

УДК 519.6:004.932

С.В. Хламов<sup>1</sup>, В.Е. Саваневич<sup>1,3</sup>, М.М. Безкровный<sup>2</sup>, Н.С. Соковикова<sup>1</sup><sup>1</sup> Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков<sup>2</sup> Запорожский институт экономики и информационных технологий, Запорожье<sup>3</sup> Главная астрономическая обсерватория НАН Украины, Киев

## СИГНАЛЬНО-ТРАЕКТОРНЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ БЛИЗКИХ ОБЪЕКТОВ С ПРОТЯЖЕННЫМ ИЗОБРАЖЕНИЕМ НА СЕРИИ КАДРОВ

Разработан сигнально-траекторный вычислительный метод оценки параметров видимого движения  $Q$  близких объектов со смазанным собственным движением изображением на серии ПЗС-кадров. В методе отсутствует разделение вычислительных операций на операции внутрикадровой и межкадровой обработки, и как следствие – отсутствуют операции формирования отметок. В качестве закона распределения координат падения фотонов, принадлежащих объекту с протяженным изображением, принята взвешенная сумма конечного количества двумерных нормальных законов распределения координат падения фотонов, математические ожидания которых расположены вдоль траектории видимого движения объекта. Метод может быть использован в программах автоматизированного обнаружения астероидов при оценке местоположения астероидов, имеющих большие скорости видимого движения, например, астероидов, сближающихся с Землей.

**Ключевые слова:** обработка ПЗС-изображений, протяженный объект, оценка положения, CoLiTec.

### Введение

Проблема астероидно-кометной опасности [1, 2] в XXI веке стала актуальной темой научных конференций, регулярно рассматривается ООН, правительствами и парламентами ведущих стран мира, влиятельными неправительственными организациями. Всё больше внимания уделяется разработке средств и методов обнаружения и мониторинга объектов, сближающихся с Землёй.

Количество известных потенциально опасных объектов, сближающихся с Землёй, быстро растёт. Однако информации по-прежнему не достаточно, а методы ее получения далеки от совершенства.

**Анализ литературы.** Традиционно [3], обнаружение движущихся объектов в целом и потенциально опасных астероидов в частности осуществляется в два этапа. Первый этап (первичная, внутрикадровая обработка) предназначен для оценки параметров положения объектов в фиксированные моменты времени. Второй этап (вторичная, межкадровая обработка) используется для объединения данных, поступающих с выхода внутрикадровой обработки, прежде всего в целях обнаружения и оценки параметров траекторий движения объектов.

Известен [4, 5] сигнально-траекторный метод (СТМ) решения таких задач, связанный с ликвидацией разделения процесса обработки локационных данных на указанные выше этапы. Сторонники данного подхода надеются, что единая оптимизация процесса обработки локационных данных приведет к минимизации ее потерь и, как следствие, – к повышению точности оценки параметров их движения.

На настоящий момент разработаны методы оценки местоположения нескольких объектов, изображения которых пересекаются и в этом смысле статистически зависят друг от друга [6, 7]. Также известны методы оценки местоположения протяженных объектов [8, 9, 10, 11, 12, 13], но ни один из них не учитывает одновременно все значимые особенности формирования цифровых ПЗС-изображений небесных объектов.

**Целью статьи** является разработка сигнально-траекторного вычислительного метода оценки параметров видимого движения  $Q$  близких объектов со смазанным собственным движением изображением на серии ПЗС-кадров, который учитывает все значимые особенности формирования цифровых ПЗС-изображений небесных объектов, включая и то, что остаточные помеховые фотоны могут быть распределены по изображению объекта неравномерно.

**Постановка задачи.** Предполагается, что объекты обнаружены, а их количество  $Q$  известно. Изображения небесных объектов содержатся в серии из  $N_{\text{frame}}$  исследуемых кадров, каждый из которых привязан к звездному небу.

Вместе с тем, точность повторного наведения телескопа не такова, чтобы системы координаты в картинной плоскости каждого кадра совпадали. В связи с этим целесообразно перейти от координат в системах координат каждого отдельного ПЗС-кадра к координатам в системе координат базового ПЗС-кадра, поставив в соответствие центру каждого  $ik$ -го пикселя из  $N_{\text{frame}}$  кадров координаты небесной сферы  $\alpha_{it}$ ,  $\delta_{kt}$ .

Статистически зависимые изображения  $Q$  объектов находятся в стробе внутрикадровой обработки (СВКО), который представим как множество  $\Omega_{\text{SIFP}}$  пикселей. Под статистически зависимыми изображениями  $Q$  объектов понимается возможное пересечение их изображений на ПЗС-кадре.

За время экспозиции  $\Delta_\tau$  объекты проходят расстояние, которым нельзя пренебречь при оценке их местоположения. При этом изображения объектов становятся смазанными собственным движением и могут быть названы протяжёнными.

