

УДК 629.07.5

І.М. Ключников

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

## ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЦЬ ДОПУСКУ ПРИ АНАЛІЗІ НАДЛИШКОВОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Запропонована методика визначення границь допуску при оцінці достовірності результатів отриманих від декількох однотипних засобів контролю.

*достовірність результатів вимірювання, границя допуску*

### Вступ

#### Постановка проблеми та аналіз літератури.

У теперішній час при побудові систем критичного призначення широко використовуються різні типи надмірності, які дозволяють підвищити достовірність отримання інформації та надійність функціонування таких систем у цілому. Для досягнення цих цілей у складі інформаційних підсистем використовується апаратурна надмірність. Це дає можливість контролювати функціонування інформаційної підсистеми шляхом порівняння результатів від декількох каналів (датчиків), що обробляють (вимірюють) одну величину [1].

У цих роботах пропонуються різні методи визначення достовірності інформації, яка надходить з декількох однотипних каналів (датчиків), але не вирішується задача визначення границь допуску, у межах якого може варіюватися інформація, що надходить з каналів (датчиків).

**Метою статті** є розробка методики визначення границь допуску при оцінці достовірності результатів, отриманих від декількох однотипних засобів контролю.

### Основна частина

Нехай три однакових датчики вимірюють одну й ту ж величину (рис. 1).

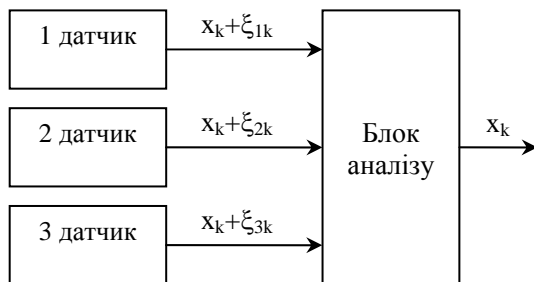


Рис. 1. Система збору та аналізу інформації  
 $x_k$  – значення величини, яка вимірюється;  
 $\xi_{ik}$  – похибка вимірювання

$$\xi_{ik} \in N(0, \sigma_{\xi}^2); M\{\xi_{ik}, \xi_{jk}\} = 0, i \neq j;$$

$$M\{\xi_{ik}, \xi_{im}\} = 0, k \neq m.$$

У блоці аналізу визначаються такі величини:  
 $x_{1k} = \xi_{1k} - \xi_{2k}; x_{2k} = \xi_{2k} - \xi_{3k}; x_{3k} = \xi_{1k} - \xi_{3k}.$

Метод контролю полягає у наступному. Значення  $|x_{ik}|$  порівнюються з граничним значенням  $x_{\Pi}$ . У випадку, якщо два значення  $x_{ik}$  перевищують граничне значення, тоді рішення приймається за таким правилом:

$$\text{if } (x_{ik}) \text{ and } (x_{(i+1)k}) > x_{\Pi} \Rightarrow x_{ik} \in \bar{N}.$$

У табл. 1 представлені можливі варіанти порівнянь та результати прийняття рішень про технічний стан датчиків.

Таблиця 1

Результати прийняття рішень про технічний стан датчиків

Результат контролю	$x_{1k}$	$x_{2k}$	$x_{3k}$
$x_{1k} \in \bar{N}$	1	0	1
$x_{2k} \in \bar{N}$	1	1	0
$x_{3k} \in \bar{N}$	0	1	1

Примітка. „1” – якщо  $|x_{ik}| > x_{\Pi}$  „0” – якщо  $|x_{ik}| \leq x_{\Pi}$ .

При такому підході рішення приймається за результатами одного вимірювання. Значення  $x_{\Pi}$  визначається за заданим значенням імовірності хибної тривоги  $P_{ХТ}$ . Оскільки  $P_{ХТ}$  повинно бути досить малим, кількість виходів  $x_{ik}$  за межі допуску під час нормального функціонування розподілено за законом Пуассона:

$$P(k) = \frac{a^k}{k!} e^{-a},$$

де  $a = \lambda t$ ;  $t$  – час функціонування;  $\lambda = P_{ХТ}/T$  – інтенсивність виникнення хибної тривоги;  $T$  – період дискретності.

Середнє напрацювання на одну тривогу

$$T_{\text{сер}} = \frac{1}{\lambda} = \frac{T}{P_{ХТ}}.$$

Середня кількість тактів, за час яких відбувається одна хибна тривога, дорівнює

$$n_{\text{сер}} = 1/P_{ХТ}.$$

Якщо допускається одна хибна тривога за  $10^4$  тактів, тоді  $P_{ХТ} = 0,0001$ .

