

УДК 623.4.017

В.В. Кобзєв, В.А. Васильєв, Д.В. Фоменко

Харківський університет Повітряних Сил ім. І.Кожедуба, Харків

ПЛАНУВАННЯ ДВОСТУПЕНЕВИХ ВИБІРКОВИХ ВИПРОБУВАНЬ ВИРОБІВ ОДНОРАЗОВОГО ЗАСТОСУВАННЯ НА НАДІЙНІСТЬ З УРАХУВАННЯМ АПРІОРНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Розроблена математична модель двоступеневих вибіркового випробувань виробів одноразового застосування на надійність, яка дозволяє враховувати апріорну інформацію про надійність, отриману за результатами експлуатації виробів даного типу або виробів-аналогів.

Ключові слова: вибіркові випробування на надійність, ризик споживача, показник надійності.

Вступ

Постановка проблеми. Випробування виробів одноразового застосування за своїм характером є руйнівними оскільки пов'язані з безповоротними втратами цих виробів. Вартість таких випробувань значною мірою визначається вартістю виробів, застосування яких призвело до їх втрат. До того ж вироби одноразового застосування військового призначення, як правило, є високонадійними, тому для забезпечення прийнятної достовірності рішень за результатами випробувань необхідні значні об'єми таких випробувань.

Для зменшення вартості випробувань необхідно зменшувати об'єми випробувань. Це можна здійснити за рахунок урахування результатів експлуатації виробів даного типу або виробів-аналогів.

Крім того, у разі планування не безвідмовних випробувань для зменшення середньої тривалості випробувань є доцільною розробка ступеневих планів випробувань на надійність.

Аналіз досліджень і публікацій. При руйнівному контролі надійності випробуванням піддають тільки деякі вироби з загальної кількості, тобто контроль надійності є вибіркоким.

Вибірковий контроль передбачає проведення випробувань вибірки виробів з партії. Оскільки випробування виробів одноразового застосування є руйнівними, то вибірка виробів для контролю надійності є вибіркою без повернення.

Тому кількість можливих розміщень D непрацездатних виробів серед партії об'ємом N визначається як відповідній біноміальний коефіцієнт [1, 2]

$$C_N^D = \frac{N!}{D!(N-D)!} \quad (1)$$

Аналогічно розраховується кількість можливих розміщень d непрацездатних виробів серед вибірки об'ємом n

$$C_n^d = \frac{n!}{d!(n-d)!} \quad (2)$$

Якщо з партії виробів об'ємом N з рівнем дефектності D піддавати випробуванням вибірку виробів об'ємом n з ймовірністю безвідмовної роботи одного виробу p , то ймовірність того, що буде зафіксовано рівно d відмов визначається за співвідношенням [1 – 6]

$$P(n, d, N, D) = \frac{C_n^d p^{n-d} (1-p)^d C_{N-n}^{D-d} p^{N-n-D-d} (1-p)^{D-d}}{C_N^D p^{N-D} (1-p)^D} = \frac{C_n^d C_{N-n}^{D-d}}{C_N^D} \quad (3)$$

тобто кількість відмов є дискретною випадковою величиною, яка підпорядковується гіпергеометричному розподілу.

Якщо $d_{\text{ад}}$ – гранично допустима (приймальна) кількість відмов при випробуваннях, то ймовірність прийняти рішення про відповідність партії виробів вимогам до надійності за результатами випробувань вибірки визначається за співвідношенням

$$P(i \leq d_{\text{ад}}) = \sum_{i=0}^{d_{\text{ад}}} \frac{C_n^i C_{N-n}^{D-i}}{C_N^D} \quad (4)$$

У науково-технічній літературі [4, 6-8] розглянуті різні способи об'єднання апріорної інформації і експериментальних даних, наприклад, метод лінійного об'єднання незміщених оцінок показників надійності подібних виробів, використання апріорних оцінок, отриманих з попередніх випробувань виробів-аналогів, регресійний метод лінійного об'єднання оцінок, оцінювання параметрів на основі об'єднання двох вибірок, байєсівський підхід, тощо. Вживання вищезазначених способів (окрім останнього) вимагає, аби до моменту планування

випробувань була відома так звана "модель перенесення інформації", яка визначає взаємозв'язок між параметрами подібних виробів. Крім того, більшість цих способів орієнтована на оцінку надійності, а стосовно контролю надійності питання досліджені недостатньо повно.

