

УДК 621.396.96

Г.С. Залевський

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

## ОЦІНКА ВІДСТАНИ МІЖ ОБ'ЄКТАМИ, ПРИ ЯКІЙ ЇХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЮ ВЗАЄМОДІЄЮ МОЖНА ЗНЕВАЖИТИ, ПРОВЕДЕНА МЕТОДОМ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

Викладається методика розрахунку електромагнітних полів, що розсіяні об'єктом або групою об'єктів у вільному просторі, заснований на методі інтегральних рівнянь. Розроблений метод може бути застосований для розрахунку характеристик розсіювання повітряних об'єктів, розміри яких менше або порівнянні з довжиною зондувальної хвилі, а також для оцінки границь застосовності асимптотичних методів розрахунку електромагнітних полів, що розсіяні об'єктами великих електричних розмірів.

*ефективна площа, електромагнітна взаємодія, розсіяне електромагнітне поле*

### Вступ

**Постановка проблеми і аналіз літератури** При дослідженнях електромагнітних (ЕМ) полів, що розсіяні металевими об'єктами, знаходять широке застосування методи математичного моделювання. У випадку, коли електричні розміри об'єкта великі, а радіуси кривизни малі – це асимптотичні короткохвильові методи дифракції: струмові методи (фізичної оптики, фізичної теорії дифракції) і променеві (геометричної оптики, геометричної теорії дифракції) [1-7]. Застосовуються також змішані методи, що являють собою комбінацію методів, зазначених вище. У випадку, коли розміри об'єкта порівнянні або менше довжини зондувальної хвилі застосовуються точні методи [2, 4, 5, 8-11]. Найбільше часто з них використовується метод інтегральних рівнянь (ІР) [2, 5, 8-12]. Крім того, за допомогою методу ІР може бути оцінений ступінь ЕМ взаємодії між декількома об'єктами резонансних розмірів (між окремими ділянками поверхні складного об'єкта великих електричних розмірів). Така оцінка дозволяє визначити границі області застосовності асимптотичних методів, зазначених вище, в основу яких покладений локальний характер відбиття ЕМ хвиль.

У цей час питання ЕМ взаємодії між двома довільними тривимірними об'єктами освітлено не досить повно. У відомій літературі немає достатніх чисельних даних, які дозволяли б судити про характер і ступінь взаємодії таких об'єктів.

Тому **метою даної статті** є створення методу розрахунку характеристик розсіювання групи об'єктів у вільному просторі, а також проведення кількісного оцінювання ЕМ взаємодії між двома ідеально провідними (ІП) об'єктами при змінній відстані між ними.

### Основні розрахункові співвідношення

Розглянемо метод розрахунку ЕМ полів, що розсіяні ІП об'єктами, заснований на застосуванні ІР.

Далі, у даній роботі розглядаються електромагнітні поля, що гармонічно змінюються в часі за законом  $e^{-j\omega t}$ .

Джерелом ЕМ поля є розподілені у вільному просторі  $V_1$  з відносно діелектричною проникністю  $\epsilon_1=1$  електричні струми. У цьому ж просторі знаходиться ІП об'єкт  $V_2$  із замкнутою поверхнею  $\Sigma$  (рис. 1), що задовольняє умовам Ляпунова [13].

Задача полягає в обчисленні ЕМ поля  $(\vec{E}, \vec{H})$ , що розсіяне об'єктом  $V_2$ , у довільній точці вільного простору  $V_1$ .

