

УДК 004.9 : 621.39

Г.А. Кучук<sup>1</sup>, В.В. Косенко<sup>2</sup>, О.П. Давікоза<sup>3</sup><sup>1</sup> Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків<sup>2</sup> ДП "Харківський науково-дослідний інститут технології машинобудування", Харків<sup>3</sup> Командування Повітряних Сил Збройних Сил України, Вінниця

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ТЕХНІЧНОЇ СТРУКТУРИ ІНФОРМАЦІЙНО-ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ

У статті розглядається підхід до розробки математичної моделі технічної структури інформаційно-телекомунікаційної мережі, котра у композиції із моделлю інформаційної структури враховує особливості мережевого інформаційного середовища. Пропонується модель є однією із складових проекту структури мережі, в якому між логічними та фізичними вузлами встановлюється бієктивна відповідність. Це дозволяє враховувати залежність характеристик структури мережі від параметрів прикладних завдань, котрі вирішуються в мережевому середовищі. Також отримано розширену математичну модель, котра дозволяє визначити параметри потоків даних в мережі для заданої технічної структури відповідно до плануємої інформаційної структури.

**Ключові слова:** інформаційно-телекомунікаційна мережа, математична модель, технічна структура, інформаційна структура.

### Вступ

Модифікація існуючої або проектування нової інформаційно-телекомунікаційної мережі (ІТМ) наперед передбачає розробку структури мережі, що має дві основних складових: інформаційну та технічну. При цьому технічна структура мережі повинна відображати конкретну реалізацію *інформаційної структури*, під котрою розумітимемо сукупність інформаційних ресурсів (джерела і приймачі інформації), розміщених на вузлах мережі, і інформаційні потоки між вузлами, що виникають при вирішенні прикладних завдань. В свою чергу *під технічною структурою* мережі будемо розуміти сукупність мережевого устаткування і робочих станцій (вузлів) мережі, об'єднаних каналами зв'язку. Вибір структури системи суттєво впливає на якість обміну даними між прикладним програмним забезпеченням і, відповідно, на якість вирішення прикладних завдань. Тому розробка математичної моделі структури ІТМ є необхідною умовою при виборі варіантів побудови мережі [1, 2].

При проведенні аналізу літературних джерел було визначено, що найбільш суттєвими проблемами при існуючих на сьогодні підходах до розробки математичних моделей структури ІТМ є такі [3 – 5]:

– відсутній єдиний підхід до формування структури (в даний час існує, як мінімум, декілька технологій проектування мереж);

– не в достатній мірі враховується залежність характеристик структури мережі від параметрів прикладних завдань, що вирішуються в мережевому середовищі;

Тому задача розробки математичної моделі структури ІТМ, що враховує дані фактори є **акту-**

**альною.** Для її вирішення пропонується розробити взаємозв'язані математичні моделі інформаційної та технічної структур ІТМ, між логічними та фізичними вузлами котрих встановлюється бієктивна відповідність, що дозволяє розглянути моделювання структури в три етапи: розробка технічної структури, розробка інформаційної структури, конкатенація моделей.

**Метою даної статті** є розробка математичної моделі технічної структури ІТМ, яка у композиції із моделлю інформаційної структури враховує особливості мережевого інформаційного середовища.

### Результати досліджень

Зазначимо, що структура мережі формується із застосуванням структуроутворюючого устаткування (комутатори, маршрутизатори), до якого підключаються вузли мережі. Структуроутворююче устаткування з'єднується каналами зв'язку між собою.

Перш за все, відзначимо, що технічна структура мережі формується на основі інформаційної структури і при цьому число вузлів в обох структурах співпадає. Групи в технічній структурі по складу і числу співпадають з групами в інформаційній структурі. Проте з'єднання груп і вузлів в інформаційній структурі не розглядається, а технічна структура передбачає саме створення таких з'єднань у вигляді каналів зв'язку. Розглянемо стратифіковану за  $U$  рівнями (надалі для спрощення задамо  $U = 3$ ) систему зв'язків мережевого обладнання.

Нехай  $K_1^*$  – кількість комутаторів, використуваних для з'єднання вузлів технічної структури корпоративної мережі при створенні груп першого рівня (комутатори першого рівня), визначається особливостями реальної мережі, технічними можли-

востями комутаторів;  $K_2^*$  – кількість комутаторів, використовуваних для з'єднання комутаторів першого рівня і створення груп другого рівня;  $K_3^*$  – кількість комутаторів третього рівня (зазвичай – інтелектуальних) для з'єднання комутаторів другого рівня, позначимо як  $K_3^*$ , причому  $K_3^* = 0$ , якщо всі комутатори другого рівня зв'язані між собою тільки каналами зв'язку.

