

УДК 621.34:51

В.В. Довбня<sup>1</sup>, І.О. Кириченко<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Штаб внутрішніх військ, Київ

<sup>2</sup>Академія внутрішніх військ України, Харків.

## КОМПЛЕКС МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ РАЙОНУ БЛОКУВАННЯ НЕЗАКОННИХ ЗБРОЙНИХ ФОРМУВАНЬ ТА ПАРАМЕТРІВ СИСТЕМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯ РУБЕЖЕМ БЛОКУВАННЯ

*У статті наведений комплекс математичних моделей для визначення району короточасного блокування незаконних збройних формувань та параметрів системи спостереження рубежем блокування.*

*системи спостереження, рубіж блокування, незаконні збройні формування*

### Вступ

Виділемо такі характерні етапи зародження, розвитку і припинення внутрішнього збройного конфлікту:

Етап 1. Превентивні стабілізаційні дії МВС та внутрішніх військ дії щодо забезпечення громадської безпеки та попередження переростання масових безпорядків у збройний конфлікт.

Етап 2. Блокування району ВЗК.

Етап 3. Участь у розгромі великих НЗФ і звільнення від них території району ВЗК.

Етап 4. Військове забезпечення заходів органів СБ, МВС по ліквідації НЗФ, що залишилися і їхньої агентури.

Етап 5. Стабілізаційні дії з метою формування соціально-політичної обстановки у регіоні, яка існувала до виникнення конфлікту.

Як видно одним із етапів є блокування противника. Слід розрізняти не менш ніж два види блокування:

*довгочасне блокування*, коли районі ВЗК, що охоплюється значними силами, створюються блокпости, застави, взводні (ротні) опорні пункти, система спостереження за рубежем блокування, система вогню та проводяться інші заходи для недопущення подолання рубежу блокування значними силами противника;

*короточасне блокування* як один із тактичних способів знешкодження окремих НЗФ, місце перебування яких виявлене, що передбачає створення системи скритого спостереження за заздалегідь визначеним рубежем блокування, стрімке висування сил блокування на визначені рубежі, пошук противника у блокованому районі, його оточення і знешкодження (знищення).

**Метою дослідження**, результати якого висвітлені у даній статті, є розробка математичних моделей для визначення району короточасного блокування незаконних збройних формувань та параметрів системи спостереження рубежем блокування.

У статті викладені математична модель спостереження за рухомими об'єктами противника в районі спеціальної операції; математична модель

пересування підрозділу НЗФ по місцевості; математична модель для визначення ймовірності виявлення підрозділу при його пересуванні по маршруту; математична модель для визначення рубежу блокування НЗФ; математична модель для визначення раціонального бойового порядку системи спостереження при організації спостереження за рубежем блокування.

**Математична модель спостереження за рухомими об'єктами противника в районі спеціальної операції.** Нехай для виявлення рухомого об'єкта противника (РО) застосовується засіб спостереження з ефективною дальністю виявлення  $R$  і кутовою швидкістю огляду  $\omega$ . Спостереження ведеться способом кругового сканування простору променем засобу спостереження з кутовим розміром  $\Delta\beta$ . Круг із радіусом  $R$  складає зону спостереження.

Визначимо ймовірність перетину променем точки у якій знаходиться РО за один період огляду зони спостереження. (У [2] цей показник називається ймовірністю тактичного контакту).

Розглянемо два випадки: 1) РО виходить на межу зони спостереження на азимуті  $\beta_{\text{вх}}$ , рухаючись назустріч напрямку огляду (рис. 1, 2) РО виходить на межу зони спостереження на азимуті  $\beta_1$  у напрямку, що співпадає із напрямком огляду (рис. 2).

На рис. 1, 2 прийняті такі позначення:  $R$  – максимальна дальність надійного виявлення РО;  $\omega = 2\pi/T_0$  – кутова швидкість огляду простору, де  $T_0$  – період огляду;  $V$  – лінійна швидкість РО;  $\beta_{\text{вх}}$  – азимут виходу РО на межу спостереження ( $0 \leq \beta_{\text{вх}} \leq 2\pi$ );  $\alpha$  – кут входу РО в зону спостереження, кут між напрямком руху РО та дотичною у

точці входу РО у зону спостереження ( $0 \leq \alpha \leq \pi$ );  $\beta_{\text{вих1}} = \beta_{\text{вх}} - 2\alpha$  – азимут виходу противника із зони спостереження у випадку коли РО рухається назустріч напрямку огляду (випадок 1);  $\beta_{\text{вих2}} = \beta_{\text{вх}} + 2\alpha$  – азимут виходу противника із зони спостереження, коли РО рухається у напрямку, що співпадає із напрямком огляду (випадок 2).

Параметри  $\beta_{\text{вх}}$  і  $\alpha$  є незалежними випадковими величинами, що розподілені за рівномірними законами  $f(\beta_{\text{вх}})$  і  $\varphi(\alpha)$ :

$$f(\beta_{\text{вх}}) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi}, & \beta_{\text{вх}} \in [0, 2\pi]; \\ 0, & \beta_{\text{вх}} \notin [0, 2\pi]; \end{cases} \quad (1)$$

$$\varphi(\alpha) = \begin{cases} \frac{1}{\pi}, & \alpha \in [0, \pi]; \\ 0, & \alpha \notin [0, \pi]. \end{cases} \quad (2)$$

Необхідно визначити ймовірність перетину точки знаходження РО променем засобу спостереження РО за один період огляду зони спостереження в залежності від кутової швидкості огляду простору  $\omega$ , періоду огляду  $T_0$  та швидкості руху РО  $V$ .

