УДК 621.396

А.И. Тимочко, В.Н. Ушань

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

ПРОЦЕДУРА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ МАРШРУТОВ ДВИЖЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ ВОЗДЕЙСТВИЯ ВНЕШНИХ ФАКТОРОВ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА МАКСИМУМА

Предложена процедура автоматизированного определения значения параметров маршрутов полета самолетов (групп) при преодолении воздействия системы ПВО противника. Основу процедуры составляет принцип максимума Понтрягина. Описано поведение управляемой системы в пространстве системой дифференциальных уравнений. Введена система однородных линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами для синтеза управляющих воздействий. Сформулировано условие оптимальности.

Ключевые слова: *динамический объект, система ПВО, самолет, маршрут движения, система дифференциальных уравнений, принцип максимума Понтрягина, условие оптимальности.*

Введение

Постановка проблемы. Под динамическими объектами в общем случае понимаются физические тела и системы связанных тел, явления, технические устройства и системы связанных устройств, а также технологические процессы, способные воспринимать внешние физические воздействия и откликаться на них изменением выходных физических величин, характеризующих состояние и поведение объекта.

В рамках рассматриваемого вопроса нас будут интересовать отдельные летательные аппараты (ЛА), подразделения и части авиации, выполняющие полеты в условиях воздействия по ним средств ПВО противника, т.е. преднамеренного воздействия внешних факторов.

Успешное выполнение задач динамическими объектами подразумевает умелое преодоление противодействия возмущающего воздействия внешней среды. Следовательно, управляющая динамическими объектами система должна обеспечивать расчет оптимальных в некотором смысле маршрутов их движения (полетов) при преодолении воздействия возмущающих воздействий внешней среды (системы ПВО противника). Однако в существующих АСУ движением динамических объектов в силу различных причин не осуществляется расчет оптимальных маршрутов полета самолетов (групп самолетов) при преодолении системы ПВО противника.

Таким образом, необходимость введения в состав специального математического обеспечения АСУ движением динамических объектов алгоритмов для определения значений параметров рациональных маршрутов движения динамических объектов в условиях воздействия внешних факторов обусловливают актуальность проведения настоящих исследований.

Анализ последних исследований и публикаций. Преодоление противодействия ПВО противника – это объединенные общим замыслом действия экипажей, подразделений и частей авиации с применением маневра и средств радиоэлектронной борьбы, направленные на исключение (существенное уменьшение) потерь самолетов от средств ПВО противника при выполнении разнообразных задач [1, 2].

Преодоление ПВО противника осуществляется в каждом полете путем обхода опасных районов; маневрирования по высоте; применения средств радиоэлектронной борьбы; уничтожения средств ПВО, оказывающих непосредственное противодействие нашей авиации на маршрутах полета и при осуществлении ими воздействия по заданным объектам.

Основными формами преодоления ПВО противника являются подавление и прорыв.

Считается, что для преодоления ПВО наиболее предпочтителен полет на предельно малых высотах и с максимально допустимой скоростью [2]. При этом маршрут должен быть выбран в обход сильных группировок ПВО противника. Однако выполнение такого полета сопряжено с увеличением расхода топлива для достижения заданных объектов удара и дальности до цели [3]. Поэтому для обеспечения заданной дальности полета практически всегда требуется максимальная заправка топливом, включая подвесные топливные баки. Соответственно, неизбежно уменьшается располагаемая на борту масса средств поражения, а в итоге – и эффективность воздействия по противнику.

Выбор маршрутов для самолетов (групп), осуществляющих преодоление ПВО противника в определенном районе, зависит от позиций средств ПВО и характера местности в этом районе. Иногда возможно просчитать базовые варианты преодоления ПВО противника. Частое изменение современными комплексами ПВО своих позиций приводит к частому изменению границ зон поражения. Соответственно, любое изменение таких зон в пространстве потребует определения новых параметров маршрутов полета самолетов к цели. С другой стороны, эта же задача должна решаться при изменении начальных и конечных координат маршрута полета, при обнаружении новых средств воздействия противника и т.п.

Цель статьи. Разработка процедуры автоматизированного определения значений параметров маршрутов полета самолетов при преодолении ПВО противника.

Основной материал

Для разработки процедуры определения значений параметров маршрутов полета самолетов (групп) при преодолении ПВО противника опишем поведение управляемой системы.

Представим поведение управляемой системы в пространстве следующей системой дифференциальных уравнений [4]:

$$\frac{dx_j}{dt} = f_j(x_1,\ x_2, ..., x_n,\ u_1,\ u_2, ...,\ u_r),\quad (j = \overline{1, n}), \quad (1)$$

где $u_s, (s = \overline{1, r})$ – конкретно осуществляемое в течение времени t управление системой.

