

УДК 519.876.2

Е.В. Пашков, А.А. Кабанов, В.А. Крамарь

Севастопольский национальный технический университет, Севастополь

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СЕРВОМОДУЛЕЙ ДВИЖЕНИЯ СРЕДСТВАМИ ПАКЕТА MATLAB&SIMULINK

В работе рассматривается задача построения модели электромеханических сервомодулей движения в пакете Matlab&Simulink. Приведено описание аппаратной части сервомодуля. Получены математические модели элементов электромеханических сервомодулей движения: трехфазного асинхронного исполнительного двигателя, силового преобразователя и датчика обратной связи по угловой скорости вращения ротора двигателя. В статье приводятся результаты моделирования.

**Ключеві слова:** сервомодуль движения, асинхронный двигатель, датчик обратной связи, SimPower-Systems toolbox.

### Введение

Под моделированием понимается замена исходного исследуемого объекта (оригинала) его образом, описанием или другим объектом (моделью), обеспечивающим подобное с оригиналом поведение в рамках некоторых допущений и приемлемых погрешностей [1]. Цель моделирования состоит в изучении свойств и поведения объекта в различных условиях на основе его модели. Чем сложнее исследуемый объект, тем важнее роль моделирования в его изучении или создании. Это объясняется тем, что для некоторых объектов и явлений проведение натуральных испытаний финансово затруднительно или невозможно. В этом случае разработка компьютерной модели объекта является фактически единственным средством для его изучения.

Компьютерные модели чаще всего строятся на основе соответствующих математических моделей и представляют собой реализацию математического описания с использованием численных методов на одном из языков высокого уровня. Достоинством компьютерных моделей является возможность использования вычислительных средств при изучении того или иного объекта или явления. В этом случае становится возможным достаточно подробное и глубокое изучение модели, недоступное при чисто теоретическом подходе. Еще одним преимуществом применения компьютерных моделей является возможность визуализации модели объекта или результатов экспериментов с помощью современных средств компьютерной графики. Наглядность работы с моделью, а как следствие и качество понимания исследуемых процессов и явлений, возрастает в несколько раз. В частности, экспериментальные зависимости удобно представлять не только в виде таблиц данных, но и в виде графических зависимостей, отражающих эволюцию изучаемого процесса во времени.

Недостаток применения компьютерных моделей заключается в отсутствии возможности реали-

зации модели в реальном масштабе времени. Однако с учетом того, что вычислительные мощности компьютеров растут, с определенной степенью точности можно утверждать, что эксперименты с компьютерными моделями проводятся в масштабе времени, близком к реальному.

Рассмотрение компьютерных моделей объектов основывается на том, что все они базируются на математическом описании. Такие модели называют комплексными, а соответствующий им вид моделирования – комплексным. Комплексное моделирование базируется на математическом моделировании с использованием средств вычислительной техники – компьютеров.

Удобным инструментом моделирования мехатронных систем, в том числе, электромеханических сервомодулей движения (СМД) является пакет Matlab&Simulink.

Статья построена следующим образом: первый раздел содержит описание сервомодуля движения, его аппаратной части; во втором разделе приводятся математические модели элементов сервомодуля; процесс разработки Simulink модели сервомодуля движения представлен в третьем разделе; результаты моделирования показаны в четвертом разделе; в заключении представлены основные выводы по проведенным исследованиям.

### 1. Описание СМД

Рассматривается электромеханический СМД построенный на базе серводвигателя (СД) переменного тока. В корпусе СМД расположен шариковинтовой механизм преобразования вращения выходного вала приводного СД в поступательное перемещение выходного штока и связанной с ним наружной каретки, установленной в корпусе с помощью направляющих качения. Кинематическая схема и рассматриваемого СМД показана на рис. 1.

СД состоит из трех основных частей: трехфазного асинхронного исполнительного двигателя

(АИД), силового преобразователя и датчика обратной связи (ДОС) по угловой скорости вращения ротора двигателя.