Час знаходження РО у зоні спостереження

дорівнює

$$T(\alpha) = \frac{2R \sin \alpha}{V}. \quad (3)$$

У випадку 1, коли РО виходить на межу зони спостереження на азимуті  $\beta_{\text{вх}}$  і рухається назустріч напрямку огляду (рис. 1) час досягнення променем точки виходу РО із зони спостереження визначається формулою:

$$T_1(\alpha) = \frac{\beta_{\text{вих1}}(\alpha)}{\omega} = \frac{\beta_{\text{вх}} - 2\alpha}{\omega}.$$

Якщо за цей час РО встигає вийти із зони спостереження, тобто  $T_1(\beta_{\text{вх}}, \alpha) > T(\alpha)$  то виявлення цілі неможливе. У протилежному випадку

$$T_1(\beta, \alpha) = \frac{\beta_{\text{вих1}}(\alpha)}{\omega} = \frac{\beta_{\text{вх}} - 2\alpha}{\omega} \leq \frac{2R \sin \alpha}{V} = T(\alpha) \quad (4)$$

виявлення РО можливе. При досить малих азимутах входу виявлення можливе, однак, із збільшенням величини  $\beta_{\text{вх}}$  при деякому значенні  $\beta_{\text{вх}} = \beta_{\text{max1}}$  виявлення стає неможливим.

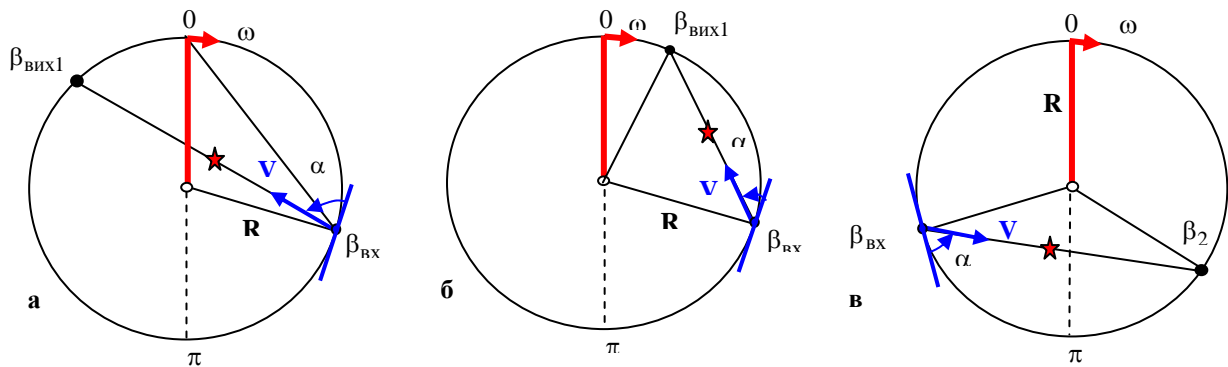


Рис. 1. РО виходить на межу зони виявлення засобу спостереження на азимуті  $\beta_{\text{вх}}$ , рухаючись назустріч напрямку огляду під кутом  $\alpha$  (випадок 1)

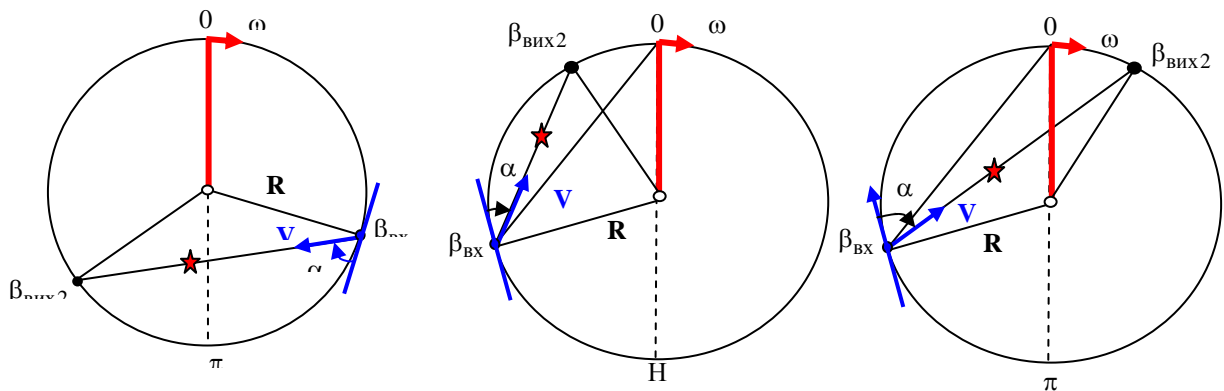


Рис. 2. РО виходить на межу зони виявлення засобу спостереження на азимуті  $\beta_{\text{вх}}$  і рухається у напрямку, що співпадає із напрямком огляду під кутом  $\alpha$  (випадок 2)

У випадку 2, коли РО виходить на межу зони спостереження на азимуті  $\beta_{\text{вх}}$  і рухається у напрям-

ку, що співпадає із напрямком огляду (рис. 2) час досягнення променем точки виходу РО із зони спостереження:  $T_2(\alpha) = \frac{\beta_{\text{вих}2}(\alpha)}{\omega} = \frac{\beta_{\text{вх}} + 2\alpha}{\omega}$ .