Требуется перевести систему из точки $x(t_0)$ n-мерного фазового пространства X в заданную точку x_1^*. Момент времени t_1, в который изображающая точка попадет в точку x_1^*, заранее не фиксируется.

Управление $u(t)$ – кусочно-непрерывная вектор-функция, значения которой принадлежат некоторому замкнутому ограниченному пространству Ω r-мерного пространства u:

$$u \in \Omega. \quad (2)$$

Следует отметить, что функции $f_j(x_1,\ x_2, ...,\ x_n,\ u_1,\ u_2, ...,\ u_r)$, $(j = \overline{1, n})$, определены для любых значений $x \in X$ и $u \in \Omega$. Они предполагаются непрерывными по совокупности переменных $x_1,\ x_2, ...,\ x_n,\ u_1,\ u_2, ...,\ u_r$ и непрерывно дифференцируемы по $x_1, x_2, ..., x_n$. Управление u нужно выбрать так, чтобы функционал

$$I = \int_{t_0}^{t_1} L(x(\theta), u(\theta))d\theta \quad (3)$$

принимал наименьшее значение.

Пусть $x_0(t)$ функция, определенная как:

$$\frac{dx_0(t)}{dt} = L\ (x_1,\ x_2, ...,\ x_n,\ u_1,\ u_2, ...,\ u_r). \quad (4)$$

Обозначим $L = f_0$. Тогда (4) примет вид:

$$\frac{dx_0(t)}{dt} = f_0\ (x_1,\ x_2, ...,\ x_n,\ u_1,\ u_2, ...,\ u_r). \quad (5)$$

Начальные условия для (5) имеют вид:

$$x_0(t) = 0. \quad (6)$$

На основании (5) и (1) получим систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{dx_j}{dt} = f_j\ (x, u),\quad (j = \overline{0, n}). \quad (7)$$

Для синтеза управляющих воздействий введем дополнительную систему однородных линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами [4]:

$$\frac{d\psi_k}{dt} = \sum_{i=0}^{n} \frac{\partial f_i(x(t), u(t))}{\partial x_k}\ \psi_i,\quad (k = \overline{0, n}). \quad (8)$$

Для любых начальных значений для ψ_i система уравнений (8) допускает единственное решение:

$$\psi_i = (\psi_0,\ \psi_1, ...,\ \psi_n). \quad (9)$$

Вектор (9) есть решение системы (8) для выбранного управления $u(t)$ и траектории $x(t)$.

Введем функцию Понтрягина:

$$\hat{H}(\psi, x, u) = -\sum_{i=0}^{n} \psi_i f_i(x, u). \quad (10)$$

Найдем частные производные выражения (10):

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial \psi_j} = f_j\ (x, u), \quad (11)$$

$$\frac{\partial \hat{H}}{\partial x_k} = \sum_{i=0}^{n} \psi_i \frac{\partial f_i\ (x, u)}{\partial x_k}. \quad (12)$$

С учетом (11) уравнения (7), (8) запишем как:

$$\frac{dx_j}{dt} = \frac{\partial \hat{H}}{\partial \psi_j},\quad (j = \overline{0, n}). \quad (13)$$

$$\frac{d\psi_j}{dt} = -\frac{\partial \hat{H}}{\partial x_j},\quad (j = \overline{0, n}). \quad (14)$$

Уравнения (13), (14) образуют систему уравнений, идентичную системе уравнений Гамильтона. Полученная система дифференциальных уравнений (13), (14) состоит из $2n$ уравнений. В них входят неизвестные функции $x_1,\ x_2, ...,\ x_n$, $\psi_1, \psi_2, ..., \psi_n$, $u_1, u_2, ..., u_r$, т.е. количество неизвестных функций равно $2n + r$. Таким образом, эта система неполна и однозначное ее решение невозможно.

Однако эта система уравнений дополняется одним условием. Управляющий вектор u должен выбираться так, чтобы при любых фиксированных значениях ψ, x функция $H(\psi, x, u)$ достигала своего максимума при этом значении u. Дополненная этим условием система уравнений (13), (14) уже является полной. Этот результат и называется принципом максимума [5].

Поставленная задача решается при помощи принципа максимума Понтрягина, установленного и доказанного в виде теоремы о необходимом условии оптимальности [6].

Отметим следующие особенности [11]. После выбора $u(t)$, переводящего систему из $x(t_0)$ в x_1, можно найти соответствующую траекторию $x(t)$. После этого можно найти соответствующие функциям $u(t)$ и $x(t)$ решения системы уравнений (14):

$$\psi(t)^T = \left[\psi_0(t), \psi_1(t), ..., \psi_n(t)\right]. \qquad (15)$$

Условие оптимального решения системы дифференциальных уравнений (14), (15) сформулировано в виде теоремы о необходимом условии оптимальности, являющееся базой принципа максимума Понтрягина и представляется следующим образом.