Знайдемо імовірність спільного здійснення подій  $|x_{1k}| > x_{п}$  та  $|x_{3k}| > x_{п}$ :

$$x_{1k} = \xi_{1k} - \xi_{2k}; x_{3k} = \xi_{1k} - \xi_{3k};$$

$$\xi_k = \begin{pmatrix} x_{1k} \\ x_{3k} \end{pmatrix} \in N(0, P_{\xi k}); P_{\xi k} = \begin{pmatrix} 2\sigma_{\xi}^2 & \sigma_{\xi}^2 \\ \sigma_{\xi}^2 & 2\sigma_{\xi}^2 \end{pmatrix}.$$

Сумісна щільність розподілу має вигляд:

$$P_{x_{1k}, x_{3k}}(y, z) = \frac{1}{2\pi |P_{xk}|^{1/2}} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix}^T P_{xk}^{-1} \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} \right\}.$$

Тоді

$$P\{|x_{1k}| > x_{п}, |x_{3k}| > x_{п}\} = \int_{x_{п}}^{\infty} \int_{x_{п}}^{\infty} P_{x_{1k}, x_{3k}}(y, z) dy dz + \int_{-x_{п}}^{-\infty} \int_{-x_{п}}^{-\infty} P_{x_{1k}, x_{3k}}(y, z) dy dz + \int_{-x_{п}}^{-\infty} \int_{x_{п}}^{\infty} P_{x_{1k}, x_{3k}}(y, z) dy dz + \int_{x_{п}}^{\infty} \int_{-x_{п}}^{-\infty} P_{x_{1k}, x_{3k}}(y, z) dy dz = \varphi(x_{п}).$$

Таким чином, встановлюючи значення  $P_{хт}$ , можна визначити значення границі  $x_{п}$  (рис. 2).

Викладений підхід до визначення значення  $x_{п}$  має такі недоліки:

- розрахунки проводяться за результатами одного вимірювання;
- при визначенні границі не враховується імовірність „пропуску сигналу” (тобто відмови).

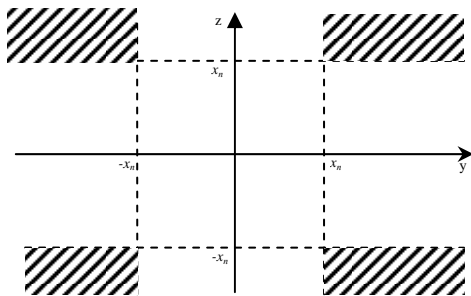


Рис. 2. Значення границі  $x_{п}$

Для прийняття рішення на підставі декількох вимірювань можна використовувати статистику

$$\sum_{k=1}^m \frac{(\xi_{1k} - \xi_{2k})^2}{2\sigma_{\xi}^2}; \sum_{k=1}^m \frac{(\xi_{2k} - \xi_{3k})^2}{2\sigma_{\xi}^2}; \sum_{k=1}^m \frac{(\xi_{1k} - \xi_{3k})^2}{2\sigma_{\xi}^2}. \quad (1)$$

У випадку нормального функціонування суми (1) розподілені за законом  $\chi^2(n)$ .

Запишемо

$$x_i^* = m_{x_i}^* + \sigma_{x_i}^* \xi_i^*, \quad \xi_i^* \in N(0,1).$$

Тоді

$$\eta_i^* = \frac{x_i^*}{\sigma_{x_i}^*} = \frac{m_{x_i}^*}{\sigma_{x_i}^*} + \xi_i^*; \eta_i^* \in N\left\{ \frac{m_{x_i}^*}{\sigma_{x_i}^*}, \frac{\sigma_{x_i}^*}{\sigma_{x_i}^*} \right\}.$$

Щільності розподілу випадкових величин  $\eta_i^{*2}$  та  $\sum_{i=1}^n \eta_i^{*2}$  матимуть вигляд:

$$P_{\eta_i^{*2}}(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jyt} \times (1 - 2jt\sigma^2)^{-\frac{1}{2}} e^{\frac{jtm^2}{1-2jt\sigma^2}} dt;$$

$$P_{\sum \eta_i^{*2}}(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jzt} \times (1 - 2jt\sigma^2)^{-\frac{1}{2}n} e^{\frac{jtm^2 n}{1-2jt\sigma^2}} dt.$$

Нехай вимірюється величина  $\xi_1 = \sum_{i=1}^n \eta_i^{*2}$ . Не-

обхідно вибрати одну з гіпотез (рис. 3):