Якщо за цей час РО встигає вийти із зони спостереження, тобто  $T_2(\beta_{\text{вх}}, \alpha) > T(\alpha)$  то виявлення цілі неможливе. У протилежному випадку виявлення РО можливе:

$$T_2(\beta, \alpha) = \frac{\beta_{\text{вих}2}(\alpha)}{\omega} = \frac{\beta_{\text{вх}} + 2\alpha}{\omega} \leq \frac{2R \sin \alpha}{V} = T(\alpha). \quad (5)$$

При досить малих азимутах входу, починаючи з  $\beta_{\text{вх}} = 0$  виявлення можливе, однак, із збільшенням величини  $\beta_{\text{вх}}$  при деякому значенні  $\beta_{\text{вх}} = \beta_{\text{макс}2}$  виявлення стає неможливим. Приведемо нерівності (4), (5) до такого вигляду:

для випадку 1:

$$\beta_{\text{вх}} \leq \frac{2\omega R \sin \alpha}{V} + 2\alpha = \omega k \sin \alpha + 2\alpha,$$

для випадку 2:

$$\beta_{\text{вх}} \leq \frac{2\omega R \sin \alpha}{V} - 2\alpha = \omega k \sin \alpha - 2\alpha, \text{ де } k = \frac{2R}{V}.$$

Можливі значення азимута виходу РО на межу спостереження  $\beta_{\text{вх}}$  та кута входу РО в зону спостереження  $\alpha$  обмежені співвідношеннями:

$$0 \leq \beta_{\text{вх}} \leq 2\pi, \quad 0 \leq \alpha \leq \pi.$$

При цьому промінь перетинає точку знаходження РО, якщо виконуються умови: у випадку 1:  $0 \leq \beta_{\text{вх}} \leq \omega k \sin \alpha + 2\alpha = f_1(\omega k, \alpha)$ ;

у випадку 2:  $0 \leq \beta_{\text{вх}} \leq \omega k \sin \alpha - 2\alpha = f_2(\omega k, \alpha)$ .

Нехай  $\alpha_{\text{кр}1}, \alpha_{\text{кр}2}, \alpha_{\text{кр}3}$  є коренями рівнянь

$$f_1(\omega, \alpha) = \omega k \sin \alpha + 2\alpha = 2\pi, \quad (6)$$

$$f_2(\omega, \alpha) = \omega k \sin \alpha - 2\alpha = 2\pi; \quad (7)$$

$$f_2(\omega, \alpha) = \omega k \sin \alpha - 2\alpha = 0. \quad (8)$$

Значимо, що при  $\omega k = \pi$   $\alpha_{\text{кр}1} = \pi/2$ , при  $\omega k > \pi$   $\alpha_{\text{кр}1} < \pi/2$ . У випадку, коли  $\omega k < \pi$  рівняння (6) не має рішення. При  $\omega k = 3\pi$   $\alpha_{\text{кр}2} = \pi/2$ , а при  $k > 3\pi$   $\alpha_{\text{кр}2} < \pi/2$ . У випадку, коли  $k < 3\pi$  рівняння (7) не має рішення. При  $\omega k = \pi$   $\alpha_{\text{кр}3} = \pi/2$ . Якщо ж  $\omega k > \pi$ , то рівняння (8) не має рішення.

Тепер імовірність перетину променем засобу спостереження РО за один період огляду зони спостереження (імовірність тактичного контакту) в залежності від кутової швидкості огляду простору  $\omega$ , періоду огляду  $T_0$ , лінійної швидкості руху РО  $V$  та значення коефіцієнта  $k$  можна визначити за формулами:

$$P(\omega) = \begin{cases} P_1(\omega), & \omega k < \pi; \\ P_2(\omega), & \pi \leq \omega k < 3\pi; \\ P_3(\omega), & \omega k \geq 3\pi, \end{cases}$$

де  $P_1(\omega) = \frac{I_1(\omega)}{2\pi^2}, \omega k < \pi;$  (9)

$$P_2(\omega) = \frac{I_1(\omega)}{2\pi^2} + \frac{\pi/2 - \alpha_{\text{кр}1}}{\pi} + \frac{I_2(\omega)}{2\pi^2}, \pi \leq \omega k < 3\pi;$$

$$P_3(\omega) = \frac{I_1(\omega)}{2\pi^2} + \frac{\alpha_{\text{кр}2} - \alpha_{\text{кр}1}}{\pi} + \frac{I_2(\omega)}{2\pi^2}, \omega k \geq 3\pi;$$

$$I_1(\omega) = \omega k (1 - \cos(\alpha_{\text{кр}1}(\omega))) + \alpha_{\text{кр}1}^2(\omega);$$

$$I_2(\omega) = \omega k (\cos(\alpha_{\text{кр}2}(\omega)) - \cos(\alpha_{\text{кр}3}(\omega))) - \alpha_{\text{кр}3}^2(\omega) + \alpha_{\text{кр}2}^2(\omega).$$

Умовна ймовірність виявлення РО спостерігачем при умові, що між ними у плинні одного періоду огляду є один тактичний контакт тривалістю  $\Delta t$ , може бути визначена за формулою [2]:

$P_0 = 1 - e^{-\gamma \Delta t}$ , де  $\gamma$  – миттєва ймовірність виявлення

РО;  $\Delta t = \frac{\Delta \beta}{\omega}$  – тривалість візуального контакту спостерігача із РО у одному періоді огляду,  $\omega$  – кутова швидкість огляду зони спостереження.