Пусть $u(t)$ $(t_0 \le t \le t_1)$ допустимое управление, что соответствующая ему траектория $x(t)$, исходящая в момент времени t_0 из точки $x(t_0)$, проходит в момент времени t_1 через точку x_1.

Для оптимальности управления $u(t)$ и траектории $x(t)$ необходимо существует такой непрерывный вектор $\psi^T(t) = \left[\psi_0(t), \psi_1(t), ..., \psi_n(t)\right]$, соответствующий функциям $u(t)$ и $x(t)$, что:

1. Для момента времени t, являющегося точкой непрерывного управления $u(t)$, функция $\hat{H}(\psi(t), x(t), u)$ достигает в точке $u = u(t)$ максимума:

$$\begin{aligned} \max \hat{H}(\psi(t), x(t), u(t)) = \max \hat{H}(\psi(t), x(t), u) = \\ = \mu(\psi(t), x(t)). \end{aligned} \qquad (16)$$

2. В конечный момент времени t_1 выполнимы соотношения:

$$\psi_0(t) \le 0, \qquad (17)$$

$$\mu(\psi(t), x(t)) = 0. \qquad (18)$$

Следует отметить, что при любом $t \in \left[t_0, t_1\right]$:

$$\psi_0(t) = \text{const}, ,$$

$$\mu(\psi(t), x(t)) = \text{const}.$$

Таким образом, принцип максимума может быть положен в основу разрабатываемой процедуры определения значений параметров маршрутов полета групп самолетов при преодолении системы ПВО противника.

Выводы

1. Предложена процедура, позволяющая автоматизировано определять значения параметров маршрутов полета самолетов (групп самолетов) при преодолении воздействия системы ПВО противника.

2. В основу процедуры положен принцип максимума Понтрягина. Для этого сформулировано условие оптимальности

Список литературы

1. Управление полетами в частях авиации Вооруженных Сил СССР: Методическое пособие. – М.: Изд-во МО СССР, 1985. – 198 с.

2. Авиация ВВС России и научно-технический прогресс. Боевые комплексы и системы вчера, сегодня, завтра / Под ред. Е.А. Федосова. – М.: Дрофа, 2005. – 734 с.

3. Самолетовождение: Учебное пособие / Под ред. В.Д. Тимофеева. – М.: Воениздат МО СССР, 1977. – 471 с.

4. Понтрягин Л.С. Принцип максимума в оптимальном управлении / Л.С. Понтрягин. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. – 64 с.

5. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 717 с.

6. Болтянский В.Г. Математические методы оптимального управления / В.Г. Болтянский. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969. – 408 с.

7. Красовский А.А. Аналитическое конструирование контуров систем автоматического регулирования по критерию обобщенной работы / А.А. Красовский. // Известия АН СССР «Техническая кибернетика». – 1970. – № 3.

Поступила в редколлегию 5.03.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Илюшко, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ПРОЦЕДУРА ВИЗНАЧЕННЯ ЗНАЧЕНЬ ПАРАМЕТРІВ МАРШРУТІВ РУХУ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ В УМОВАХ ДІЇ ЗОВНІШНІХ ЧИННИКІВ НА ОСНОВІ ПРИНЦИПУ МАКСИМУМУ

О.І. Тимочко, В.М. Ушань

Запропонована процедура автоматизованого визначення значення параметрів маршрутів польоту літаків (груп) при подоланні впливу системи ППО противника. Основу процедури складає принцип максимуму Понтрягіна. Описана поведінка керованої системи в просторі системою диференціальних рівнянь. Введена система однорідних лінійних диференціальних рівнянь із змінними коефіцієнтами для синтезу управляючих впливів. Сформульована умова оптимальності.

Ключові слова: *динамічний об'єкт, система ППО, літак, маршрут руху, система диференціальних рівнянь, принцип максимуму Понтрягіна, умова оптимальності.*

PROCEDURE OF DETERMINATION OF VALUES OF PARAMETERS OF ROUTES OF MOTION OF RUN-TIME OBJECTS IN THE CONDITIONS OF INFLUENCE OF EXTERNAL FACTORS ON BASIS OF PONTRYAGIN'S MAXIMUM PRINCIPLE

O.I. Tymochko, V.M. Ushan

Procedure of the automated determination of value of parameters of routes of flight of airplanes (groups) is offered at overcoming of influence of opponent's air defence system. The Pontryagin's maximum principle is the Basis of procedure. The conduct of the guided system is described in space of system of differential equalizations. The system of homogeneous linear differential equalizations with variable coefficients is entered for the synthesis of managing influences. The condition of optimumness is formulated.

Keywords: *run-time object, air defence system, airplane, route of motion, system of differential equalizations, Pontryagin's maximum principle, condition of optimumness.*