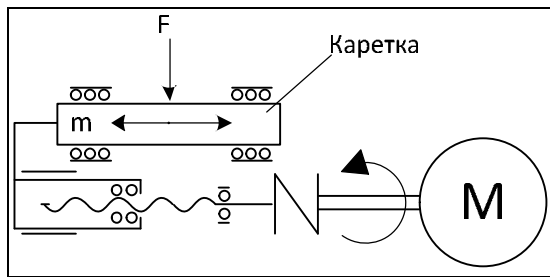


Рис.1. Кинематическая схема СМД

## 2. Математические модели элементов сервомодуля

**2.1. Модель АИД.** Математическое описание АИД базируется на известных законах: уравнения равновесия э.д.с. на обмотках статора и ротора базируется на втором законе Кирхгофа; закон Ампера связывает потокоцепления обмоток статора и ротора с токами, протекающими по этим обмоткам; для описания пространственного движения ротора используется второй закон Ньютона – закон равновесия моментов на валу АИД; закон, сформулированный Ленцем как правило левой руки, связывает векторные величины электромагнитного момента, потокоцепления и тока в обмотках двигателя.

Несмотря на полное математическое описание на основе вышеупомянутых законов, для моделирования АИД встречается ряд трудностей:

Математическая модель АИД, полученная на основе вышеупомянутых законов, приводит к нелинейной системе из 16 уравнений с переменными коэффициентами, что приводит к трудностям при моделировании.

Достаточно эффективным инструментом упрощения математического описания АИД является метод пространственного вектора [2, 3]. Он позволяет существенно упростить и сократить систему уравнений, представив ее в единой системе координат, вращающейся с произвольной угловой скоростью  $\omega_k$ .

В итоге математическую модель АИД можно записать в виде [2, 4]:

$$\begin{aligned}
 u_S &= r_S i_S + \frac{d}{dt} \Psi_S + j\omega_k \Psi_S; \\
 u_R &= r_R i_R + \frac{d}{dt} \Psi_R + j(\omega_k - p\omega_m) \Psi_R; \\
 \Psi_S &= L_S i_S + L_m i_R; \\
 \Psi_R &= L_m i_S + L_R i_R; \\
 J \frac{d\omega_m}{dt} \pm M_f &= M_{\dot{\gamma}}; \\
 M_{\dot{\gamma}} &= \frac{3}{2} p (\Psi_S \times i_S),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где  $u_S, i_S, r_S, L_S, \Psi_S, u_R, i_R, r_R, L_R, \Psi_R$  – напряжение, сила тока, сопротивление, индуктивность и потокоцепление статора и ротора, соответственно;  $L_m$  – взаимная индуктивность между статором и ротором;  $p$  – число пар полюсов в АИД;  $M_{\dot{\gamma}}$  – электромагнитный момент и момент нагрузки, соответственно;  $J$  – момент инерции на валу двигателя, учитывающий инерционность ротора;  $\omega_m$  – угловая скорость вращения ротора.

В уравнениях (1) все коэффициенты являются величинами постоянными, имеют определенный физический смысл и могут быть определены по паспортным данным двигателя либо экспериментально.

Уравнения напряжений результирующих векторов (1) получены для координатных осей, вращающихся с произвольной скоростью  $\omega_k$ , и представляют собой наиболее общий вид уравнений, описывающих работу АИД. В таком виде эти уравнения применяются редко. Наибольший интерес представляют уравнения в координатных осях  $\alpha, \beta$ , когда  $\omega_k = 0$ , и в координатных осях  $u, v$ , когда  $\omega_k = p\omega_m$ , которые используются для исследования синхронных электродвигателей, а также в осях  $d, q$ , вращающихся с некоторой угловой скоростью  $\omega_k$ .

Для последнего случая уравнения электромеханического преобразования энергии в АИД имеют вид [2, 5]