Значення миттєвої ймовірності виявлення РО  $\gamma$  може бути оцінено величиною, оберненою до часу  $\Delta T$ , який потрібен спостерігачеві для огляду і вивчення місцевості у межах променя, що має ширину  $\Delta \beta$ , з метою прийняття достовірного рішення про наявність чи відсутність ознак РО у даному напрямку у всьому діапазоні дальності – від дальньої межі зони спостереження до найближчої точки, тобто  $\gamma = 1/\Delta T$ . Тоді безумовна ймовірність виявлення РО спостерігачем за один період огляду зони спостереження може бути обчислена за формулою:

$$P_B(\omega) = (1 - e^{-\frac{\gamma \Delta \beta}{\omega}}) P(\omega). \quad (10)$$

На рис. 3 представлено графіки функцій  $P(\omega)$  і  $P_B(\omega)$  для різних значень  $r = \gamma \Delta \beta$ .

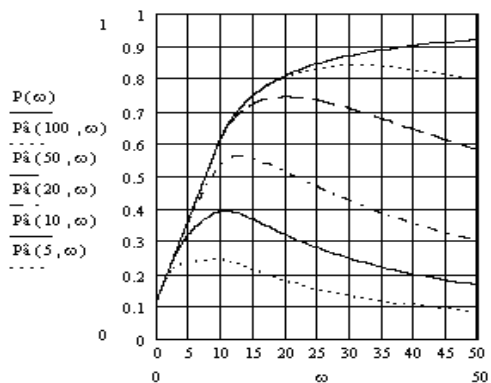


Рис. 3. Графіки функцій  $P(\omega)$  і  $P_B(\omega)$  для різних значень  $k, \omega$

Як видно, для кожного значення  $\gamma$  існує максимум функції  $P_B(\omega)$ .

Таким чином, розроблена математична модель спостереження, яка дозволяє оцінити ймовірність виявлення РО в залежності від кутової швидкості огляду простору, періоду огляду та лінійної швидкості руху РО, ширини променя засобу спостереження, часу, який потрібен спостерігачеві для огляду і вивчення місцевості у межах променя з метою прийняття рішення щодо наявності (відсутності) ознак РО у даному напрямку у всьому діапазоні дальності – від дальньої межі зони спостереження до найближчої точки.

**Математична модель пересування підрозділу НЗФ по місцевості.** Швидкість руху підрозділу залежить від багатьох факторів – від енергетичного потенціалу підрозділу, тобто від його енергетичної забезпеченості (в залежності від типу транспортного засобу, чи пішки), від характеристики ґрунту, по котрому пересувається підрозділ (асфальтова дорога, ґрунтова дорога, бетонне покриття, бездоріжжя на болотистій, у гірській, пустельній, лісистій, щільній чагарниковій місцевості, по воді, під водою та ін.), від пори року та кліматичних умов, від перепадів висоти, від ваги та габаритів спорядження групи. Існує довідкова література, де експериментально визначена швидкість пересування різних транспортних засобів по місцевості різноманітного характеру в різних кліматичних умовах.

Припустимо, що відносно кожної точки шляху протяжністю  $L$ , відома висота земної поверхні над рівнем моря  $H(l)$ ,  $l \in [0; L]$ . Відносно транспортного засобу, за допомогою якого рухається підрозділ, відома середня (крейсерська) швидкість руху по горизонтальній поверхні на місцевості із заданим типом ґрунту (дорожнього покриття)  $V_0$ , максимальний кут підйому  $\beta_{\max}$ , мінімальний кут спуску  $\beta_{\min}$ . Швидкість підрозділу  $V$  на кожному елементарному

шляху постійна і залежить лише від характеру дорожнього покриття та від крутизни місцевості, тобто від кута схилу (підйому)  $\beta(l)$ .

Як видно із рис. 4, кут підйому (схилу) дорожнього полотна визначається функцією  $\beta(l) = \arctan\left(\frac{H(l+dl) - H(l)}{dl}\right) = \arctan\left(\frac{d}{dl} H(l)\right)$ .

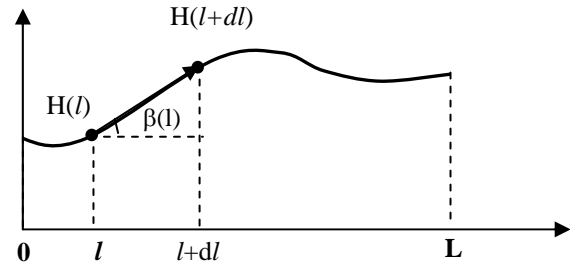


Рис. 4. Визначення кута підйому (схилу) дорожнього полотна

Визначимо тепер швидкість руху підрозділу  $V(l)$  на даному шляху. Обмежуючись квадратичною апроксимацією функції  $V(\beta)$ , пред'явимо до неї такі вимоги:

$$V(\beta_{\max})=0, \quad V(0)=V_0, \quad dV(0)/d\beta=0, \quad V(\beta_{\min})=V_m, \quad \beta_{\max} > 0, \quad \beta_{\min} < 0.$$