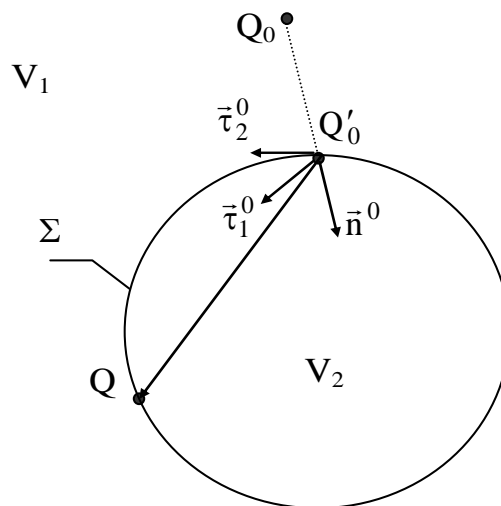


Рис. 1. ІП об'єкт  $V_2$ , розташований у вільному просторі  $V_1$

У роботах [5, 10] докладно описана методика одержання математичних співвідношень для розрахунку ЕМ полів, що розсіяні ІП і діелектричним об'єктом, з урахуванням впливу межі поділу діелектричних середовищ. Методика базується на застосуванні інтегральної леми Лоренця [14] до шуканого поля і поля допоміжного точкового випромінювача.

Зокрема, для випадку ІІ об'єкта отримане векторне ІР Фредгольма 2-го роду для щільностей електричних струмів на поверхні об'єкта:

$$\begin{aligned} & \left\| \begin{matrix} \vec{\tau}_2^0 \\ -\vec{\tau}_1^0 \end{matrix} \right\| \cdot \left( \vec{H}^\perp(Q_0)(1-\alpha(Q_0)) - 2\vec{H}^{m\perp}(Q_0) \right) = \\ & = -\frac{2}{j\omega} \int_{\Sigma} \left\| \begin{matrix} \vec{E}^{mT}(Q|Q_0, \vec{\tau}_1^0) \\ \vec{E}^{mT}(Q|Q_0, \vec{\tau}_2^0) \end{matrix} \right\| \cdot \vec{H}^\perp(Q) ds \quad (Q_0 \in \Sigma). \quad (1) \end{aligned}$$

де  $Q_0, Q$  – точки спостереження і інтегрування відповідно;  $\vec{\tau}_1^0, \vec{\tau}_2^0$  – взаємно ортогональні дотичні орти до поверхні  $\Sigma$  в точці  $Q_0$  (орти  $\vec{\tau}_1^0, \vec{\tau}_2^0$  і внутрішня до  $\Sigma$  нормаль  $\vec{n}^0$  утворюють праву трійку, рис. 1);  $\vec{H}^\perp(Q_0)$  – щільність поверхневого електричного струму, що підлягає знайденню;  $\vec{H}^{m\perp}(Q_0)$  – щільність поверхневого електричного струму, що створюється тими ж джерелами, що і шукана щільність  $\vec{H}^\perp$ , але у відсутності розсіювача  $V_2$ ;  $\vec{E}^{mT}(Q|Q_0, \vec{\tau}_1^0)$  – напруженість електричного поля в точці  $Q$ , що створюється допоміжним точковим магнітним диполем, розташованим в точці  $Q_0$ , таким, що має вектор-момент  $\vec{\tau}_1^0$  (символами "Т", "Л" позначено вектори, дотичні до поверхні  $\Sigma$ :  $\vec{A}^T = \vec{A} - \vec{n}(\vec{n} \cdot \vec{A})$ ,  $\vec{B}^L = \vec{n} \times \vec{B}$ );  $S_0$  – сферична ділянка поверхні  $\Sigma$  (околиця особливої точки, що виникає при збігові точок спостереження і інтегрування), малого радіуса  $\rho_0$ ;

$$\alpha(Q_0) = -\frac{c_{11} + c_{22}}{2jk} ((jk\rho_0 - 2)\exp(jk\rho_0) + 2),$$

$$c_{pq} = \frac{1}{2|\vec{\nabla}F(Q)|_{Q_0}} (G\vec{\tau}_q^0, \vec{\tau}_p^0), \quad G = \left\| \frac{\partial^2 F(Q)}{\partial Q_p \partial Q_q} \right\|_{Q_0} \quad (p, q=1, 2),$$

$F(Q)$  – рівняння поверхні  $S_0$ ,  $k = k_0 \sqrt{\epsilon\mu}$  – хвилеве число середовища, у якому знаходиться об'єкт,  $k_0 = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  – довжина зондувальної хвилі,  $\epsilon, \mu$  – абсолютні діелектрична і магнітна проникності середовища, у якому знаходиться об'єкт, відповідно.