$$\begin{aligned}
 u_{Sq} &= r_S i_{Sq} + \frac{d}{dt} \Psi_{Sq} + \omega_k \Psi_{Sd}; \\
 u_{Sd} &= r_S i_{Sd} + \frac{d}{dt} \Psi_{Sd} - \omega_k \Psi_{Sq}; \\
 u_{Rq} &= r_R i_{Rq} + \frac{d}{dt} \Psi_{Rq} + (\omega_k - p\omega_m) \Psi_{Rd}; \\
 u_{Rd} &= r_R i_{Rd} + \frac{d}{dt} \Psi_{Rd} - (\omega_k - p\omega_m) \Psi_{Rq}; \\
 M_{\dot{\gamma}} &= \frac{3}{2} p (\Psi_{Sd} i_{Sq} - \Psi_{Sq} i_{Sd}); \\
 \frac{d}{dt} \omega_m &= J^{-1} (M_{\dot{\gamma}} \pm M_f),
 \end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\begin{aligned}
 \Psi_{Sq} &= L_S i_{Sq} + L_m i_{Rq}; \quad \Psi_{Sd} = L_S i_{Sd} + L_m i_{Rd}; \\
 \Psi_{Rq} &= L_R i_{Rq} + L_m i_{Sq}; \quad \Psi_{Rd} = L_R i_{Rd} + L_m i_{Sd}; \\
 L_S &= L_{lS} + L_m; \quad L_R = L_{lR} + L_m;
 \end{aligned} \tag{3}$$

$L_{lR}$  – приведенная индуктивность рассеяния ротора;  $L_{lS}$  – индуктивность рассеяния статора.

Уравнения (2), (3) представляют собой наиболее общую модель АИД в произвольно вращающейся системе координат  $d, q$ . Из них получаются уравнения в системе координат  $\alpha, \beta$ , если в (2) подставить  $\omega_k = 0$ , или уравнения в осях  $u, v$  – если в

(2) считать что  $\omega_k = p\omega_m$ . Именно это математическое описание лежит в основе модели виртуального АИД в библиотеке SimPowerSystem пакета программ Matlab&Simulink [2, 5, 6].

**2.2. Модель ДОС.** В основе математической модели датчика обратной связи лежит соотношение, связывающее сигналы на его входе и выходе. Выведенное соотношение между входным и выходным сигналом можно выразить в виде некоторой математической функции, которая устанавливает взаимосвязь между выходным сигналом датчика  $y_{\text{АИД}}$  и внешним воздействием  $x$ , являющимся выходом двигателя, т.е.  $x = y_{\text{Д}}$ :

$$y_{\text{АИД}} = f(x). \quad (4)$$

В установившемся режиме такую функциональную зависимость между входом и выходом называют **статической характеристикой**. Как и любую функцию, статическую характеристику можно представить аналитически (уравнением), в виде графика или таблично.

Во многих случаях она является линейной одномерной, т.е. связывает выходной сигнал только с одним внешним воздействием. Одномерную линейную статическую характеристику (4) можно представить в виде:

$$y = a + k \cdot x, \quad (5)$$

где  $a$  – постоянная составляющая (значение выходного сигнала при нулевом входном воздействии);  $k$  – **коэффициент передачи** или **коэффициент чувствительности**.

Обычно датчик обладает намного меньшей инерционностью по сравнению с объектом регулирования, т.е. датчик практически мгновенно отслеживает изменения входной величины. Такие датчики относятся к устройствам мгновенного действия, в состав которых не входят энергонакопительные элементы, такие как емкости, массы или упругие звенья. Безинерционный датчик может быть смоделирован в виде функции, реализующей его статическую характеристику, т.е. в случае когда статическая характеристика имеет вид (5), математическая модель датчика представляет собой усилительное звено с коэффициентом усиления равным  $k_{\text{АИД}}$ .

### 2.3. Модель передаточного механизма.

При описании механических систем математические модели составляющих их механизмов и частей стараются упростить, принимая определенные допущения, в том числе, путем перехода от уравнений динамики к уравнениям статики. Такое допущение является оправданным в случае, когда инерционность всей системы намного больше инерционности ее отдельно взятого механизма. При указанном допущении шарико-винтовой передаточный

механизм (ПМ) можно описать с помощью статической характеристики, которую при математическом моделировании можно представить как коэффициент усиления  $k_{\text{ПМ}}$ , связывающий входную и выходную величины.

## 3. Разработка Simulink-модели СМД

Simulink-модель рассматриваемого СМД показана на рисунке 2 и содержит следующие основные блоки:

- *AC Drive* – пользовательский блок, моделирует электрический СД на базе АИД;
- *3 Phase Voltage source* – блок библиотеки SimPowerSystem, моделирует трехфазный источник напряжения;
- *demux* – пользовательский блок, предназначен для извлечения переменных состояния из вектора измеряемых переменных СД;
- *Mechanic Transmission* – моделирует передаточный механизм в виде коэффициента усиления, равного передаточному отношению механической передачи;
- *Signal Builder* – блок задатчика перемещения каретки.