Объекты в картинной плоскости телескопа движутся равномерно по каждой координате:

$$\begin{aligned}\alpha_{j\tau}(\Theta_\tau^{\text{STM}}) &= \alpha_{j\tau_{\text{tb}}}(\Theta_\tau^{\text{STM}}) + V_{\alpha j}(\tau - \tau_{\text{tbase}}); \\ \delta_{j\tau}(\Theta_\tau^{\text{STM}}) &= \delta_{j\tau_{\text{tb}}}(\Theta_\tau^{\text{STM}}) + V_{\delta j}(\tau - \tau_{\text{tbase}}),\end{aligned}\quad (1)$$

где  $\tau$  – время;  $\tau_{\text{tbase}}$  – время привязки базового кадра;  $\alpha_{j\tau_{\text{tb}}}(\Theta_\tau^{\text{STM}})$ ,  $\delta_{j\tau_{\text{tb}}}(\Theta_\tau^{\text{STM}})$  – координаты  $j$ -го объекта на момент привязки базового кадра  $\tau_{\text{tbase}}$  (как правило, половина времени экспозиции базового кадра);  $\alpha_{j\tau}(\Theta_\tau^{\text{STM}})$ ,  $\delta_{j\tau}(\Theta_\tau^{\text{STM}})$  – координаты  $j$ -го объекта на момент времени  $\tau$ ;  $V_{\alpha j}$ ,  $V_{\delta j}$  – скорость  $j$ -го объекта по координатам  $\alpha$  и  $\delta$  соответственно.

Координаты падения сигнальных фотонов на ПЗС-матрицу в любой момент времени имеют круговое нормальное распределение [7, 11, 12]. Изображения небесных объектов на кадре имеют форму точки, а с учетом атмосферной турбулентности изображения объектов могут становиться размытыми. Помеховые фотоны (вызваны шумами считывания изображения с ПЗС-матриц, «темновыми токами», неравномерностью чувствительности пикселей ПЗС-матриц, а также фоновым излучением) образуют в пикселях СВКО помеховую подложку.

Наблюдению доступны напряжения на выходе  $N_{\text{CCD}}$  пикселей ПЗС-матриц, которые можно привести к опытным относительным частотам попадания фотонов в  $ik$ -й пиксель ПЗС-матриц каждого кадра из серии  $N_{\text{frame}}$  исследуемых кадров,  $v_{ikt}^*$ :

$$v_{ikt}^* = A_{ikt}^* / \sum_{t=1}^{N_{\text{frame}}} \sum_{i,k} A_{ikt}^*, \quad (2)$$

где  $A_{ikt}^*$  – экспериментальная яркость  $ik$ -го пикселя ПЗС-матриц исследуемого СВКО;  $N_{\text{SIFP}}$  – количество пикселей исследуемого СВКО.

Теоретическим аналогом опытных относительных частот являются вероятности  $v_{ikt}(\Theta_\tau^{\text{STM}})$  попадания фотонов в  $ik$ -й пиксель ПЗС-матриц с границами  $\alpha_{bi}$ ,  $\alpha_{ei}$  по координате  $\alpha$  и  $\delta_{bk}$ ,  $\delta_{ek}$  по координате  $\delta$ .

Необходимо на основе совокупности значений  $v_{ikt}^*$  и информации об изображениях объектов на

серии ПЗС-кадров разработать сигнально-траекторный метод оценки параметров видимого движения  $Q$  близких объектов со смазанным собственным движением изображением на серии ПЗС-кадров.

## Система уравнений максимального правдоподобия

Общий вид системы уравнений максимального правдоподобия [14] для оценки параметров объектов на серии цифровых кадров можно представить выражением

$$\sum_{t=1}^{N_{\text{frame}}} \sum_{i,k} \frac{v_{ikt}^*}{v_{ikt}(\Theta_\tau^{\text{STM}})} \frac{\partial v_{ikt}(\Theta_\tau^{\text{STM}})}{\partial \theta_n} = 0. \quad (3)$$

Совокупность оцениваемых параметров включает в себя: координаты  $\alpha_{j\tau_{\text{tb}}}(\Theta_\tau^{\text{STM}})$ ,  $\delta_{j\tau_{\text{tb}}}(\Theta_\tau^{\text{STM}})$   $j$ -го объекта на момент привязки базового кадра  $\tau_{\text{tbase}}$ ; СКО координат падения фотонов  $\sigma_{Gj}$ , скорость  $V_{\alpha j}$ ,  $V_{\delta j}$   $j$ -го объекта по координатам  $\alpha$  и  $\delta$  соответственно. Данную совокупность параметров можно представить с помощью вектора оцениваемых параметров:

$$\begin{aligned}\Theta_\tau^{\text{STM}} &= (\alpha_{1\tau_{\text{tb}}}(\Theta_\tau^{\text{STM}}), \delta_{1\tau_{\text{tb}}}(\Theta_\tau^{\text{STM}}), V_{\alpha 1}, V_{\delta 1}, \sigma_{G1}, \dots \\ &\alpha_{j\tau_{\text{tb}}}(\Theta_\tau^{\text{STM}}), \delta_{j\tau_{\text{tb}}}(\Theta_\tau^{\text{STM}}), V_{\alpha j}, V_{\delta j}, \sigma_{Gj}, \dots \\ &\alpha_{Q\tau_{\text{tb}}}(\Theta_\tau^{\text{STM}}), \delta_{Q\tau_{\text{tb}}}(\Theta_\tau^{\text{STM}}), V_{\alpha Q}, V_{\delta Q}, \sigma_{GQ}) = \\ &= (\theta_1, \dots, \theta_n, \dots, \theta_{5Q}),\end{aligned}\quad (4)$$

где  $\theta_n$  –  $n$ -й оцениваемый параметр.