Якщо прийняти припущення про те, що зміною величин показників надійності (ПН) різних однотипних виробів одноразового застосування, які експлуатуються в однорідних умовах, можна нехтувати, то результати їхньої експлуатації можна вважати однорідними.

Для об'єднання однорідної інформації найбільш універсальним є байєсівський спосіб урахування апріорної інформації [6 – 8]. Тому застосування цього способу є найбільш доцільним для вирішення завдань контролю надійності вибірки виробів одноразового застосування.

Для застосування цього способу статистична інформація про невідоме значення контрольованого ПН представляється у вигляді деякого апріорного розподілу, його числових характеристик, тощо. Оскільки величина конкретного ПН невідома, вона формально може бути представлена у вигляді випадкової величини. При цьому апріорний розподіл відображає міру визначеності інформації про значення даного ПН на початок випробувань.

Серед планів випробувань замкнутого типу найбільш економічними є безвідмовні випробування [2-4]. Проте їх застосування при випробуваннях не нових виробів (наприклад тих, що знаходяться на зберіганні) може приводити до неприйнятно завищених величин ризиків постачальника. Для зменшення середньої тривалості випробувань при прийнятній кількості відмов більший за нуль, доцільним є перехід від одноступеневих планів до двоступеневих [6, 7].

Мета статті. Розробка пропозицій щодо математичної моделі випробувань для розрахунку параметрів планів двоступінчастих випробувань замкнутого типу вибірки виробів одноразового застосування з урахуванням апріорної інформації за допомогою байєсівської процедури.

Основний матеріал

Значення показників достовірності результатів контрольних випробувань визначаються з використанням оперативної характеристики [5,6], яка є функцією параметрів планів випробувань.

Співвідношення, за яким визначається величина довірчої ймовірності γ події "дійсне значення ПН типу "ймовірність" перевищує відповідну однібічну нижню довірчу межу \underline{p}_γ " при фіксованому об'ємі випробувань, описує суму ймовірностей по-

падання траєкторії випробувань в точки, абсциси яких відповідають тривалості випробувань, а ординати – кількості відмов від нуля до наперед заданої кількості [2 – 7]:

$$\gamma = \sum_{i=0}^d C_n^i \underline{p}_\gamma^{n-i} (1 - \underline{p}_\gamma)^i, \quad (5)$$

де n – кількість проведених циклів випробувань; d – кількість відмов при проведенні випробувань.

Ймовірність попадання в конкретну точку можна знайти як різницю ймовірностей подій "дійсне значення ПН не перевищує відповідну однібічну нижню довірчу межу", які визначені за однаково тривалість випробувань і різну кількість відмов, які відрізняються на одиницю (у менший бік).

Тобто ймовірність того, що випробування будуть завершені з результатом $(n;d)$ буде дорівнювати

$$P(n;d) = \sum_{i=0}^d C_n^i \underline{p}_\gamma^{n-i} (1 - \underline{p}_\gamma)^i - \sum_{i=0}^{d-1} C_n^i \underline{p}_\gamma^{n-i} (1 - \underline{p}_\gamma)^i. \quad (6)$$

У відповідності з [6 – 8] співвідношення для визначення довірчої ймовірності при фіксованому об'ємі випробувань та заданих апріорній щільності розподілу величини ПН і його однібічній нижній довірчій межі може бути записано у вигляді

$$\gamma = \frac{\int_0^{\underline{p}_\gamma} C_{n-1}^d x^{n-d-1} (1-x)^d f_a(x) dx}{\int_0^1 C_{n-1}^d x^{n-d-1} (1-x)^d f_a(x) dx}, \quad (7)$$

де $f_a(x)$ — апріорна щільність розподілу величини ПН типу "ймовірність".

Введемо функціонал $G(p, n, d, f_a(x))$

$$G(p, n, d, f_a(x)) = \frac{\int_0^p C_{n-1}^d x^{n-d-1} (1-x)^d f_a(x) dx}{\int_0^1 C_{n-1}^d x^{n-d-1} (1-x)^d f_a(x) dx}, \quad (8)$$

де $G(p_{ад}, n, d, f_a(x))$ – довірча ймовірність того, що при результатах випробувань $(n;d)$ невідоме значення ПН типу "ймовірність" належить інтервалу $(0, p)$.