Введемо булеві матриці з'єднань, елементи яких набувають ненульового значення тоді і тільки тоді, коли між елементами існує фізичне з'єднання:

$$Y_1^* = \| \| y_{1ij}^* \| \|, i = \overline{1, M}, j = \overline{1, K_1^*} \text{ – матриця з'єднань}$$

$M$  технічних вузлів мережі (робочі станції, сервери) з комутаторами першого рівня, тобто ця матриця задає розподіл вузлів мережі;

$$Y_2^* = \| \| y_{2ij}^* \| \|, i = \overline{1, K_1^*}, j = \overline{1, K_2^*} \text{ – матриця з'єднань}$$

комутаторів першого рівня з комутаторами другого рівня;

$$Y_3^* = \| \| y_{3ij}^* \| \|, i = \overline{1, K_2^*}, j = \overline{1, K_3^*} \text{ – матриця з'єднань}$$

комутаторів другого рівня з комутаторами третього рівня.

Для елементів цих матриць повинні виконуватися такі умови:

$$\begin{aligned} \forall i \in \overline{1, M} \quad \sum_{j=1}^{K_1^*} y_{1ij}^* = 1; \quad \forall i \in \overline{1, K_1^*} \quad \sum_{j=1}^{K_2^*} y_{2ij}^* = 1; \\ \forall i \in \overline{1, K_2^*} \quad \sum_{j=1}^{K_3^*} y_{3ij}^* = 1. \end{aligned} \quad (1)$$

Для врахування з'єднання комутаторів між собою усередині одного рівня без використання комутаторів більш високого рівня, введемо додатково такі булеві матриці:

$$X_u^* = \| \| x_{uij}^* \| \|, i = \overline{1, K_u^*}, j = \overline{1, K_u^*}, u = \overline{1, 3}, \quad (2)$$

елементи яких набувають ненульового значення тоді і тільки тоді, коли між комутаторами одного рівня існує фізичне з'єднання, дані матриці – квадратні і симетричні.

При розрахунках параметрів потоків даних, котрі передаються по каналах зв'язку, необхідно знати пропускну спроможність каналів. Ці дані також є параметрами технічної структури ІТМ. Оскільки для кожного рівня задані матриці з'єднань, то їх використовуватимемо для завдання пропускну спроможностей каналів зв'язку, що здійснюють з'єднання. Отже, введемо в розгляд матриці пропускну спроможностей фізичних з'єднань:

$$C_u^*(Y_u^*) = \| \| c_{uij}^*(y_{uij}^*) \| \|, \quad ; \quad (3)$$

$$i = \overline{1, K_{u-1}^*}, j = \overline{1, K_u^*}, u = \overline{1, 3}, K_0^* = M;$$

$$C_u^*(X_u^*) = \| \| c_{uij}^*(x_{uij}^*) \| \|, i = \overline{1, K_u^*}, j = \overline{1, K_u^*}, u = \overline{1, 3}. \quad (4)$$

Таким чином, технічна структура мережі задається множиною:

$$\mathfrak{S} = \left\{ \left\{ K_u^* \right\}, \left\{ Y_u^* \right\}, \left\{ X_u^* \right\}, \left\{ C_u^*(Y_u^*) \right\}, \left\{ C_u^*(X_u^*) \right\} \right\}, \quad (5)$$

$$u = \overline{1, 3}$$

Синтез технічної структури мережі припускає визначення інтенсивності потоків даних, що поступають на комутатори (навантаження комутаторів).

Матриці інтенсивностей інформаційних потоків між комутаторами першого рівня і усередині груп технічних вузлів, підключених до комутаторів  $u$ -го рівня, обчислюються таким чином:

$$\begin{aligned} A_u^*(Y_u^*) &= \| \| a_{uij}^* \| \| = \\ &= (Y_u^*)^T (A_{u-1}^* Y_{u-1}^* - \text{diag}(A_{u-1}^* Y_{u-1}^*)) Y_u^*; \quad (6) \\ i, j &= \overline{1, K_u^*}, \quad u = \overline{1, 3}, \quad A_0^* = A, \quad Y_0^* = E. \end{aligned}$$

оскільки вузли технічної структури відповідають вузлам інформаційної структури ІТМ по інформаційних потоках, тобто для завдання інтенсивностей інформаційних потоків між технічними вузлами можна використовувати матриці сумарних інтенсивностей потоків даних  $A_u^*$  усередині груп.