Учитывая вышесказанное и вероятностный характер распределения фотонов в пиксели ПЗС-матриц, выражение для вероятности  $v_{ikt}(\Theta_\tau^{\text{STM}})$  попадания фотонов в пиксели ПЗС-матриц, с границами  $\alpha_{bi}$ ,  $\alpha_{ei}$  по координате  $\alpha$  и  $\delta_{bk}$ ,  $\delta_{ek}$  по координате  $\delta$  соответственно, для протяженных объектов может быть представлено следующим образом:

$$v_{ikt}(\Theta_\tau^{\text{STM}}) = \int_{\alpha_{bi}}^{\alpha_{ei}} \int_{\delta_{bk}}^{\delta_{ek}} f_{\text{STM}}(\alpha_{it}, \delta_{kt}, \Theta_\tau^{\text{STM}}) d\alpha_{it} d\delta_{kt}. \quad (5)$$

Выражение, описывающее закон распределения падения фотонов на ПЗС-матрицу можно представить смесью вероятностных распределений [15, 16].

Учитывая все время экспозиции, выражение для закона распределения координат падения фотонов в картинной плоскости ПЗС-кадра представляется с помощью интеграла по времени экспозиции:

$$\begin{aligned}f_{\text{STM}}(\alpha_{it}, \delta_{kt}, \Theta_\tau^{\text{STM}}) &= \Delta_\tau P_0 + \\ &+ \int_{\tau_t - \Delta_\tau/2}^{\tau_t + \Delta_\tau/2} \sum_{j=1}^Q \frac{p_j}{2\pi\sigma_{Gj}^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{Gj}^2} \times \right. \\ &\times \left. \left[ (\alpha_{it} - \xi_t - \alpha_{j\tau_{\text{tb}}}(\Theta_\tau^{\text{STM}}) - V_{\alpha j}(\tau - \tau_{\text{tbase}}))^2 + \right. \right.\end{aligned}$$

$$+(\delta_{kt} - \zeta_t - \delta_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\delta_j}(\tau - \tau_{tbase}))^2 \Big] d\tau, \quad (6)$$

где  $\xi_t, \zeta_t$  – невязки привязки координат центров пикселей  $t$ -го кадра к базовому кадру по координате  $\alpha$  и  $\delta$  соответственно;  $p_j$  – относительный вес сигнальных фотонов, принадлежащих  $j$ -му объекту:

$$\sum_{j=1}^Q p_j = 1 - p_0; \quad (7)$$

$p_0$  – относительный вес остаточных помеховых фотонов ПЗС-матриц после компенсации помеховой подложки ( $0 \leq p_0 < 1$ );  $\sigma_{Gj}$  – СКО координат падения сигнальных фотонов.

Закон распределения (6) координат падения фотонов в картинной плоскости ПЗС-матриц (за все время экспозиции) можно представить в виде суммы конечного количества двумерных гауссоид [13]. Чем больший путь проходят объекты за время экспозиции, тем большее количество гауссоид необходимо для адекватного представления их изображения. Формально формализации такого подхода достаточно воспользоваться формулой прямоугольника численного интегрирования и представить в виде суммы второе слагаемое в выражении (6):

$$f_{STM}(\alpha_{it}, \delta_{kt}, \Theta_{\tau}^{STM}) = p_0 + \sum_{j=1}^Q \sum_{n=0}^{N_G} \psi_n \frac{p_j}{2\pi\sigma_{Gj}^2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{Gj}^2} \times \left[ (\alpha_{it} - \xi_t - \alpha_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\alpha_j}(\tau_n - \tau_{tbase}))^2 + (\delta_{kt} - \zeta_t - \delta_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\delta_j}(\tau_n - \tau_{tbase}))^2 \right]\right\}, \quad (8)$$

где  $\tau_n = \tau_{tbase} + \Delta(n/N - 0.5)$  – время привязки  $n$ -й гауссоиды, используемой для аппроксимации изображения объекта, смазанного собственным движением;

$N_G$  – количество гауссоид, используемых для аппроксимации изображения объекта, смазанного собственным движением или количество интервалов численного интегрирования по времени;

$\psi_n$  – коэффициент численного интегрирования.

Для оценивания параметров объектов необходимо решить систему уравнений максимального правдоподобия (3). При этом в качестве теоретической вероятности попадания фотонов пиксели ПЗС-матриц используется выражение (5), в котором выражение (8) используется как закон распределения координат падения сигнальных фотонов в картинной плоскости ПЗС-матриц.