Використовуючи обчислені у результаті розв'язання ІР (1) щільності електричних струмів, поле, що розсіяне ІІ об'єктом  $V_2$ , можна розрахувати за допомогою наступного інтегрального подання:

$$\begin{aligned} & j\omega \vec{p}^0 \cdot \left( \vec{H}(Q_0) - \vec{H}_1^m(Q_0) \right) = \\ & = -\int_{\Sigma} \vec{E}_1^{mT}(Q|Q_0, \vec{p}^0) \cdot \vec{H}^\perp(Q) ds. \quad (2) \end{aligned}$$

Формули (1) і (2) для ІІ об'єкта у вільному просторі мають той же вигляд. В них необхідно лише хвилеве число прийняти відповідним вільному простору у всій області, що розглядається, а також замінити функції  $(\vec{E}^m, \vec{H}^m)$  відповідними виразами для однорідного ізотропного вільного простору. Даний факт витікає з фізичного змісту процесу отримання ІР [5, 10]. Далі наводяться вирази для напруженості електричного поля (в точці  $Q=(x, y, z) \in V_1$ ) магнітного диполя, розташованого в точці  $Q_0=(x_0, y_0, z_0) \in V_1$ , з вектор-моментом  $\vec{\tau}^0 = (\tau_x^0, 0, 0)$ , для часткового випадку, коли диполь знаходиться у вільному просторі і межа поділу відсутня:

$$\left( \vec{E}_1^m(Q|Q_0, \vec{\tau}^0) \right)_x = 0; \quad (3)$$

$$\left( \vec{E}_1^m(Q|Q_0, \vec{\tau}^0) \right)_y = -\frac{\tau_x^0 \omega}{j4\pi} (z - z_0) G(R); \quad (4)$$

$$\left( \vec{E}_1^m(Q|Q_0, \vec{\tau}^0) \right)_z = \frac{\tau_x^0 \omega}{j4\pi} (y - y_0) G(R), \quad (5)$$

де  $R = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$ ;

$$G(R) = \frac{\exp(jk_0 R)}{R^3} (jk_0 R - 1).$$

### Особливості обчислення характеристик розсіяння об'єктів у вільному просторі і груп таких об'єктів

Розглянемо особливості обчислення щільностей струмів і розсіяного поля за допомогою співвідношень (1) і (2). Отримане ІР може бути вирішене шляхом зведення до системи лінійних алгебраїчних рівнянь за допомогою будь-яких квадратурних формул. При обчисленнях у даній роботі дискретизація поверхневого інтеграла в (1) здійснювалася за допомогою квадратурної формули типу середніх прямокутників. При цьому для досягнення необхідної точності обчислень 1 – 3% кількість вузлів на поверхні об'єктів потрібно обирати так, щоб відстань між сусідніми вузлами становила не більше  $0,2\lambda$  [5, 10].

Після накладання на поверхню об'єкта  $\Sigma$  дискретної сітки з  $N$  точок, для обчислення декартових складових щільностей струмів у точках поверхні необхідно розв'язати неоднорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь розмірністю  $3N$ .

Обчисливши щільності струмів на поверхні об'єкта за допомогою ІР (1), і підставивши їх в інтегральне подання (2), можна одержати електромагнітне поле, що розсіяне об'єктом. Отримані формули й розроблений на їх основі алгоритм чисельного розрахунку дозволяють одержувати електромагнітні поля, що розсіяні об'єктом довільної форми і орієнтації, при опроміненні сигналами із заданою поляризацією й часово-частотними параметрами.

Аналогічним образом можна використати одержані у роботах [5, 10] співвідношення для розрахунку характеристик розсіювання діелектричних об'єктів. У даній роботі вони не розглядаються.

Розроблений метод може бути застосований для розрахунку електромагнітних полів, що розсіяні не одним, а групою об'єктів. При цьому  $\Sigma$  являє собою суму поверхонь розглянутої групи. Отже, відповідно до (1) обчислюються щільності струмів одночасно на поверхні кожного з об'єктів. Розсіяне поле являє собою суперпозицію полів всіх об'єктів і враховує взаємодію між ними.