Для моделирования СД переменного тока применяется пользовательский блок *AC Drive*. Данный блок создается путем маскирования подсистемы, Simulink-схема которой приведена на рисунке 3.

Эта подсистема включает в себя:

- *Asynchronous Machine* – блок библиотеки SimPowerSystem, моделирует приводной АИД в соответствии с уравнениями (2), (3);
- *Braking chopper* – блок библиотеки SimPowerSystem, моделирует цепь сброса энергии торможения АИД;
- *PWM Generator* – блок библиотеки SimPowerSystem, моделирует широтно-импульсный преобразователь;
- *Three-phase diode rectifier* – блок библиотеки SimPowerSystem (оригинальное название блока – *Universal Bridge*), моделирует трехфазный диодный выпрямитель [2, 6]. В параметрах данного блока указываются: число плеч моста (number of bridge arms); сопротивление (Snubber resistans) и емкость демпфирующей цепи (Snubber capacitance); вид полупроводниковых устройств (Power electronics device), где предусмотрены следующие варианты: Diodes – диоды, Thyristors – тиристоры, GTO/Diodes – полностью управляемые тиристоры, шунтированные диодами, MOSFET/Diodes – MOSFET-транзисторы, шунтированные диодами, IGBT/Diodes – IGBT-транзисторы, шунтированные диодами, Ideal Switch – идеальные ключи; внутренние сопротивление и индуктивность выбранного устройства ( $R_{\text{on}}$  и  $L_{\text{on}}$ , соответственно), падение напряжения в прямом направлении (Forward voltage  $V_f$ );