Для получения выражений производных, входящих в (3), необходимо выражение (8) подставить в (5) и воспользоваться известным правилом дифференцирования интеграла по параметру [17]:

$$\frac{d}{d\lambda} \int_a^b f(x, \lambda) dx = \int_a^b \frac{\partial}{\partial \lambda} f(x, \lambda) dx. \quad (9)$$

Выражение для производной по координате  $\alpha_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM})$   $j$ -го объекта по пиксельному интегралу (5) для протяженных объектов, с учетом закона распределения координат (8) падения фотонов в картинной плоскости ПЗС-матриц, будет иметь вид:

$$\frac{\partial v_{ikt} (\Theta_{\tau}^{STM})}{\partial \alpha_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM})} = \frac{1}{N_G} \frac{p_j}{2\pi\sigma_{Gj}^2} \times \int_{\alpha_{bi}}^{\alpha_{ei}} \int_{\delta_{bk}}^{\delta_{ek}} \sum_{n=0}^{N_G} \psi_n \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{Gj}^2} \times \left[ (\delta_{kt} - \zeta_t - \delta_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\delta_j}(\tau_n - \tau_{tbase}))^2 \right]\right\} \times \times \frac{\partial}{\partial \alpha_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM})} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{Gj}^2} \times \left[ (\alpha_{it} - \xi_t - \alpha_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\alpha_j}(\tau_n - \tau_{tbase}))^2 \right]\right\} d\alpha_{it} d\delta_{kt}. \quad (10)$$

Воспользовавшись правилом дифференцирования  $\exp'(x) = x' \exp(x)$ , выражение (10) приобретает вид:

$$\frac{\partial v_{ikt} (\Theta_{\tau}^{STM})}{\partial \alpha_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM})} = \frac{1}{N_G} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{Gj}^3}} \times \times \sum_{n=0}^{N_G} \int_{\delta_{bk}}^{\delta_{ek}} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{Gj}^2} \left[ (\delta_{kt} - \zeta_t - \delta_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\delta_{kjt}}(\tau_n - \tau_{tbase}))^2 \right]\right\} d\delta_{kt} \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{Gj}}} \times \times \int_{\alpha_{bi}}^{\alpha_{ei}} \left[ (\alpha_{it} - \xi_t - \alpha_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\alpha_{ijt}}(\tau_n - \tau_{tbase}))^2 \right] \times \times \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{Gj}^2} \left[ (\alpha_{it} - \xi_t - \alpha_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\alpha_{ijt}}(\tau_n - \tau_{tbase}))^2 \right]\right\} d\alpha_{it}. \quad (11)$$

Для взятия интеграла из преобразованного выражения (11), целесообразно использовать замену переменной:

$$a = \alpha_{it} - \xi_t - \alpha_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\alpha_j}(\tau_n - \tau_{tbase}). \quad (12)$$

Тогда  $\alpha_{it} = a + \xi_t + \alpha_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) + V_{\alpha_j}(\tau_n - \tau_{tbase})$ ,  $\partial \alpha_{it} = \partial a$ , а нижний и верхний пределы интегрирования будут иметь вид:

$$a_{\min} = \alpha_{bi} - \xi_t - \alpha_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\alpha_j}(\tau_n - \tau_{tbase}); \quad (13)$$

$$a_{\max} = \alpha_{ei} - \xi_t - \alpha_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\alpha_j}(\tau_n - \tau_{tbase}). \quad (14)$$

Для нормально распределенной случайной величины  $\alpha$  с математическим ожиданием  $m_{\alpha}$  и дисперсией  $\sigma^2$  плотность распределения определяется выражением:

$$N_{\alpha}(m_{\alpha}; \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}(\alpha - m_{\alpha})^2\right). \quad (15)$$

При этом вероятность  $F_{\alpha i}$  того, что случайная величина  $\alpha$  находится на интервале  $[\alpha_{bi}, \alpha_{ei}]$ , определяется следующим образом:

$$F_{\alpha i}(m_{\alpha}; \sigma^2) = \int_{\alpha_{bi}}^{\alpha_{ei}} N_{\alpha}(m_{\alpha}; \sigma^2) d\alpha. \quad (16)$$

С учетом проведенной замены переменной (12) и введенных обозначений (13) ÷ (16), выражение (11) примет вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_{ikt}(\Theta_{\tau}^{STM})}{\partial \alpha_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM})} = \frac{1}{N_G \sigma_{Gj}^2} \times \\ & \times \sum_{n=0}^{N_G} \Psi_n F_{\delta kj}(\zeta_t + \delta_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM}) + V_{\delta j}(\tau_n - \tau_{tbase}); \sigma_{Gj}^2) \times \\ & \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_{Gj}}} \int_{a_{min}}^{a_{max}} a \exp\left\{-a^2 / (2\sigma_{Gj}^2)\right\} da. \quad (17) \end{aligned}$$

Для дальнейшего преобразования выражения (17) целесообразно воспользоваться понятием [6, 14] локального математического ожидания случайной величины  $\alpha$  на интервале  $[\alpha_{bi}, \alpha_{ei}]$ :

$$\begin{aligned} m_{\alpha i}^{loc} &= \frac{1}{F_{\alpha i}(m_{\alpha}; \sigma^2)} \int_{\alpha_{bi}}^{\alpha_{ei}} \alpha N_{\alpha i}(m_{\alpha}; \sigma^2) d\alpha = m_{\alpha} + \\ & + \frac{\sigma^2}{F_{\alpha i}(m_{\alpha}; \sigma^2)} (N_{\alpha_{ei}}(m_{\alpha}; \sigma^2) - N_{\alpha_{bi}}(m_{\alpha}; \sigma^2)). \quad (18) \end{aligned}$$