Максимальні електричні розміри об'єктів, характеристики розсіювання яких обчислюються за допомогою розробленого методу, обмежені об'ємом пам'яті комп'ютера. Головним чином необхідні ресурси визначаються процедурою пошуку щільностей струмів.

Очевидно, при розгляданні груп об'єктів об'єм необхідної пам'яті різко зростає. Однак при збільшенні відстані між об'єктами, взаємодія між ними стає зневажливо малою. У цьому випадку щільності струмів можуть бути знайдені для кожного об'єкта незалежно, а розсіяне поле, як і при сильній взаємодії, подається у вигляді суперпозиції полів, що розсіяні кожним об'єктом окремо. Дана операція великих об'ємів пам'яті не вимагає.

Далі проводиться порівняння результатів розрахунку, отриманих за допомогою розробленої методики з даними інших авторів і оцінюється точність обчислень запропонованого алгоритму.

### Порівняння результатів розрахунку отриманих за допомогою розробленого алгоритму з даними інших авторів

Для підтвердження вірогідності запропонованої методики за допомогою створеного алгоритму проведений чисельний розрахунок щільностей електричних струмів на поверхні ІІ сфери у вільному просторі при опроміненні плоскою монохроматичною хвилею для різних  $k_0 r_s$  ( $r_s$  – радіус сфери).

Результати моделювання порівнювались з даними, наведеними Р. Кінгом, у роботі [15], у якій щільності поверхневих струмів для аналогічної сфери розраховувались за допомогою рядів Мі.

Результати розрахунків розтину у-складової щільності струму (рис. 2) для сфери з  $k_0 r_s$ , рівним 1,7 і 2,3 (у площині поляризації xOz магнітного поля падаючої хвилі), подано на рис. 3. Наведені графіки щільностей електричних струмів, отриманих різними методами, практично збігаються.

Порівняння результатів обчислення ефективної площі (ЕП) сфери, отриманих за допомогою розробленого методу, з даними, розрахованими алгоритмом на основі обчислення рядів Мі, показує, що при  $0,2\lambda \leq r_s \leq 0,8\lambda$  відносна погрішність обчислення ЕП сфери запропонованим методом становить величину

порядку 1 %. Отримані дані додатково свідчать про вірогідність результатів, одержуваних за допомогою розробленого методу.

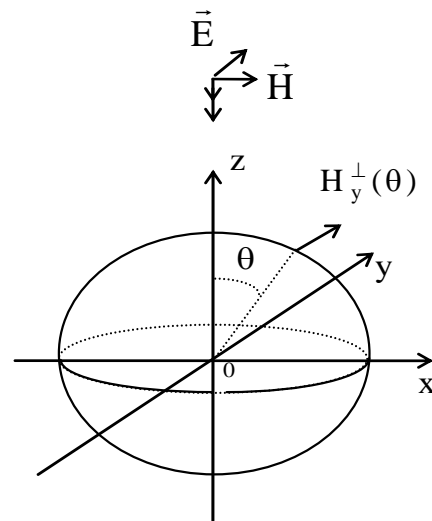


Рис. 2. Складова  $H_y^{\perp}(\theta)$  щільності електричного струму на поверхні ІІ сфери

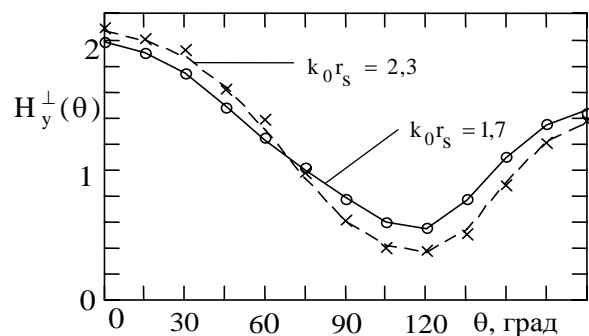


Рис. 3. Щільності струмів на поверхні ІІ сфери:  
1 – розраховані за допомогою ІР (1)  
—  $k_0 r_s = 1,7$ ; ---  $k_0 r_s = 2,3$ ;  
2 – розраховані за допомогою рядів Мі  
ooo  $k_0 r_s = 1,7$ ; xxx  $k_0 r_s = 2,3$

### Розсіяння електромагнітних хвиль двома сферами. Результат розра. унквія

У даній частині роботи створений метод чисельного розрахунку застосовується для дослідження ступеня взаємодії двох об'єктів резонансних розмірів. Метою проведених розрахунків було визначення мінімальної відстані між об'єктами, при якому взаємодією між ними можна знехотити. При моделюванні використовувались дві однакові ІІ сфери радіуса  $r_s = 0,77\lambda$ , розташовані на відстані  $h$ , як показано на рис. 4.

