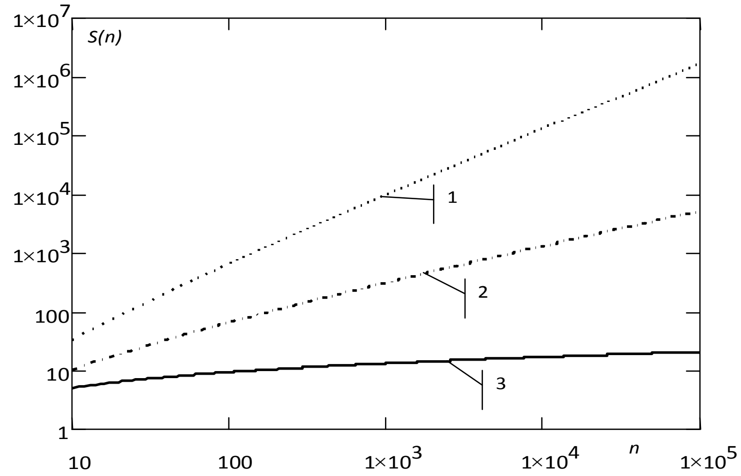

Рис. 1. Зависимости сложности кодирования S(n) от длины n кода: 1 – блокового кода с преобразованиями в частотной области / двумерного каскадного кода с преобразованиями во временной области; 2 – двумерного каскадного кода с преобразованиями в частотной области; 3 – многомерного каскадного кода с преобразованиями в частотной области.

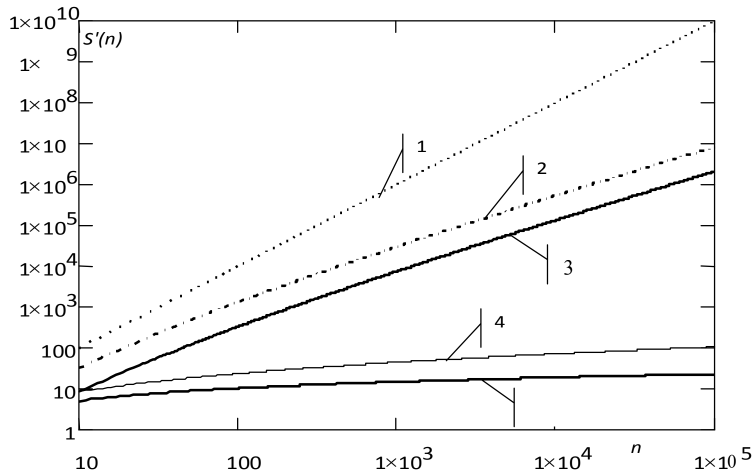

Рис. 2. Зависимости сложности декодирования S'(n) от длины n кода: 1 – блокового кода с преобразованиями во временной области; 2 – блокового кода с преобразованиями в частотной области / двумерного каскадного кода с преобразованиями во временной области; 3 – двумерного каскадного кода с преобразованиями в частотной области; 4 – многомерного каскадного кода с преобразованиями во временной области; 5 – многомерного каскадного кода с преобразованиями в частотной области

Таким образом, для заданной длины кодовой конструкции и «мерности» каскадного кода использование разработанные предложений обеспечивает наименьшую вычислительную сложность декодирования. Следовательно, предложенные методы и вычислительные алгоритмы кодирования / декодирования каскадными кодами в частотной области целесообразно использовать для повышения достоверности передачи данных в современных телекоммуникационных системах и сетях.

Список литературы

1. Форни Д. Каскадные коды: пер. с англ. [Текст] / Д. Формы. – М.: Мир, 1970. – 207 с.

2. Алгебраические сверточные коды: учеб. пособие [Текст] / Н.И. Данько, СЛ. Евсеев. А.А. Кузнецов. П.Ф. Поляков, СИ. Приходько. – Х.: УкрГАЖТ, 2007. – 238 с.

3. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки [Текст] / Р. Блейхут. – М.: Мир, 1986. – 576 с.

4. Блейхут Р. Быстрые алгоритмы цифровой обработки сигналов [Текст] /Р. Блейхут. – М.: Мир, 1989. – 448 с.

5. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основыи практическое применение [Текст] / Б. Скляр, пер. с англ. Под ред. А.В. Назаренко – Л.: Издат. дом «Вильяме», 2003. – 1104 с.

6. Блох Э.Л. Обобщенные каскадные коды. Выпуск 5. [Текст] / Э.Л.Блох, В.В. Зяблов. – М.: Связь, 1976. – 240 с.

7. Блох Э.Л. Линейные каскадные коды. [Текст] / Э.Л.Блох, В.В. Зяблов. – М.: НАУКА, 1982. – 232 с.

Поступила в редколлегию 6.05.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Краснобаев, Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка, Полтава.

ОБЧИСЛЮВАЛЬНА СКЛАДНІСТЬ АЛГОРИТМІВ КОДУВАННЯ/ДЕКОДУВАННЯ КАСКАДНИМИ КОДАМИ В ЧАСТОТНІЙ ОБЛАСТІ

С.І. Пріходько, М.С. Курцев, Хамзе Білал

Проведено порівняльні дослідження обчислювальної складності запропонованих алгоритмів кодування і декодування каскадним кодами в частотній області, які показали, що перехід у частотну область перетворення призводить, як правило, до істотного зниження обчислювальної складності. Це зниження можна порівняти з переходом від блокового коду заданої довжини до відповідного каскаду тієї ж довжини. Застосування одночасно і каскадних кодових конструкцій і обчислювальних процедур в частотній області дозволяє забезпечити найменшу обчислювальну складність.

Ключові слова: *узагальнений каскадний код, спектральні властивості кодів, багатовимірні спектри, обчислювальної складності алгоритмів, алгоритми кодування / декодування каскадним кодами з перетвореннями в частотній області, перетворення Фур'є.*

CALCULABLE COMPLICATION OF ALGORITHMS OF ENCODING/DECODING CASCADE CODES IS IN FREQUENCY AREA

S.I. Prikhod'ko, M.S. Kurcev, Khamze Bilal

A comparative study of computer algorithms proposed encoding and decoding concatenated codes in the frequency domain, which showed that the transition in the frequency domain conversion usually leads to a substantial reduction of computational complexity. This reduction is comparable to the transition from a given code block length to the respective stages of the same length. Application code simultaneously cascade structures and computational procedures in the frequency domain allows the smallest computational complexity.

Keywords: *generalized concatenated code spectral properties codes multidimensional spectra, computational complexity, algorithms for encoding / decoding concatenated codes with changes in the frequency domain, Fourier transform.*