З урахуванням (6) ймовірність завершення випробувань коли рівень ПН дорівнює p з результатами $(n;d)$ може бути визначена як

$$P_a(p, n, d, f_a(x)) = G(p, n, d, f_a(x)) - G(p, n, d-1, f_a(x)). \quad (9)$$

При $d=0$ у співвідношенні (9) від'ємник дорівнює 0, тому

$$P_a(p, n, 0, f_a(x)) = G(p, n, 0, f_a(x)). \quad (10)$$

З урахуванням (3), (9) та (10) співвідношення для визначення ймовірності того, що буде зафіксовано рівно d відмов при проведенні випробувань вибірки виробів об'ємом n , які були відібрані з партії виробів об'ємом N з рівнем дефектності D з урахуванням апіорного розподілу невідомого значення ПН має вигляд

$$P_a(p, n, d, N, D, f_a(x)) = \frac{P_a(p, n, d, f_a(x)) \cdot P_a(p, N-n, D-d, f_a(x))}{P_a(p, N, D, f_a(x))}. \quad (11)$$

Якщо прийняти, що d – фактична кількість відмов, d_1 – приймальна кількість відмов на першій ступені, n_1 – об'єм першої ступені (вибірки), $d_{\text{а\delta}}$ – гранично допустима (приймальна) кількість відмов при випробуваннях, n_2 об'єм другої ступені (вибірки), то з урахуванням (4) та (11) ймовірність завершення випробувань з прийнятною кількістю відмов визначається за співвідношенням

$$P_a(d \leq d_{\text{а\delta}} | p, n_1, n_2, N, D, f_a(x)) = \sum_{i=0}^{d_1} P_a(p, n_1, i, N, D, f_a(x)) + \sum_{i=d_1}^{d_{\text{а\delta}}} P_a(p, n_1, i, N, D, f_a(x)) \times \sum_{i=0}^{d_{\text{а\delta}}-d_1} P_a(p, n_2, i, N, D, f_a(x)). \quad (12)$$

Для спрощення викладення матеріалу обмежимося випадком, коли

$$d_1 = 0, \quad d_{\text{а\delta}} = 1.$$

Тоді співвідношення (12) може бути спрощене і записане наступним чином:

$$P_a(d \leq 1 | p, n_1, n_2, N, D, f_a(x)) = P_a(p, n_1, 0, N, D, f_a(x)) + P_a(p, n_1, 1, N, D, f_a(x)) \times P_a(p, n_2, 0, N, D, f_a(x)). \quad (13)$$

Величина ризику споживача при цьому розраховується як ймовірність прийняти рішення про відповідність партії виробів вимогам до на-

дійності за результатами випробувань за співвідношенням

$$\beta = P_a(p = p_{\text{а\delta}} | n_1, n_2, N, D, f_a(x)) = P_a(p_{\text{а\delta}}, n_1, 0, N, D, f_a(x)) + P_a(p_{\text{а\delta}}, n_1, 1, N, D, f_a(x)) \times P_a(p_{\text{а\delta}}, n_2, 0, N, D, f_a(x)). \quad (14)$$

де $p_{\text{а\delta}}$ – гранично допустиме значення ПН типу "ймовірність", що визначається як

$$p_{\text{а\delta}} = \frac{N-D}{N}. \quad (15)$$

Середня тривалість випробувань $n_{\text{н\text{а\delta}}}$ до прийняття рішення про відповідність партії вимогам до надійності визначається як відповідне математичне очікування тривалості випробувань і визначається за співвідношенням

$$n_{\text{н\text{а\delta}}} = n_1 + n_2 P_a(p_{\text{а\delta}}, n_1, 1, N, D, f_a(x)). \quad (16)$$

З урахуванням співвідношень (8)–(16) проведений розрахунок об'ємів двоступеневих та одноступеневих випробувань для різних значень меж рівномірного апіорного розподілу невідомої величини ПН.

Рядок, де нижня межа одностороннього інтервалу апіорного розподілу показника надійності дорівнює 0, відповідає випадку, коли апіорна інформація відсутня.

Величини інших вихідних були такими

$$N = 100; \quad D = 5; \quad \beta = 0,2.$$

Результати розрахунків наведені у табл. 1.