Цим вимогам задовольняє функція

$$V(\beta) = \begin{cases} V_1(\beta), & 0 \leq \beta \leq \beta_{\max}; \\ V_2(\beta), & \beta_{\min} \leq \beta < 0; \\ 0, & \beta \notin [\beta_{\min}, \beta_{\max}], \end{cases} \quad (11)$$

$$\text{де } V_1(\beta) = V_0 \left( \frac{\beta_{\max}^2 - \beta^2}{\beta_{\max}^2} \right);$$

$$V_2(\beta) = \frac{V_0 \beta_{\min}^2 + (V_m - V_0) \beta^2}{\beta_{\min}^2}.$$

Таким чином, час переміщення підрозділу по шляху довжиною  $L$  у визначених умовах дорівнює

$$T(L) = \int_0^L \frac{dl}{V(\beta(l))} = \begin{cases} \frac{\beta_{\max}^2}{V_0} \int_0^L \frac{dl}{\beta_{\max}^2 - \left( \arctan\left(\frac{d}{dl} H(l)\right) \right)^2}, & 0 \leq \beta \leq \beta_{\max}, \\ \beta_{\min}^2 \int_0^L \frac{dl}{V_0 \beta_{\min}^2 + (V_m - V_0) \left( \arctan\left(\frac{d}{dl} H(l)\right) \right)^2}, & \beta_{\min} \leq \beta < 0. \end{cases} \quad (12)$$

**Математична модель для визначення ймовірності виявлення підрозділу при його пересуванні по маршруту.** Представимо процес виявлення у вигляді дискретного ланцюга Маркова з нескінченим числом станів.

Нехай процес спостереження складається із окремих актів, що проводяться у цілком певні моменти

часу. У кожному такому акті приймається рішення про наявність цілі із ймовірністю  $p$ , а про її відсутність – із ймовірністю  $1-p$ . Процес такого дискретного спостереження – виявлення продовжується нескінченно. Зрозуміло, що адекватною моделлю такого процесу є ланцюг Маркова з нескінченим числом станів. Граф станів та переходів показано на рис. 5.

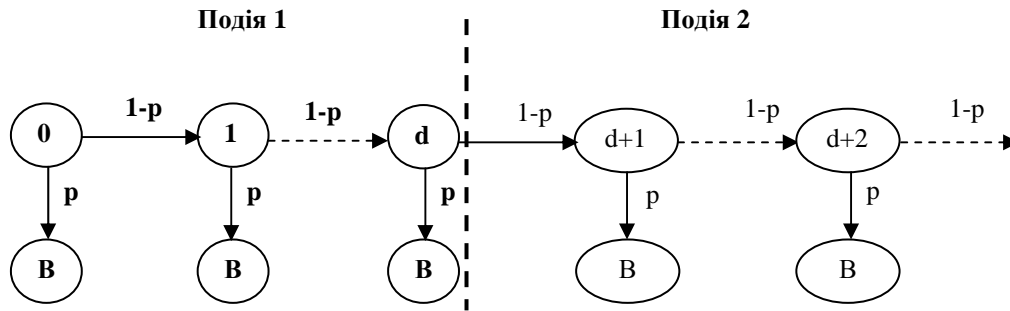


Рис. 5. Схема процесу виявлення спеціального підрозділу в залежності від кількості візуальних контактів

Ймовірність виявлення підрозділу за  $d$  тактів спостереження (подія 1) дорівнює  $G(d) = \sum_{i=1}^d p(1-p)^{i-1}$ , а ймовірність пропуску (не виявлення) підрозділу (подія 2) за  $d$  візуальних контактів дорівнює  $\bar{G}(d) = 1 - G(p)$ .

Користуючись формулою для суми геометричної прогресії, одержуємо

$$G(d) = \frac{p(1 - (1-p)^d)}{p} = 1 - (1-p)^d;$$

$$\bar{G}(d) = 1 - G(p) = (1-p)^d. \quad (13)$$

Для безперервного випадку, коли ймовірність виявлення дорівнює  $\gamma dt$  ( $\gamma$  – миттєва ймовірність

виявлення - нескінченно малий відрізок часу), маємо

$$R(T) = \int_0^T \gamma(1 - \gamma t)^{dt} dt = \gamma \int_0^T e^{t \ln(1 - \gamma dt)} dt. \quad (14)$$

Ураховуючи, що  $\lim_{dt \rightarrow 0} \left( \frac{\ln(1 - \gamma dt)}{dt} \right) = -\gamma$ , одержу-

ємо ймовірність виявлення:

$$R(T) = \gamma \int_0^T e^{-\gamma t} dt = -e^{-\gamma t} \Big|_0^T = 1 - e^{-\gamma T} \quad (15)$$

та ймовірність не виявлення (пропуску) підрозділу за час спостереження  $T$ :

$$\bar{R}(T) = 1 - R(T) = e^{-\gamma T}. \quad (16)$$

$$d := 0..25 \quad p := 0.2 \quad G(d) := 1 - (1 - p)^d \quad G1(d) := (1 - p)^d$$

$$T := 0..25 \quad \gamma := 0.1 \quad R(T) := 1 - e^{-\gamma \cdot T} \quad R1(T) := e^{-\gamma \cdot T}$$