Також, виходячи із матриць  $A_{uk}^*$  – сумарних інтенсивностей потоків даних можна для  $k$ -го завдання визначити матрицю інтенсивностей потоків даних між комутаторами на рівні  $u$ :

$$\begin{aligned} A_{uk}^*(Y_u^*) &= \| \| a_{ukij}^* \| \| = \\ &= (Y_u^*)^T (A_{(u-1),k}^* Y_{u-1}^* - \text{diag}(A_{(u-1),k}^* Y_{u-1}^*)) Y_u^*; \quad (7) \\ i, j &= \overline{1, K_u^*}, \quad u = \overline{1, 3}, \quad k = \overline{1, L}, \\ A_{0,k}^* &= A, \quad Y_0^* = E, \end{aligned}$$

при цьому виконується рівність

$$\sum_{k=1}^L A_{uk}^*(Y_u^*) = A_u^*(Y_u^*), \quad u = \overline{1, 3}, \quad k = \overline{1, L}. \quad (8)$$

Елементи вектора сумарних інтенсивностей інформаційних потоків, що поступають на комутатори  $u$ -го рівня, задамо як

$$\lambda_u^* = (\lambda_{u1}^*, \dots, \lambda_{uK_u^*}^*), \quad u = \overline{1, 3}, \quad (9)$$

$$\text{де } \lambda_{ui}^* = \sum_{j=1}^{K_1^*} (a_{uij}^* + a_{uji}^*) - a_{1ii}^*, \quad i = \overline{1, K_1^*}, \quad u = \overline{1, 3}, \quad (10)$$

причому тут враховуються і потоки даних між вузлами, підключеними до комутатора.

Відповідно для  $k$ -го завдання маємо вектор сумарних інтенсивностей потоків даних цього завдання, що поступають на комутатори  $u$ -го рівня

$$\lambda_{uk}^* = \left( \lambda_{uk1}^*, \dots, \lambda_{ukK_u}^* \right), \lambda_{uki}^* = \sum_{j=1}^{K_1} (a_{ukij}^* + a_{ukji}^*) - a_{ukii}^*, \quad i = \overline{1, K_1}, \quad k = \overline{1, L}, \quad u = \overline{1, 3}. \quad (11)$$

Отримані формули (6) – (11) дозволяють обчислити величину навантаження комутаторів при заданій технічній структурі мережі. Проте якість роботи мережі визначається і навантаженням на канали зв'язку. Для визначення навантаження на канали зв'язку (інтенсивності потоків даних, передаваних по каналах зв'язку) матимемо на увазі, що в мережі можна виділити декілька типів каналів:

тип 1 – канали, що зв'язують технічні вузли мережі з комутаторами;

тип 2 – канали, що зв'язують комутатори нижнього рівня з комутаторами верхнього рівня;

тип 3 – канали, що зв'язують комутатори одного рівня.

Для обчислення навантаження на канали зв'язку першого типу відзначимо, що по цих каналах передаються потоки даних, що йдуть або від конкретного (даного) вузла до комутатора, або від комутатора до цього вузла. Інтенсивність першого з цих потоків дорівнює сумі всіх потоків від даного вузла до всіх інших вузлів мережі, а другого – сумі інтенсивностей потоків від вузлів мережі, що поступають на даний вузол. Оскільки в даному випадку кожний канал підключений до конкретного технічного вузла, то вважатимемо, що номер каналу першого типу співпадає з номером підключеного до нього технічного вузла. Позначимо сумарну інтенсивність всіх потоків даних, котрі передаються каналами першого типу вузла і як  $\gamma_{1i}^*$ , причому кількість каналів першого типу дорівнює кількості технічних вузлів мережі, тобто  $i = \overline{1, M}$ .