Дві сфери опромінювалися плоскою монохроматичною хвилею, вектор електричної напруженості якої лежить у площині рисунка. Плоска хвиля падала на розглянуті об'єкти під кутом  $\alpha$ , як показано на рис. 4. Обчисленню підлягала ЕП системи із двох сфер:

$$\sigma(h) = 4\pi r_s^2 \frac{|\vec{p} \cdot \vec{H}_s(h)|^2}{|\vec{p} \cdot \vec{H}_i|^2}, \quad (6)$$

де  $r_s \gg h$  – відстань від центру першої сфери (точка O) до точки приймання а (рис. 4);  $\vec{p}$  – орт, перпендикулярний площині рисунка і такий, що вказує орієнтацію векторів магнітної напруженості опромінюючого  $\vec{H}_i$  і розсіяного  $\vec{H}_s(h)$  полів.

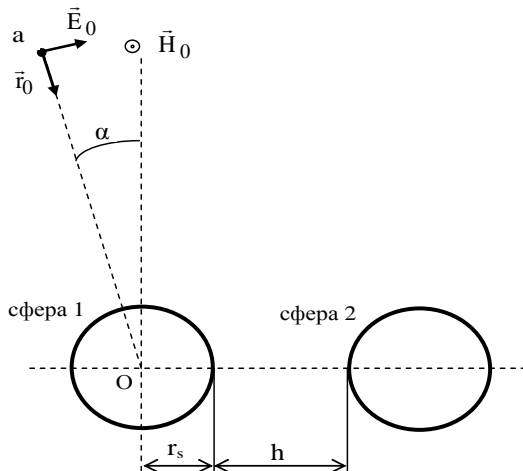


Рис. 4. Геометрія опромінення двох сфер

При розрахунках вважалось, що  $|\vec{p} \cdot \vec{H}_i| = 1$ .

Обчислення проводились двома способами.

У першому випадку розсіяне поле обчислювалось з використанням щільностей струмів на поверхнях сфер з урахуванням їх взаємодії, а у другому взаємодія між об'єктами не враховувалась. Розраховувалась також відносна погрішність обчислення повного розсіяного поля:

$$\delta(h) = \frac{|\sigma_2(h) - \sigma_1(h)|}{\sigma_2(h)} 100\%, \quad (7)$$

де  $\sigma_2(h)$  – ЕП системи з двох сфер, обчислена з урахуванням їх взаємодії;  $\sigma_1(h)$  – ЕП системи з двох сфер без урахування взаємодії між ними.

Результати розрахунку ЕП по формулі (6) і відносні погрішності, обчислені по (7), при напрямку опромінення  $\alpha=10^\circ$  зображені на рис. 5 і 6 відповідно. Аналогічні графіки для  $\alpha=60^\circ$  подано на рис. 7 і 8.

Залежність ЕП системи із двох сфер від відстані між ними носить коливальний характер.

Коливання ЕП зумовлені тим, що між хвилями, відбитими першою й другою сферами, виникає різниця фаз:

$$\Delta\phi(h) = k_0 \Delta r(h), \quad (8)$$

де  $\Delta r(h) = (h + 2r_s) \sin(\alpha)$  – різниця ходу хвиль (механізм виникнення різниці фаз відбитих полів пояснюється на рис. 9).