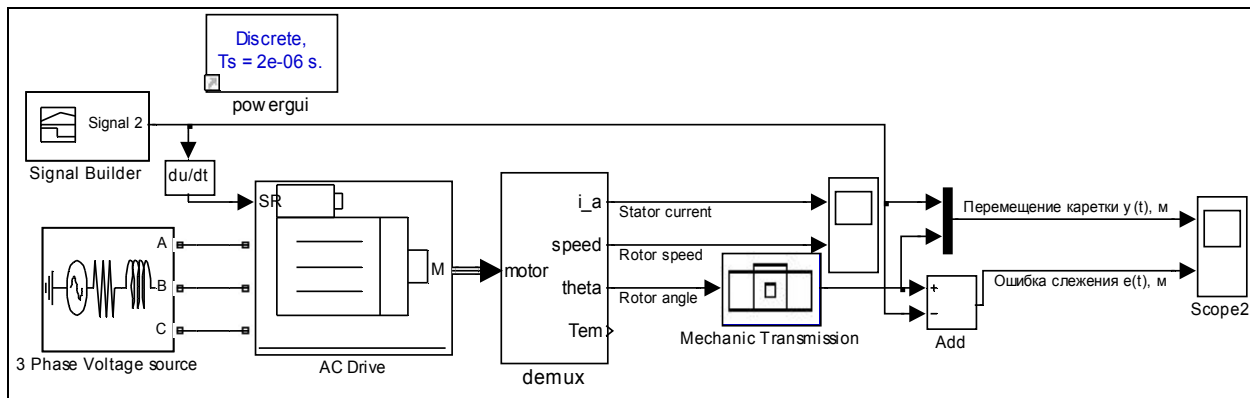


Рис. 2. Simulink-модель электромеханического СМД

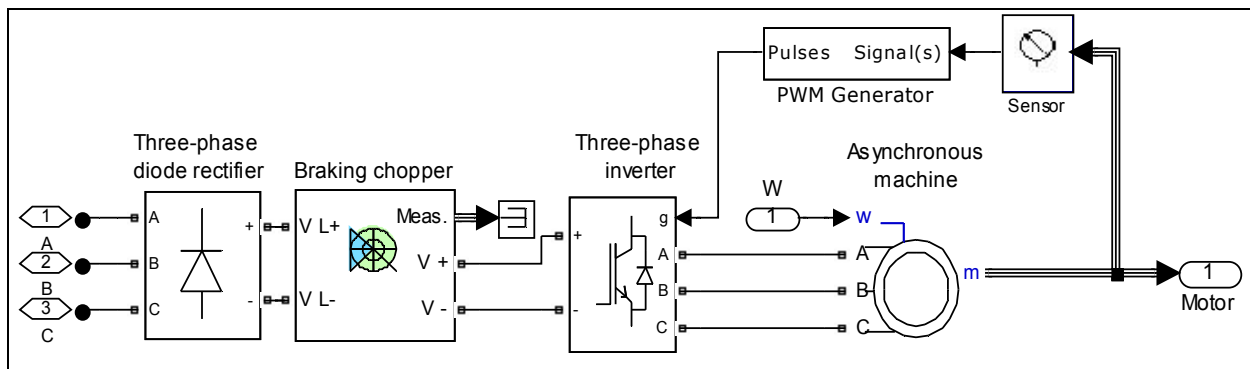


Рис. 3. Simulink-схема блока AC Drive

– *Three-phase inverter* – блок библиотеки SimPowerSystem, моделирует трехфазный инвертор напряжения [2, 6]. Данный блок является разновидностью блока *Universal Bridge*, в котором полупроводниковыми приборами моста выбраны IGBT-транзисторы;

– *Sensor* – пользовательский блок, моделирует ДПС, создается путем маскирования подсистемы с усилительным звеном.

Блок *Asynchronous Machine* моделирует АИД в двигательном и генераторном режимах. Режим работы определяется знаком электромагнитного момента. В параметрах этого блока задаются [6]:

– *Rotor Type* – тип ротора, в выпадающем меню этого поля можно задать либо короткозамкнутый (*Squirrel Cage*), либо фазный ротор (*Wound*);

– *Reference frame* – система отсчета, значение параметра выбирается из списка: *Rotor* – неподвижная относительно ротора, *Stationary* – неподвижная относительно статора, *Synchronous* – вращающаяся вместе с полем;

– *Nominal Power, Voltage (line-line) and frequency* – мощность, номинальное действующее линейное напряжение и частота питающей сети;

– *Stator resistance and inductance* – активное сопротивление  $r_S$  и индуктивность  $L_{IS}$  статора;

– *Rotor resistance and inductance* – активное сопротивление  $r_R$  и индуктивность  $L_{IR}$  ротора;

– *Mutual inductance* – параметры ветви намагничивания  $L_m$ ;

– *Inertia, friction factor and pole pairs* – момент инерции  $J$ , коэффициент трения  $F$ , число пар полюсов  $p$ ;

– *Initial condition* – начальные условия для моделирования (скольжение, положение ротора, токи статора и ротора и их начальные фазы).

Параметры двигателя частично берутся из паспортных данных, частично рассчитываются на основе схем замещения.

Порты модели *A*, *B* и *C* являются выводами статорной обмотки. Порт *Tm* предназначен для ввода значения момента сопротивления движению. На выходном порту *m* формируется векторный сигнал, состоящий из 21 параметра: токов, потоков и напряжений ротора и статора в неподвижной и вращающейся системах координат, электромагнитного момента, угловой частоты вращения вала, а также его углового положения.

Для удобства извлечения переменных асинхронного исполнительного двигателя из этого вектора используется шина *Bus Selector*.

#### 4. Результаты моделирования

Результаты моделирования рассматриваемого электромеханического СМД показаны на рисунке 4. Здесь сплошной кривой обозначен сигнал задающе-

го воздействия – требуемое перемещение каретки СМД, штриховой кривой – реальное перемещение каретки. Нижний график представляет собой ошибку обработки сервомодулем задающего воздействия. Видно, что СМД с высокой точностью отслеживает сигнал, задающий требуемое перемещение каретки на расстояние  $y = 0.1$  м. Ошибка слежения в переходных режимах, т.е. при перемещении каретки вперед и назад, не превышает 5 мкм, что составляет менее 0.01% от задающего сигнала. Ошибка позиционирования в установившемся режиме не превышает 0.05 мкм.