Виходячи з того, що технічний вузол відповідає вузлу інформаційної структури, і, отже, можна використовувати значення інтенсивностей потоків даних між вузлами інформаційної структури (матриця  $\mathbf{A}$ ) для розрахунку  $\gamma_{1i}^*$ :

$$\gamma_{1i}^* = \sum_{j=1, j \neq i}^M (a_{ij} + a_{ji}), \quad i = \overline{1, M}, \quad (12)$$

а інтенсивність потоків даних k-го завдання, котрі передаються каналами зв'язку першого типу вузла і, обчислюється як

$$\gamma_{1ki}^* = \sum_{j=1, j \neq i}^M (a_{kij} + a_{kji}), \quad i = \overline{1, M}, \quad (13)$$

отже, можна скласти вектор сумарного навантаження на канали зв'язку першого типу від k-го завдання:

$$\gamma_{1ki}^* = \left( \gamma_{1ki1}^*, \gamma_{1ki2}^*, \dots, \gamma_{1kiM}^* \right), \quad k = \overline{1, L}. \quad (14)$$

Для каналів другого типу вважатимемо, що номер каналу визначається номером комутатора ниж-

нього рівня, приєднаного до каналу, а канали третього типу ідентифікуються парою номерів комутаторів, які підключені до цих каналів.

Відзначимо, що навантаження на канали другого і третього типів визначається структурою мережі зв'язку, оскільки по таких каналах можуть передаватися і транзитні сполучення. Тому для обчислення навантаження можна використовувати відомі алгоритми розрахунку потоків даних на графах [5], котрі представляють зв'язки між комутаторами. Графи задаються матрицями  $\mathbf{Y}_u^*, \mathbf{X}_u^*$ , визначеними вище (вершини графа — комутатори, ребра — канали зв'язку між комутаторами). При цьому матриці повинні бути складені так, щоб мережа була зв'язною, тобто була можлива передача даних між будь-якими двома робочими станціями мережі. Крім того, матриці повинні бути складені так, щоб не було петель в графі з'єднань комутаторів. Позначимо булеву матрицю графа зв'язків між комутаторами як

$$\Omega = (\omega_{ij}), \quad (15)$$

де  $i, j \in \overline{1, \sum_{u=1}^U K_u^*}$ ;  $U$  – кількість рівнів, а  $\omega_{ij}$  набуває

ненульових значень, якщо між відповідними комутаторами є канал зв'язку. Відмітимо, що матриця  $\Omega$  симетрична і може бути отримана з матриць  $\mathbf{Y}_u^*, \mathbf{X}_u^*$  (при  $U = 3$ ):

$$\Omega = \begin{pmatrix} X_1^* & Y_2^* & 0 \\ (Y_2^*)^T & X_2^* & Y_3^* \\ 0 & (Y_3^*)^T & X_3^* \end{pmatrix} \quad (16)$$

Таким чином, параметри потоків даних в мережі для заданої технічної структури визначаються множиною:

$$\mathfrak{N}(\mathfrak{Z}) = \left\{ \left\{ \mathbf{A}_u^* (\mathbf{Y}_u^*) \right\}, \left\{ \lambda_u^* \right\}, \left\{ \lambda_{uk}^* \right\}, \left\{ \gamma_1^* \right\}, \left\{ \gamma_{1k}^* \right\}, u \in \overline{1, U} \right\}. \quad (17)$$

Множина  $\mathfrak{N}(\mathfrak{Z})$  визначає параметри як агрегованих, так і окремих потоків даних, котрі передаються по каналах зв'язку мережі, вирішуваними завданнями. Проте якість передачі даних, що впливає на якість вирішення завдань, залежить і від пропускної спроможності каналів зв'язку і від того, яка смуга пропускання виділена для кожного завдання. Тут відзначимо, що сучасні комутатори дають можливість забезпечити для заданої групи повідомлень необхідну смугу пропускання каналу. Це досягається шляхом застосування режиму гарантованої якості обслуговування QoS [4]. Таким чином, для передачі потоку даних кожного завдання може бути виділений свій віртуальний канал. У загальному випадку на кожному комутаторі можна задати коефіцієнти

розділення каналів для кожного завдання, котрі складуть множину таких коефіцієнтів  $\mathfrak{R}$ , як сукупність підмножин коефіцієнтів для кожного комутатора:

$$\mathfrak{R} = \{\mathfrak{R}_u\}, u \in \overline{1, U}, \quad (18)$$

$$\text{де } \mathfrak{R}_u = \left\{ \begin{array}{l} (\rho_{u11}, \dots, \rho_{u1L}), \\ (\rho_{u21}, \dots, \rho_{u2L}), \dots, (\rho_{uK_u1}, \dots, \rho_{uK_uL}) \end{array} \right\},$$

$\rho_{uik}$  – коефіцієнт розділення каналів для комутатора рівня  $u$  номер  $i$  завдання номер  $k$ . Для коефіцієнтів комутатора будь-якого рівня  $u$  і будь-якого номера  $i$  справедлива рівність

$$\sum_{k=1}^L \rho_{uik} = 1, \quad u \in \overline{1, U}, \quad i \in \overline{1, K_u}. \quad (19)$$