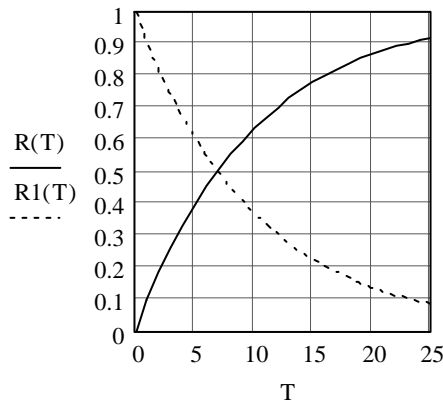
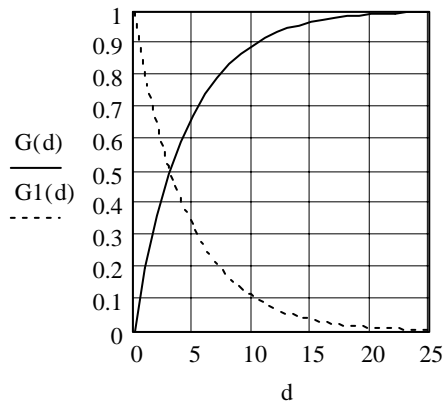


Рис. 6. Графіки залежності ймовірності виявлення спеціального підрозділу від часу знаходження у зоні виявлення засобу спостереження

Ймовірність виявлення підрозділу при його пересуванні по маршруту. Ймовірність виявлення підрозділу на елементарному шляху  $k \rightarrow q$  дорівнює

$$R_{kq} = 1 - e^{-\gamma_{kq} T_{kq}}, \quad (17)$$

а ймовірність пропуску (не виявлення) –

$$\bar{R}_{kq} = e^{-\gamma_{kq} T_{kq}}, \quad (18)$$

де  $T_{kq}$  – час переміщення по елементарному шляху  $k \rightarrow q$ , що визначається формулою (18);  $\gamma_{kq}$  – миттєва ймовірність виявлення підрозділу на елементарному шляху  $k \rightarrow q$ .

Нехай як і раніше, маршрут включає  $p$  елементарних переміщень на відстань  $\Delta l_u$ ,  $u=1,2,\dots,p$ .

Тоді ймовірність виявлення підрозділу на мар-

шруті визначається формулою

$$R = 1 - \prod_{u=1}^p (1 - R_u) = 1 - \prod_{u=1}^p \bar{R}_u = 1 - e^{-\sum_{u=1}^p \gamma_u T_u} \quad (19)$$

Таким чином, визначено час пересування  $T$  та ймовірність виявлення підрозділу  $R$  при його пересуванні по цілком певному маршруту.

**Математична модель для визначення рубежу блокування НЗФ.** Підрозділ НЗФ приховано розташовується у деякій точці району бойових дій; псп здійснює маневр до місця дислокації НЗФ з метою його блокування. Факт виявлення групи і момент початку висування частини ВВ миттєво стає відомим групі. При цьому НЗФ робить рішучий маневр з метою виходу на якомога більшу відстань від місця її попереднього розташування. Визначити рубіж блокування.

Дано: відстань між псп та НЗФ (ДРГ) –  $D$ , км; швидкість руху псп –  $V_{\Pi}$ , км/год.; швидкість руху НЗФ (ДРГ) –  $V_{\text{Н}}$ , км/год.

Розв'язання задачі.

$$\frac{x^2 + y^2}{V_{\Pi}^2} = \frac{x^2 + (y - D)^2}{V_{\text{Н}}^2};$$

$$y_1(x) = \frac{1}{1 - k^2} \left( D + \sqrt{k^2 D^2 - (1 - k^2)x^2} \right);$$

$$y_2(x) = \frac{1}{1 - k^2} \left( D - \sqrt{k^2 D^2 - (1 - k^2)x^2} \right);$$

$$y_1(0) = \frac{D}{1 - k}, \quad y_2(0) = \frac{D}{1 + k}, \quad \text{де } k = \frac{V_{\text{Н}}}{V_{\Pi}}.$$

Границя району блокування описується овалом, центр якого зміщений у напрямку на точку дислокації НЗФ. Довжина великої осі овалу (довжина району блокування  $D$ ) дорівнює  $D = y_1(0) - y_2(0) = \frac{2kD}{1 - k^2}$ . Відстань від вихідної точки дислокації псп до центру овалу  $D_0 = \frac{D}{1 - k^2}$ . Центр овалу зміщується у напрямку НЗФ на величину  $\Delta D = D \frac{k^2}{1 - k^2}$ . Довжина малої осі овалу (ширина району блокування  $\text{Ш}$ ) дорівнює  $\text{Ш} = x_2 - x_1$ , де  $x_1, x_2$  – корені рівнянь  $D_0 = y_1(x), D_0 = y_2(x)$ :

$$\text{Ш} = \frac{2kD}{\sqrt{1 - k^2}}.$$

На рис. 7 представлено графічне зображення рубежу блокування противника при  $D=5$  км,  $V_{\text{Н}}=5$  км/год.,  $V_{\Pi}=6$  км/год.