Воспользовавшись табличным интегралом [17],

$$\int x e^{-ax^2} dx = -\frac{1}{2a} e^{-ax^2}. \quad (19)$$

а также выражениями (16) и (18) выражение (17) будет преобразовано к следующему виду:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_{ikt}(\Theta_{\tau}^{STM})}{\partial \alpha_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM})} = \frac{1}{N_G \sigma_{Gj}^2} \sum_{n=0}^{N_G} \Psi_n \times \\ & \times F_{\delta kj}(\zeta_t + \delta_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM}) + V_{\delta j}(\tau_n - \tau_{tbase}); \sigma_{Gj}^2) \times \\ & \times \left[ F_{\alpha ij}(\xi_t + \alpha_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM}) + V_{\alpha j}(\tau_n - \tau_{tbase}); \sigma_{Gj}^2) \times \right. \\ & \left. \times (m_{\alpha ij}^{loc} - \xi_t - \alpha_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\alpha j}(\tau_n - \tau_{tbase})) \right]. \quad (20) \end{aligned}$$

Аналогично производная по координате  $\delta_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM})$  j-го объекта по пиксельному интегралу (5) для протяженных объектов будет иметь вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_{ikt}(\Theta_{\tau}^{STM})}{\partial \delta_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM})} = \frac{1}{N_G \sigma_{Gj}^2} \sum_{n=0}^{N_G} \Psi_n \times \\ & \times F_{\delta kj}(\zeta_t + \delta_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM}) + V_{\delta j}(\tau_n - \tau_{tbase}); \sigma_{Gj}^2) \times \\ & \times \left[ F_{\alpha ij}(\xi_t + \alpha_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM}) + V_{\alpha j}(\tau_n - \tau_{tbase}); \sigma_{Gj}^2) \times \right. \\ & \left. \times (m_{\delta kj}^{loc} - \zeta_t - \delta_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\delta j}(\tau_n - \tau_{tbase})) \right]. \quad (21) \end{aligned}$$

Производная по скорости  $V_{\alpha j}$  j-го объекта по координате  $\alpha$  по пиксельному интегралу (5) для протяженных объектов, с учетом закона распределения координат (8) падения фотонов в картинной плоскости ПЗС-кадра, будет иметь вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_{ikt}(\Theta_{\tau}^{STM})}{\partial V_{\alpha j}} = \frac{1}{N_G \sigma_{Gj}^2} \sum_{n=0}^{N_G} \Psi_n (\tau_n - \tau_{tbase}) \times \\ & \times F_{\delta kj}(\zeta_t + \delta_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM}) + V_{\delta j}(\tau_n - \tau_{tbase}); \sigma_{Gj}^2) \times \\ & \times \left[ F_{\alpha ij}(\xi_t + \alpha_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM}) + V_{\alpha j}(\tau_n - \tau_{tbase}); \sigma_{Gj}^2) \times \right. \\ & \left. \times (m_{\alpha ij}^{loc} - \xi_t - \alpha_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\alpha j}(\tau_n - \tau_{tbase})) \right]. \quad (22) \end{aligned}$$

Аналогично, производная по  $V_{\delta j}$  скорости j-го объекта по координате  $\delta$  будет иметь вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial v_{ikt}(\Theta_{\tau}^{STM})}{\partial V_{\delta j}} = \frac{1}{N_G \sigma_{Gj}^2} \sum_{n=0}^{N_G} \Psi_n (\tau_n - \tau_{tbase}) \times \\ & \times F_{\delta kj}(\zeta_t + \delta_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM}) + V_{\delta j}(\tau_n - \tau_{tbase}); \sigma_{Gj}^2) \times \\ & \times \left[ F_{\alpha ij}(\xi_t + \alpha_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM}) + V_{\alpha j}(\tau_n - \tau_{tbase}); \sigma_{Gj}^2) \times \right. \\ & \left. \times (m_{\delta kj}^{loc} - \zeta_t - \delta_{j\tau_{tb}}(\Theta_{\tau}^{STM}) - V_{\delta j}(\tau_n - \tau_{tbase})) \right]. \quad (23) \end{aligned}$$