При вирішенні завдань розрахунку потоків із застосуванням систем з гарантованою якістю обслуговування необхідно розширити множину  $\mathfrak{N}(\mathfrak{Z})$  шляхом додавання множини коефіцієнтів  $\mathfrak{R}$ . В результаті отримаємо:

$$\mathfrak{N}(\mathfrak{Z}) = \left\{ \begin{array}{l} \{A_u^* (Y_u^*)\}, \{\lambda_u^*\}, \{\lambda_{uk}^*\}, \\ \{\gamma_1^*\}, \{\gamma_{1k}^*\}, \mathfrak{R}, u \in \overline{1, U} \end{array} \right\}. \quad (20)$$

Таким чином, отримано розширену математичну модель, котра дозволяє визначити параметри потоків даних в мережі для заданої технічної структури відповідно до плануємої інформаційної структури.

### Висновки

Таким чином, у статті розглянутий підхід до розробки математичної моделі технічної структури інформаційно-телекомунікаційної мережі, котра у композиції із моделлю інформаційної структури

дозволила врахувати особливості мережевого інформаційного середовища. Розроблена модель є однією із складових проекту структури мережі, в якому між логічними та фізичними вузлами встановлюється біективна відповідність. Це дозволило врахувати залежність характеристик структури мережі від параметрів прикладних завдань, котрі вирішуються в мережевому середовищі. Запропонована у статті розширена математична модель дозволила визначити параметри потоків даних в мережі для заданої технічної структури відповідно до плануємої інформаційної структури.

**Перспектива подальших досліджень** у даному напрямі пов'язана з розробкою методу управління розподілом потоків даних на основі взаємозв'язаних математичних моделей технічної та інформаційної структури.

### Список літератури

1. Бородакий Ю.В. Эволюция информационных систем (современное состояние и перспективы) / Ю.В. Бородакий. – М. : Горячая Линия – Телеком, 2011. – 368 с.
2. Поповский В.В. Математические основы управления и адаптации в телекоммуникационных системах / В.В. Поповский, В.Ф. Олейник. – Х.: ООО "Компания СМИТ", 2011. – 362 с.
3. Таненбаум Э.С. Компьютерные сети. 5-е изд. / Э.С. Таненбаум, Д. Уэзеролл. – СПб.: Питер, 2012. – 960 с.
4. Кучук Г.А. Управление ресурсами инфотелекоммуникаций / Г.А. Кучук, Р.П. Гахов, А.А. Пашнев. – М.: Физматлит, 2006. – 220 с.
5. Кучук Г.А. Розрахунок навантаження мультисервісної мережі / Г.А. Кучук, Я.Ю. Стасєва, О.О. Болубаш // Системи озброєння і військова техніка. – 2006. – № 4 (8). – С. 130–134.

Надійшла до редколегії 24.06.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук проф. І.В. Рубан, Харківський університет Повітряних Сил імені І. Кожедуба, Харків.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕХНИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ

Г.А. Кучук, В.В. Косенко, А.П. Давикоза

*В статье рассматривается подход к разработке математической модели технической структуры информационно телекоммуникационной сети, которая в композиции с моделью информационной структуры учитывает особенности сетевой информационной среды. Предлагаемая модель является одной из составляющих проекта структуры сети, в котором между логическими и физическими узлами устанавливается биективное соответствие. Это позволяет учитывать зависимость характеристик структуры сети от параметров прикладных заданий, которые решаются в сетевой среде. Также получена расширенная математическая модель, которая позволяет определить параметры потоков данных в сети для заданной технической структуры в соответствии с планируемой информационной структурой.*

**Ключевые слова:** информационно телекоммуникационная сеть, математическая модель, техническая структура, информационная структура.

### MATHEMATICAL MODEL OF TECHNICAL TELECOMMUNICATION NETWORK STRUCTURE

G.A. Kuchuk, V.V. Kosenko, A.P. Davikoza

*In the article, going is examined near development of mathematical model of technical informatively telecommunication network which in composition with the model of informative structure takes into account the features of network informative environment structure. A model is one of constituents of project of network structure, in which between logical and physical knots accordance is set. It allows to take into account dependence of descriptions of network structure on the parameters of the applied tasks which decide in a network environment. The extended mathematical model which allows to define the parameters of streams given in a network for the set technical structure in accordance with informative structure is also got.*

**Keywords:** informatively telecommunication network, mathematical model, technical structure, informative structure.