Відстань між підрозділом та об'єктом, км  $D:=5$   
швидкість пересування НЗФ (ДРГ), км/с  $V1:=5$   
швидкість переміщення підрозділу ВВ, км/с  $V2:=6$

$$k := \frac{V1}{V2}; \quad y1(x) := \frac{\left[ D + \sqrt{k^2 D^2 - (1 - k^2) \cdot x^2} \right]}{(1 - k^2)};$$

$$y2(x) := \frac{\left[ D - \sqrt{k^2 D^2 - (1 - k^2) \cdot x^2} \right]}{(1 - k^2)};$$

$$y0(x) := \frac{D}{(1 - k^2)}; \quad y(x) := D; \quad x1 := -k \cdot \frac{D}{\sqrt{1 - k^2}};$$

$$x2 := k \cdot \frac{D}{\sqrt{1 - k^2}}; \quad x2 = 7,538; \quad x1 = -7,538.$$

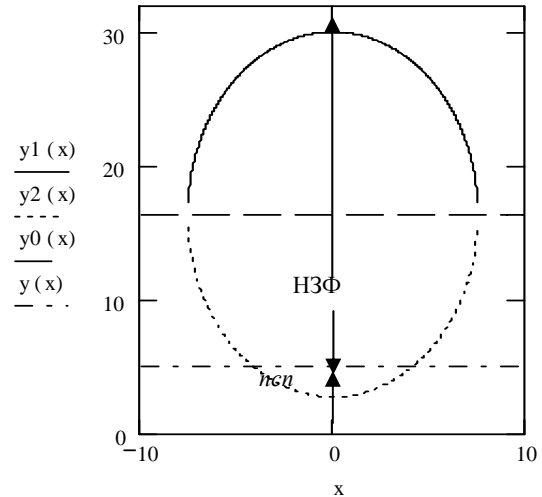


Рис. 7. Рубіж блокування противник

**Математична модель для визначення раціонального бойового порядку системи спостереження при організації спостереження за рубежом блокування.** При блокуванні району можливого перебування НЗФ з метою скритого контролю за рубежом блокування до підходу основних сил блокування створюється система спостереження за рубежом блокування. У всіх випадках спостереження організується з перекриттям зон видимості, що призводить до необхідності виносити пости спостереження на окремі висоти.

В даному підрозділі наведена математична формалізація задачі оптимізації розташування на місцевості засобів спостереження, що входять до складу системи спостереження за рубежом блокування.

Виберемо на рубежі блокування (у смузі блокування) якомога більше точок в котрих може бути розміщено засіб спостереження. Нехай кількість таких можливих позицій становить  $M$  (рис. 8).

Використовуючи цифрову карту місцевості визначимо зони виявлення противника засобом спостереження при умові, що він знаходиться у кожній точці  $j, j=1,2,\dots,M$ . Кожна точка рубежу блокування повинна бути в зоні видимості хоча б з однієї можливої позиції. Якщо ця умова не виконується, то кількість точок потрібно збільшити.

Система спостереження повинна забезпечити

виявлення противника у будь якій точці рубежу блокування. Існує дуже багато варіантів розміщення постів спостереження, що задовольняють цій вимозі, кожен із котрих потребує цілком певної кількості постів спостереження. Тому кількість спостережливих постів є показником ефективності системи спо-

стереження. При цьому варіант побудови системи спостереження можна вважати оптимальним, якщо він потребує найменшої кількості постів спостереження.

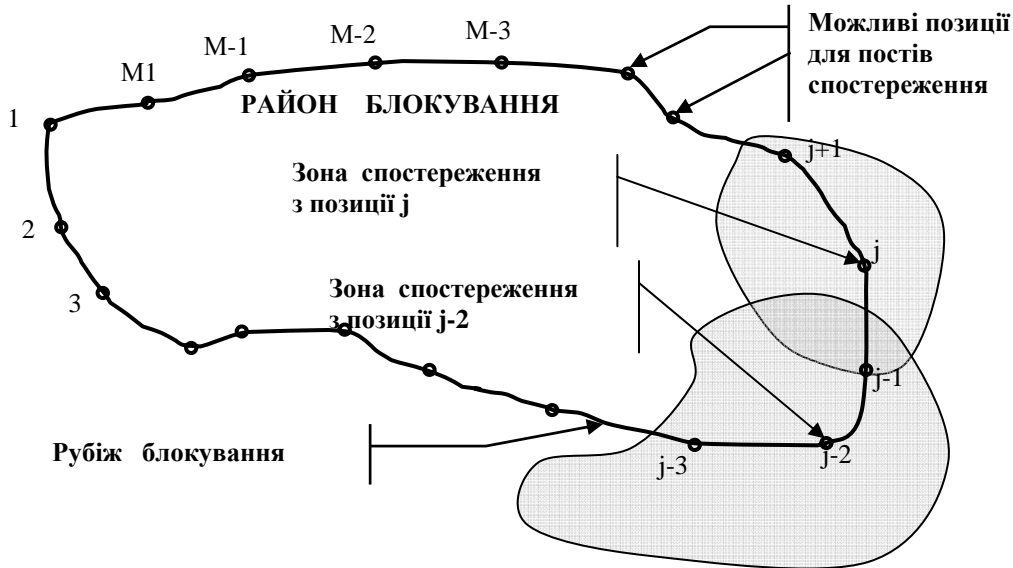


Рис. 8. Система можливих позицій для засобів спостереження

Для кожної пари позицій визначимо факт видимості усіх точок на відрізку рубежу блокування, що лежить між ними, хоча б з одної позиції пари. Якщо такий факт має місце, то дану пару позицій  $(i, j)$ ,  $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, M\}$ , будемо називати ефективною. У протилежному випадку, коли на існує хоча б одна точка рубежу блокування, що ле-

жить між цими двома позиціями, не проглядається ні з одної із позицій пари  $(i, j)$ , будемо називати неефективною.