Для нахождения системы уравнений максимальной правдоподобной оценки параметров движения объектов по пикселям исследуемого СВКО на серии цифровых кадров частные производные (20) ÷ (23) подставляются в выражение (3). При этом система уравнений максимально правдоподобной оценки местоположения и скоростей протяженных объектов на серии цифровых кадров будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^{N_{frame}} \sum_{i,k}^{N_{SIFP}} \frac{v_{ikt}^* \sum_{n=0}^{N_G} \Psi_n F_{\delta kj}(\bar{\delta}_{kjt}; \sigma_{Gj}^2) F_{\alpha ij}(\bar{\alpha}_{ijt}; \sigma_{Gj}^2)}{v_{ikt}(\Theta_{\tau}^{STM})} \times \\ & \times (m_{\alpha ij}^{loc} + \bar{\alpha}_{ijt}) = 0; \quad (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^{N_{frame}} \sum_{i,k}^{N_{SIFP}} \frac{v_{ikt}^* \sum_{n=0}^{N_G} \Psi_n F_{\delta kj}(\bar{\delta}_{kjt}; \sigma_{Gj}^2) F_{\alpha ij}(\bar{\alpha}_{ijt}; \sigma_{Gj}^2)}{v_{ikt}(\Theta_{\tau}^{STM})} \times \\ & \times (m_{\delta kj}^{loc} + \bar{\delta}_{kjt}) = 0; \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^{N_{frame}} \sum_{i,k}^{N_{SIFP}} \frac{v_{ikt}^* \sum_{n=0}^{N_G} \Psi_n (\tau_n - \tau_{tbase}) F_{\delta kj}(\bar{\delta}_{kjt}; \sigma_{Gj}^2)}{v_{ikt}(\Theta_{\tau}^{STM})} \times \\ & \times F_{\alpha ij}(\bar{\alpha}_{ijt}; \sigma_{Gj}^2) (m_{\alpha ij}^{loc} + \bar{\alpha}_{ijt}) = 0; \quad (26) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{t=1}^{N_{frame}} \sum_{i,k}^{N_{SIFP}} \frac{v_{ikt}^* \sum_{n=0}^{N_G} \Psi_n (\tau_n - \tau_{tbase}) F_{\delta kj}(\bar{\delta}_{kjt}; \sigma_{Gj}^2)}{v_{ikt}(\Theta_{\tau}^{STM})} \times \\ & \times F_{\alpha ij}(\bar{\alpha}_{ijt}; \sigma_{Gj}^2) (m_{\delta kj}^{loc} + \bar{\delta}_{kjt}) = 0; \quad (27) \end{aligned}$$

где  $\bar{\alpha}_{ijt} = \xi_t + \alpha_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) + V_{\alpha_j} (\tau_n - \tau_{tbase})$  ;  
 $\bar{\delta}_{kjt} = \zeta_t + \delta_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) + V_{\delta_j} (\tau_n - \tau_{tbase})$  .

Система уравнений максимального правдоподобия (24) ÷ (27) может быть переписана в виде:

$$\hat{\alpha}_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) = \frac{\sum_{t=1}^{N_{frame}} \sum_{i,k}^{N_{SIFP}} v_{ikt}^* \lambda_{ikjt} m_{\alpha_{ij}}^{loc}}{\sum_{t=1}^{N_{frame}} \sum_{i,k}^{N_{SIFP}} v_{ikt}^* \lambda_{ikjt}} ; \quad (28)$$

$$\hat{\delta}_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM}) = \frac{\sum_{t=1}^{N_{frame}} \sum_{i,k}^{N_{SIFP}} v_{ikt}^* \lambda_{ikjt} m_{\delta_{kj}}^{loc}}{\sum_{t=1}^{N_{frame}} \sum_{i,k}^{N_{SIFP}} v_{ikt}^* \lambda_{ikjt}} , \quad (29)$$

где  $\lambda_{ikjt} = \frac{\sum_{n=0}^{N_G} \psi_n F_{\delta_{kj}} (\bar{\delta}_{kjt}; \sigma_{Gj}^2) F_{\alpha_{ij}} (\bar{\alpha}_{ijt}; \sigma_{Gj}^2)}{v_{ikt} (\Theta_{\tau}^{STM})}$  .

$$\hat{V}_{\alpha_j} = \frac{\sum_{t=1}^{N_{frame}} \sum_{i,k}^{N_{SIFP}} v_{ikt}^* \lambda_{ikjt} (\tau_n - \tau_{tbase}) m_{\alpha_{ij}}^{loc}}{\sum_{t=1}^{N_{frame}} \sum_{i,k}^{N_{SIFP}} v_{ikt}^* \lambda_{ikjt}} ; \quad (30)$$

$$\hat{V}_{\delta_j} = \frac{\sum_{t=1}^{N_{frame}} \sum_{i,k}^{N_{SIFP}} v_{ikt}^* \lambda_{ikjt} (\tau_n - \tau_{tbase}) m_{\delta_{kj}}^{loc}}{\sum_{t=1}^{N_{frame}} \sum_{i,k}^{N_{SIFP}} v_{ikt}^* \lambda_{ikjt}} , \quad (31)$$

где  $\hat{\alpha}_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM})$ ,  $\hat{\delta}_{j\tau_{tb}} (\Theta_{\tau}^{STM})$ ,  $\hat{V}_{\alpha_j}$ ,  $\hat{V}_{\delta_j}$  – обозначения оценок соответствующих параметров.

Система (28) ÷ (31) уравнений максимального правдоподобия является трансцендентной и может быть решена методом последовательных приближений (простой итерации) [18]. Математической основой технической задачи разработки сигнально-траекторного вычислительного метода оценки параметров видимого движения Q близких объектов со смазанным собственным движением изображением на серии ПЗС-кадров служит задача оценки параметров смеси вероятностных распределений по группированной выборке [19, 4, 6, 15, 16, 20, 21].