Отримані співвідношення (8) – (16) є математичною моделлю двоступеневих вибіркового випробувань виробів одноразового застосування, яка узагальнює відому модель випробувань (3), (4) при контролі надійності партій технічних об'єктів i , в частковому випадку, зводиться до неї.

Висновки

На відміну від відомої моделі випробувань без урахування апіорної інформації, розроблена математична модель описує процес двоступеневих вибіркового випробувань з використанням байєсівського підходу до урахування апіорної інформації про величину показників надійності, накопиченої за даними попередньої експлуатації однотипних виробів.

Проведений порівняльний аналіз обчислених за допомогою розроблених математичних моделей об'ємів випробувань з тими, що відповідають відомим методам, підтверджує зменшення цих об'ємів.

Необхідний об'єм випробувань виробів для прийняття рішення
про відповідність партії вимогам до надійності

Нижня межа однобічного інтервалу апіорного розподілу показника надійності	Одноступеневий план вибірових випробувань з прийнятною кількістю відмов		Двоступеневий план вибірових випробувань		
	0	1	перша вибірка (ступінь)	друга вибірка (ступінь)	середній об'єм випробувань до прийняття позитивного рішення
0	27	49	33	21	40,05
0,5	27	49	33	21	40,05
0,8	27	48	31	23	38,97
0,85	25	43	27	23	34,25
0,9	12	26	14	11	14,04

Величина цього зменшення тим суттєвіша, чим більш точною і достовірною є апіорна інформація про величину контрольованого показника надійності

Запропонований підхід може бути використаний при плануванні контрольних випробувань на надійність дорогих однотипних об'єктів, наприклад зенітних керованих ракет.

Список літератури

1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М.: Высшая школа, 2001. – 575 с.
2. Гречин А.Л. Выборочное обследование качества продукции машиностроения и радиоэлектроники / А.Л. Гречин, В.С. Зайчик – Минск: Наука и техника, 1986. – 240 с.
3. Барлоу Р. Статистическая теория надежности и испытания на безотказность / Р. Барлоу, Ф. Прошан. – М.: Наука, 1984. – 328 с.
4. Северцев Н.А. Надежность сложных систем в эксплуатации и обработке / Н.А. Северцев. – М.: Высшая школа, 1989. – 432 с.

5. ДСТУ 2864-94. Надійність техніки. Експериментальне оцінювання та контроль надійності. Основні положення. – К.: Держстандарт України, 1995. – 30 с.

6. Надежность и эффективность в технике: Справочник. В 10 т. / Ред. совет: В.С. Авдеевский (пред.) и др. – М.: Машиностроение, 1989. – Т.6: Экспериментальная обработка и испытания. – 376 с.

7. Александровская Л.И. Современные методы обеспечения безотказности сложных технических систем: Учебник / Л.И. Александровская, А.П. Афанасьев, А.А. Лисов. – М.: Логос, 2003. – 208 с.

8. Савчук В.П. Байесовские методы статистического оценивания: Надежность технических объектов / В.П. Савчук. – М.: Наука, 1989. – 328 с.

Надійшла до редколегії 27.06.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.М. Ланецький, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

ПЛАНИРОВАНИЕ ДВУХСТУПЕНЧАТЫХ ВЫБОРОЧНЫХ ИСПЫТАНИЙ ИЗДЕЛИЙ ОДНОКРАТНОГО ПРИМЕНЕНИЯ НА НАДЕЖНОСТЬ С УЧЕТОМ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ

В.В. Кобзев, В.А. Васильев, Д.В. Фоменко

Разработана математическая модель двухступенчатых выборочных испытаний изделий однократного применения на надежность, позволяющая учитывать априорную информацию о надежности, полученную по результатам эксплуатации изделий данного типа или изделий-аналогов

Ключевые слова: выборочные испытания на надежность, риск потребителя, показатель надежности.

TWO-STAGE SELECTIVE RELIABILITY TESTS PLANNING OF SINGLE APPLICATION PRODUCTS WITH A PRIORI INFORMATION INCLUDING

V.V. Kobzev, V.A. Vasilyev, D.V. Fomenko

A mathematical model of two-stage selective reliability testing of single application products is developed, which allows to take into account a priori information about the reliability, derived from the operation results of this type products or analogues

Keywords: the selective reliability tests, the consumer risk, the reliability index.