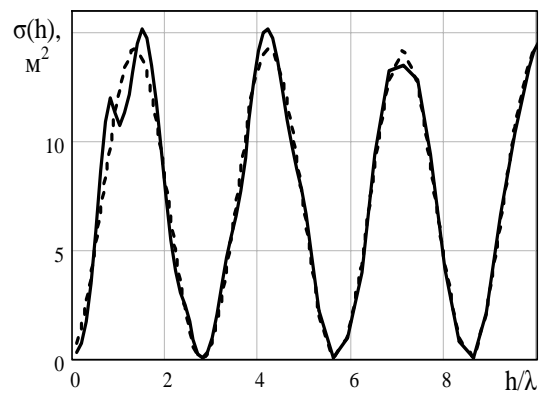


Рис. 5. Залежність ЕП системи з двох сфер від відстані між ними при  $\alpha=10^\circ$  (—  $\sigma_2(h)$ , - - -  $\sigma_1(h)$ )

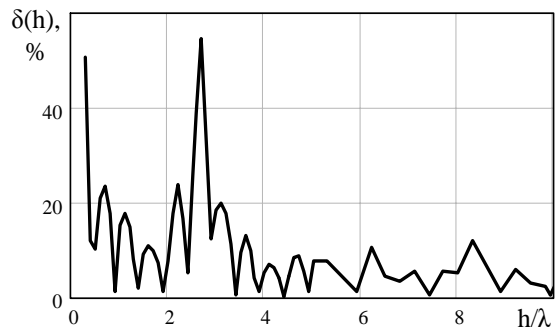


Рис. 6. Відносна погрішність обчислення ЕП системи з двох сфер без урахування їх взаємодії при  $\alpha=10^\circ$

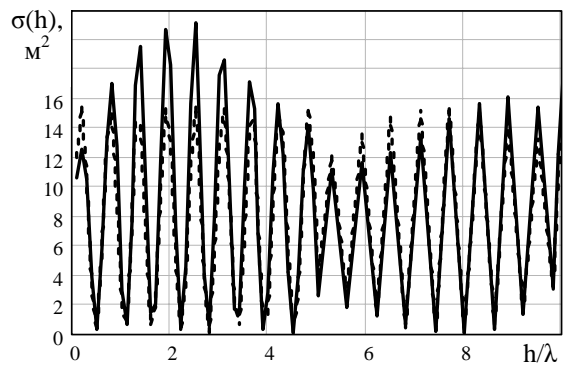


Рис. 7. Залежність ЕП системи з двох сфер від відстані між ними при  $\alpha=60^\circ$  (—  $\sigma_2(h)$ , - - -  $\sigma_1(h)$ )

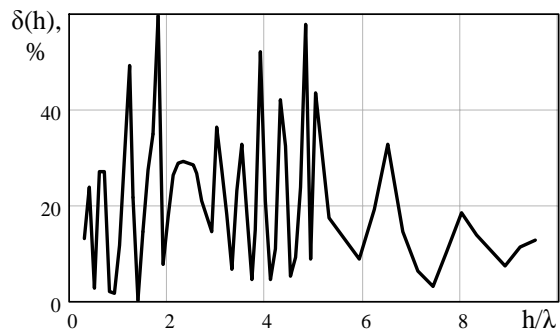


Рис. 8. Відносна погрішність обчислення ЕП системи з двох сфер без урахування їх взаємодії при  $\alpha=60^\circ$

Різниця фаз, у свою чергу, є лінійною функцією від відстані між сферами. Зміна  $\Delta\varphi(h)$  пояснює коливання ЕП.

Як свідчать наведені графіки, при  $\alpha=10^\circ$  відносна погрішність обчислення ЕП системи із двох сфер без врахування їх взаємодії щодо значення, обчисленого з урахуванням цієї взаємодії, при  $h \geq 10\lambda$  становить менше, ніж 3%. Для таких же відстаней  $h$  між сферами, але при  $\alpha=60^\circ$  відносна погрішність обчислення становить величину порядку 10%.

Слід також зазначити, що більші значення погрішностей відповідають значенням ЕП, близьким до нуля. Результати розрахунків показують, що при діаметрі сфер, рівному  $1,54\lambda$  і відстанях між ними більше  $10\lambda$ , взаємодію між ними можна не враховувати, а сумарне розсіяне поле обчислювати, як суперпозицію полів, що розсіяні кожною зі сфер.