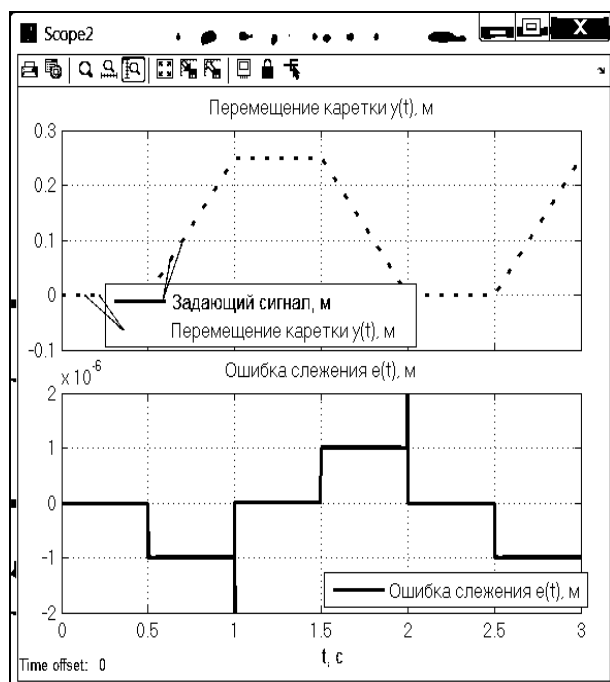


Рис. 4. Результаты моделирования электромеханического СМД

## Заключение

Настоящая работа посвящена разработке компьютерной модели электромеханических сервомодулей движения.

Получена математическая модель элементов электромеханического сервомодуля движения, по которой была построена компьютерная модель, используя SimPowerSystems toolbox пакета Matlab&Simulink.

Предложенный подход позволяет проводить моделирование мехатронных систем, содержащих электромеханические сервомодули движения, без предварительного создания опытных образцов.

## Список литературы

1. Тарг С.М. Моделирование физическое / С.М. Тарг, С.Л. Вишневецкий, В.А. Артюнов // Большая советская энциклопедия. — М.: Сов. энцикл., 1978. — С. 528 – 529.
2. Герман-Галкин С.Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в MATLAB 6.0: Учебное пособие / С.Г. Герман-Галкин. — СПб.: КОРОНА принт, 2001. — 320 с.
3. Усольцев А.А. Векторное управление асинхронными двигателями / А.А. Усольцев. — П.: СТУ. — 2002. — 40 с.
4. Ключев В.И. Теория электропривода: Учеб. для вузов. — 2-е изд. Перераб. и доп./ В.И. Ключев. — М.: Энергоатомиздат, 1998. — 704 с.
5. Герман-Галкин С.Г. Matlab&Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК / С.Г. Герман-Галкин. — СПб.: Корона-Век, 2008. — 368 с.
6. Черных И.В. Моделирование электротехнических устройств в MATLAB, SimPowerSystems и Simulink / И.В. Черных. — М.: ДМК Пресс, 2008. — 288 с.

Поступила в редколлегию 10.07.2013

Рецензент: д-р техн. наук Д.Б. Кучер, Севастопольский национальный технический университет, Севастополь.

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНОГО СЕРВОМОДУЛЮ РУХУ ЗАСОБАМИ ПАКЕТУ MATLAB&SIMULINK

Є.В. Пашков, О.О. Кабанов, В.О. Крамарь

У роботі розглядається задача побудови моделі електромеханічних модулів руху в пакеті Matlab&Simulink. Наведено опис апаратної частини сервомодуля руху. Отримано математичні моделі елементів електромеханічних сервомодулів руху: трифазного асинхронного виконавчого двигуна, силового перетворювача і датчика зворотного зв'язку по кутовій швидкості обертання ротора двигуна. У статті наводяться результати моделювання.

**Ключеві слова:** сервомодуль руху, асинхронний двигун, датчик зворотного зв'язку, SimPowerSystems toolbox.

## MATHEMATICAL MODELING OF ELECTROMECHANICAL SERVO UNIT USING MATLAB & SIMULINK

Ye.V. Pashkov, A.A. Kabanov, V.A. Kramar

The problem of constructing a model of electromechanical motion modules was solved in the package Matlab&Simulink. A description of the hardware for motion servo module is presented. The mathematical models are developed for the elements of electromechanical motion servo module: three-phase asynchronous motor actuator, power converter, and feedback encoder in the angular velocity of motor rotation. The article presents the results of the simulation.

**Keywords:** servo unit, asynchronous motor, feedback sensor, SimPowerSystems toolbox.