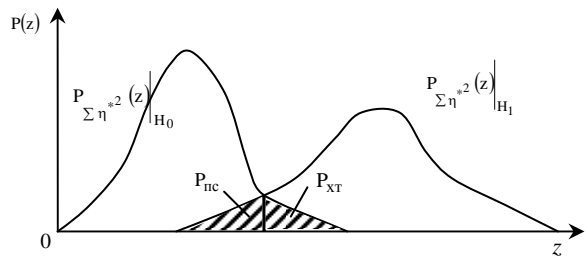


Рис. 3. Визначення похибок контролю

$$H_0: P_{\sum \eta_i^{*2}}(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jzt} (1 - 2jt\sigma^2)^{-\frac{1}{2}n} dt,$$

$$H_1: P_{\sum \eta_i^{*2}}(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-jzt} (1 - 2jt\sigma^2)^{-\frac{1}{2}n} \times e^{\frac{jtm^2 n}{1-2jt\sigma^2}} dt.$$

Відношення правдоподібності має вигляд

$$L(z) = \frac{P_{\sum \eta_i^{*2}}(z) \Big|_{H_1}}{P_{\sum \eta_i^{*2}}(z) \Big|_{H_0}}.$$

Границя правила вирішення, що мінімізує байєсівський ризик, визначається як

$$T = P_{H_0} (C_{10} - C_{00}) / (P_{H_0} (C_{01} - C_{11})),$$

де  $C_{00}$  – втрати при прийнятті рішення  $H_0$ , коли справедливе  $H_0$ ;  $C_{01}$  – втрати при прийнятті рішення  $H_0$ , коли справедливе  $H_1$ ;  $C_{10}$  – втрати при прийнятті рішення  $H_1$ , коли справедливе  $H_0$ ;  $C_{11}$  – втрати при прийнятті рішення  $H_1$ , коли справедливе  $H_1$ ;  $P_{H_0}, P_{H_1}$  – апіорні імовірності  $H_0$  та  $H_1$ .

Правило вибору рішення, найкращого у сенсі критерію середнього ризику, можна записати як

$$L(z) \{ (<) \text{ or } (>) \} T.$$

Якщо  $L(z) > T$  то приймається гіпотеза  $H_0$ , якщо  $L(z) < T$ , приймається гіпотеза  $H_1$ . Якщо прийняти  $C_{00} = C_{11} = 0, C_{01} = C_{10}, P_{H_0} = P_{H_1}$ , тоді правило вибору буде мати вигляд

$$\left( \frac{P_{\sum \eta_i^{*2}}(z) \Big|_{H_1}}{P_{\sum \eta_i^{*2}}(z) \Big|_{H_0}} \right) \{ (<) \text{ or } (>) \} 1.$$

Таким чином, це правило мінімізує суму імовірностей хибної тривоги та пропуску сигналу. Границя  $z_T$  цього правила вирішення визначається з умови

$$P_{\Sigma \eta^{*2}}(z) \Big|_{H_1} = P_{\Sigma \eta^{*2}}(z) \Big|_{H_0}.$$

### Висновки

Запропонована методика визначення границь допуску при проведенні оцінки достовірності результатів, отриманих від декількох однотипних засобів контролю, дозволяє визначати інтервали довіри, що мінімізують ризик від недостовірного визначення несправного каналу.

У подальшому методику доцільно вдосконалювати у напрямку визначення оптимального інтервалу спостереження за поведінкою каналу, з якого надходить недостовірна інформація. Це дозволить виявляти перебої в функціонуванні систем.

### Список літератури

1. Харченко В.С., Юрченко Ю.Б., Байда Н.К. Реализация проектов отказоустойчивых бортовых компьютеров космических аппаратов с использованием электронных компонент *Industry // Технология приборостроения*, 2002. – №1. – С. 29-36.

2. Харченко В.С. Выбор архитектур и технологий проектирования дефектоустойчивых управляющих и вычислительных систем реального времени // *Космическая наука и технология*, 1997. – № 3. – С. 109-119.

3. Лобанов А.В. Организация сбое- и отказоустойчивой работы двухкомплексной многомашиной вычислительной системы // *Автоматика и телемеханика*, 1998. – №2. – С. 143-152.

4. N. Oh, P.P. Shirvani, E.J. McCluskey. Error detecting by duplicated instructions in super-scalar processors // *IEEE Transaction on Reliability*, March, 2002. – Vol. 51. – P. 63-75.

5. Пархоменко П.П., Согомонян Е.С. Основы технической диагностики (оптимизация алгоритмов диагностики, аппаратурные средства). – М.: Энергия, 1981. – 358 с.

6. Согомонян Е.С., Слабаков Е.В. Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. – М.: Радио и связь, 1989. – 208 с.

7. Харченко В.С. Основы технической диагностики систем летательных комплексов. – М., 1991. – 106 с.

Надійшла до редколегії 3.04.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. О.М. Фоменко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.