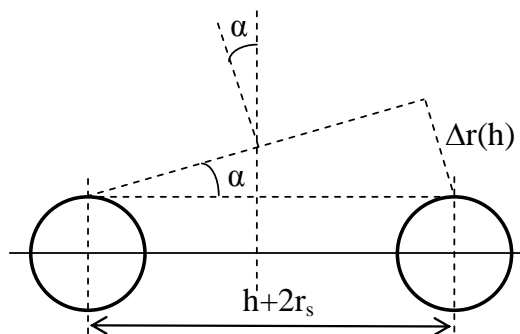


Рис. 9. Різниця ходу хвиль, що розсіяні двома сферами

### Висновки

У роботі запропоновано метод обчислення характеристик розсіювання ІІ об'єктів у вільному просторі, а також груп таких об'єктів. Методика може бути поширеною і на діелектричні об'єкти. Для цього необхідно скористатись співвідношеннями для випадку діелектричних об'єктів, які отримані у роботах [5, 10] і здійснити заміни, аналогічні описаним у розділі 2 даної статті.

Порівняння результатів розрахунку, отриманих за допомогою запропонованого алгоритму з даними інших авторів додатково свідчать про вірогідність запропонованого методу моделювання.

Розроблений метод моделювання може бути також використаним при оцінці границь застосовності асимптотичних методів розрахунку характеристик розсіювання складних об'єктів великих електричних розмірів. У роботі проведено оцінку відстані між ІІ об'єктами, у якості яких використовувались дві сфери радіуса  $r_s=0,77\lambda$ .

Отримані результати свідчать про те, що при відстані між розглянутими об'єктами більше  $10\lambda$  електромагнітною взаємодією між ними можна зневажити.

### Список літератури

1. Уфимцев П. Я. Метод краевых волн в физической теории дифракции. – М.: Сов. радио, 1962. – 243 с.
2. Вычислительные методы в электродинамике / Под ред.: Р. Миттры. – М.: Мир, 1977. – 485 с.
3. Боровиков В. А., Кинбер Б. Е. Геометрическая теория дифракции. – М.: Связь, 1978. – 248 с.
4. Knott E. F., J. F. Shaeffer, M. T. Tuley. Radar Cross Section. Second Edition. – Boston, London: Artech House, 1993. – 611 p.
5. Сиренко Ю. К., Сухаревский И. В., Сухаревский О. И., Яшина Н. П. Фундаментальные и прикладные задачи теории рассеяния электромагнитных волн. – Х.: Крок, 2000. – 344 с.
6. Shirman Ya. D. et. al. Computer Simulation of Aerial Target Radar Scattering Recognition, Detection and Tracking, Ya. D. Shirman (ed). – Norwood, M. A.: Artech House, 2002. – 382 p.
7. Радиоэлектронные системы: Основы построения и теория. Справочник. Изд. 2-е, перераб. и доп. / Под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: Радиотехника, 2007. – 512 с.
8. Дмитриев В. И., Захаров Е. В. Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики. – М.: МГУ, 1987. – 167 с.
9. Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния: Пер. с англ. – М.: Мир, 1987. – 311 с.
10. Сухаревский О. И., Залевский Г. С. Рассеяние электромагнитных волн подповерхностными объектами резонансных размеров // Радиофизика и радиоастрономия. – 1998. – Т. 3, № 1. – С. 37-42.
11. Хижняк М. А. Теория хвильових процесів: Навчальний посібник. – Х.: Штрих, 2003. – 308 с.
12. Верлань А. Ф., Сизиков В. С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Справочное пособие. – К.: Наук. думка, 1986. – 544 с.
13. Смирнов В. И. Курс высшей математики. Т.4. – М.: Государственное Изд-во технико-теоретической литературы, 1957. – 812 с.
14. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. – М.: Главная редакция физико-математической литературы, 1989. – 544 с.
15. King P., У Тай-Цзунь. Рассеяние и дифракция электромагнитных волн. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1962. – 194 с.

Надійшла до редколегії 26.03.2007

Рецензент: д-р техн. наук проф. Я.Д. Ширман, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.