Представимо тепер систему можливих позицій у вигляді орієнтованого графа, у якого кожна ефективна пара вершин з'єднана дугою одиничної довжини. Вид такого графа для  $M=8$  показано на рис. 9.

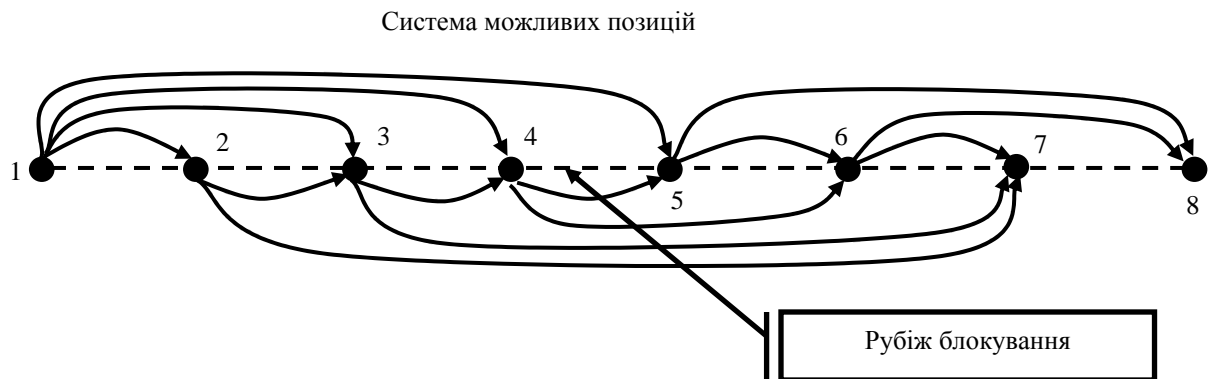


Рис. 9. Граф ефективних пар позицій

В табл. 1 представлена матриця суміжності такого графа ефективних пар позицій.

Тепер задача оптимізації системи позицій спостереження за рубежем блокування може полягати у пошуку найкоротшого маршруту із початкової вершини  $j=1$  до кінцевої вершини  $j=M$ .

Якщо урахувати, що довжина кожної дуги сіті дорівнює одиниці, то кількість постів на одиницю менше кількості дуг, що включені в маршрут. Мето-

ди вирішення даної задачі відомі [2].

Алгоритм пошуку найкоротшого маршруту в ациклічному орієнтованому графі. Алгоритм складається з  $M$  кроків:

$$1) y_1 = 0;$$

$$2) y_2 = \min_{j \in \text{citi}} (c_{2j} + y_j); \dots i) y_i = \min_{j \in \text{citi}} (c_{ij} + y_j);$$

$$p) y_M = \min_{j \in \text{citi}} (c_{pj} + y_j).$$

У [2] показано, що така обчислювальна схема за кінцеве число кроків приводить до визначення усіх найкоротших маршрутів.

Таблиця 1

Матриця суміжностей сіті  $\{C_{ij}\}$ 

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0	1	1	1	1	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2	$\infty$	0	1	$\infty$	$\infty$	$\infty$	1	$\infty$
3	$\infty$	$\infty$	0	1	$\infty$	$\infty$	1	$\infty$
4	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	1	1	$\infty$	$\infty$
5	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	1	$\infty$	1
6	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	1	1
7	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0	$\infty$
8	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	0

Для визначення найкоротшого шляху для будь-якого вузла  $s$  знаходять дугу  $(s,t)$ , для котрої  $y_s - y_t = c_{st}$ . Алгоритм гарантує, що є принаймні одна така дуга. Аналогічно у вузлі  $t$  знаходять дугу  $(t,u)$ , таку, що  $y_t - y_u = c_{tu}$ .

Продовжуючи рухатися по сіті подібним способом, знаходять маршрут, що призводить у кінцевому рахунку у вузол  $g$ .

Таким чином, розроблена математична модель спостереження, яка дозволяє оцінити ймовірність

виявлення РО в залежності від кутової швидкості огляду простору, періоду огляду та лінійної швидкості руху РО, ширини променя засобу спостереження, часу, який потрібен спостерігачеві для огляду і вивчення місцевості у межах променя з метою прийняття рішення щодо наявності (відсутності) ознак РО у даному напрямку у всьому діапазоні дальності – від дальньої межі зони спостереження до найближчої точки. Розроблені також математичні моделі для визначення час пересування  $T$  та ймовірності виявлення підрозділу при його пересуванні по цілком певному маршруту; для визначення рубежу, що забезпечує надійне блокування противника НЗФ при умові, що йому стає відомий момент початку блокування; для визначення раціонального бойового порядку системи спостереження при організації спостереження за рубежом блокування.

### Список літератури

1. Руснак І.С., Кириченко І.О., Телелим В.М., Загорка О.М. Погляди на форми і способи воєнних (бойових) дій // *Чесць і закон*. – 2007. - № 2. – С. 3-11.
2. Вагнер Г. *Основы исследования операций* – М.: Мир, 1987. – 580 с.

Надійшла до редколегії 17.09.2007

**Рецензент:** д-р військ. наук, проф. В.П. Городнов, Академія внутрішніх військ МВС, Харків.