Из анализа выражений (28) ÷ (31) видно, что операции формирования отметок (операции оценки положения Q объектов в каждом из  $N_{frame}$  кадров) отсутствуют в оптимальном сигнально-траекторном методе оценки параметров движения Q протяжённых объектов. Тем самым в многоцелевом случае при использовании сигнально-траекторного метода оптимальна безотметочная технология обработки локационных данных.

Для оценки параметров движения объектов на каждой итерации разработанного метода поочередно

производятся две операции. В соответствии со значением параметров  $\Theta_{\tau}^{STM}$ , полученным на предыдущей итерации, расщепляются статистики пикселей кадров серии на помеховую (шумовую) статистику и Q сигнальных статистик. Далее следует операция взаимно независимой оценки параметров видимого движения каждого из Q объектов на серии ПЗС-кадров по независимым статистикам, выделенным операцией расщепления. Оценка параметров производится по детерминированному правилу (28) – (31).

Сформированная оценка поступает в качестве начального приближения на операцию расщепления следующей итерации. Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока оценки на соседних итерациях практически не совпадут.

## Выводы

Разработан сигнально-траекторный вычислительный метод оценки параметров видимого движения Q близких объектов со смазанным собственным движением изображением на серии ПЗС-кадров.

Разработанный метод учитывает остаточные помеховые фотоны, которые могут быть распределены по изображению объекта неравномерно.

В методе отсутствует разделение вычислительных операций на операции внутрикадровой и межкадровой обработки, и как следствие – отсутствуют операции формирования отметок.

Так как метод синтезирован как решение единой оптимизационной задачи оценки параметров видимого движения объектов на серии ПЗС-кадров, без ее традиционного разделения на внутрикадровую и межкадровую обработки, то ожидается улучшение потенциальной точности получаемых оценок.

Практическая значимость метода [22] заключается в возможности и целесообразности его использования для оценки параметров видимого движения протяжённых статистически зависимых объектов в программах оперативного автоматизированного обнаружения новых и сопровождения известных астероидов, комет и небесных тел со слабым блеском, например, в программе CoLiTec [23, 24].

В дальнейшем в рамках проекта CoLiTec будут проведены экспериментальные исследования статистических характеристик разработанного сигнально-траекторного вычислительного метода оценки параметров видимого движения Q близких объектов со смазанным собственным движением изображением на серии ПЗС-кадров на базе реальных снимков звёздного неба.

## Список литературы

1. Rivkin A.S. *Asteroids, Comets And Dwarf Planets [Текст] / A.S. Rivkin // Greenwood Press. – 2009.*
2. Kortencamp Steve. *Asteroids, Comets, and Meteoroids. – Mankato, MN: Capstone Press, 2012*

3. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию [Текст] / С.З. Кузьмин – К.: КвіЦ, 2000. – 428 с.
4. Бакут П.А. Обнаружение движущихся объектов [Текст] / П.А. Бакут, Ю.В. Жулина, Н.А. Иванчук. – М.: Сов. радио, 1980. – 288 с.
5. Саваневич В.Е. Единый локационный алгоритм определения параметров движения близких объектов [Текст] / В.Е. Саваневич // Радиоэлектроника и информатика. – 1999. – № 3. – С. 4-8.
6. Саваневич В.Е. Определение координат статистически зависимых объектов на дискретном изображении [Текст] / В.Е. Саваневич // Радиоэлектроника и информатика. – 1999. – № 1. – С. 4-8.
7. Izmailov I.S. Astrometric CCD observations of visual double stars at the Pulkovo Observatory [Текст] / I.S. Izmailov, M. L. Khovricheva, M. Yu. Khovrichev et al. // *Astronomy Letters*. – 2010. – Т. 36(5). – С. 349-354.
8. Kouprianov V. Distinguishing features of CCD astrometry of faint GEO objects [Текст] / V. Kouprianov // *Advances in Space Research*. – 2008. – Т. 41(7). – С. 1029-1038.
9. Biryukov V. Limited accuracy of asteroid trails estimation at observations with CCD detectors [Текст] / V. Biryukov, V. Rumyantsev // *Proceedings of Asteroids, Comets, Meteors - ACM 2002*. Ed. Barbara Warmbein. ESA SP-500. Noordwijk, Netherlands: ESA Publications Division. – 2002. – С. 405-408.
10. Great Shefford Observatory. Stacking Techniques. Astrometry [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: \WWW/ URL <http://www.birtwhistle.org/StackingTechniques.htm> — Загл. с экрана.
11. Yanagisawa T. Automatic Detection Algorithm for Small Moving Objects [Текст] / T. Yanagisawa, A. Nakajima et al. // *Publications of the Astronomical Society of Japan*. – 2005. – Т. 57(2). – С. 399-408.
12. Miura N. Likelihood-based Method for Detecting Faint Moving Objects [Текст] / N. Miura, K. Itagaki, N. Baba // *The Astronomical Journal*. – 2005. – Т. 130(3). – С. 1278-1285.
13. Безкровный М.М. Оценка местоположения объекта на ПЗС-кадре при среднем времени экспозиции [Текст] / М.М. Безкровный, А.М. Кожухов, В.Е. Саваневич, А.Б. Анненков, Н.С. Соковикова // *Системы обработки информации*. – X.: ХУПС, 2012. – Вып. 7(105). – С. 44-50.
14. Саваневич В. Е. Оценка координат астероида на дискретном изображении [Текст] / В.Е. Саваневич, А.Б. Брюховецкий, А.М. Кожухов, Е.Н. Диков // *Радиотехника*. – 2010. – Вып. 162. – С. 78-86.
15. Королев, В. Ю. Вероятностно-статистические методы декомпозиции волатильности хаотических процессов [Текст] / В. Ю. Королев. – М.: изд-во Моск. ун-та, 2011. – 512 с.
16. Королев В. Ю. EM-алгоритм, его модификации и их применение к задаче разделения смесей вероятностных распределений. Теоретический обзор [Текст] / В.Ю. Королев. – М: ИПИ РАН, 2007.
17. Korn G.A. *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers: Definitions, Theorems, and Formulas for Reference and Review* [Текст] / G.A. Korn, T.M. Korn // *General Publishing Company*. – 2000. – 1151 с.
18. Kelley C.T. *Iterative Methods for Optimization* [Текст] / C.T. Kelley // *Society for Industrial and Applied Mathematics*. – 1999. – С. 180.
19. Бодин Н.А. Оценка параметров распределения по группированным выборкам [Текст] / Н.А. Бодин // *Тр. Ин-та им. Стеклова. Теоретические задачи математической статистики*. – 1970. – № 3. – С. 110-150.
20. Орлов А.И. *Прикладная статистика* [Текст] / А.И. Орлов – М.: Издательство «Экзамен», 2004. – С. 656.
21. Wang Y. The estimation of mixing distributions by approximating empirical measures [Текст] / Y. Wang, I.H. Witten // *Dept. of Computer Science, University of Waikato, New Zealand*. – 1999.
22. Zacharias, N. UCAC3 pixel processing [Текст] / N. Zacharias // *The Astronomical Journal*. – 2010. – 139. – P. 2208-2217.
23. Саваневич В.Е. Программа CoLiTec автоматизированного обнаружения небесных тел со слабым блеском [Текст] / В.Е. Саваневич, А.Б. Брюховецкий, А.М. Кожухов, Е.Н. Диков, В.П. Власенко // *Космічна наука і технологія*. – 2012. – Т. 18(1). – С. 39-46.
24. Сайт программы CoLiTec. [Электронный ресурс]. — Режим доступа к ресурсу: \WWW/ URL <http://neoastrosoft.com/home/> — Загл. с экрана.

Поступила в редколлегию 5.07.2013

Рецензент: д-р техн. наук проф. В.П. Деденок, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

### СИГНАЛЬНО-ТРАЕКТОРНИЙ МЕТОД ОЦІНКИ ПАРАМЕТРІВ БЛИЗЬКИХ ОБ'ЄКТІВ З ПРОТЯЖНИМ ЗОБРАЖЕННЯМ НА СЕРІЇ КАДРІВ

С.В. Хламов, В.Є. Саваневич, М.М. Безкровний, Н.С. Соковикова

Розроблений сигнально-траєкторний обчислювальний метод оцінки параметрів видимого руху  $Q$  близьких об'єктів із змещеним власним рухом зображенням на серії ПЗС-кадрів. У методі відсутнє розділення обчислювальних операцій на операції внутрішньокадрової і міжкадрової обробки, і як наслідок – відсутні операції формування відміток. Як закон розподілу координат падіння фотонів, що належать об'єкту з протяжним зображенням, прийнята зважена сума кінцевої кількості двовимірних нормальних законів розподілу координат падіння фотонів, математичні очікування яких розташовані уздовж траєкторії видимого руху об'єкту. Метод може бути використаний в програмах автоматизованого виявлення астероїдів при оцінці місцеположення астероїдів, що мають великі швидкості видимого руху, наприклад, астероїдів, що зближуються із Землею.

**Ключові слова:** обробка ПЗС-зображень, протяжний об'єкт, оцінка положення, CoLiTec.

### ALARM-TRAJECTORY METHOD OF ESTIMATION OF PARAMETERS OF NEAR OBJECTS WITH EXTENSIVE IMAGE ON SERIES OF STILLS

S.V. Khlamov, V.Ye. Savanevich, M.M. Bezkrivnyy, N.S. Sokovikova

The alarm-trajectory calculable method of estimation of parameters of visible motion of  $Q$  of near objects is developed with the smeared own motion an image on the series of PZS-stills. In a method the division of calculable operations absents on the operation of intraskilled and interskilled treatment, and as a result – the operations of forming of marks absent. As a law of distributing of co-ordinates of falling of photons, belongings an object with an extensive image, the self-weighted sum of eventual amount of two-dimensional normal laws of distributing of co-ordinates of falling of photons the expected values of which are located along the trajectory of visible motion of object is accepted. A method can be utilized in the programs of the automated discovery of asteroids at the estimation of site of asteroids, having high speeds of visible motion, for example, of asteroids, drawn together with Earth.

**Keywords:** treatment of PZS-images, extensive object, estimation of position, CoLiTec.