УДК 621.396

А.А. Замула

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

АНСАМБЛЕВЫЕ СВОЙСТВА ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИХ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

Рассмотрен подход к анализу ансамблевых свойств различных классов дискретных сигналов. Проведен анализ методов построения линейных и нелинейных дискретных сигналов. Сформулированы предложения по использованию некоторых классов нелинейных дискретных сигналов для достижения заданных характеристик функционирования системы передачи информации с использованием технологии расширения спектра.

Ключевые слова: *характеристические дискретные сигналы, двухзначный характер мультипликативной группы поля, ансамбль сигналов, разностные множества, корреляционные свойства.*

Введение

В настоящее время в системах связи и управления широко применяются сложные (широкополосные) дискретные сигналы, получаемые путем модуляции кодовой последовательностью гармонического колебания по частоте, фазе либо амплитуде. Большой интерес, проявляемый к сложным сигналам, объясняется целым рядом их свойств, связанных с помехоустойчивостью, скрытностью, точностью совместного измерения скорости и дальности движущихся объектов, возможностью использования таких сигналов в занятом частотном диапазоне и при многолучевом распространении. Эффективность функционирования широкополосных систем в значительной мере зависит от свойств кодовых последовательностей, используемых для модуляции соответствующих параметров гармонического колебания [1].

Предпочтительными являются кодовые последовательности, обладающие наименьшим значением максимальных боковых лепестков функции авто- и взаимной корреляции, большим объемом ансамбля, существующие для широкого спектра значений длительности последовательности.

Применяемые в системах связи и радиолокации линейные дискретные сигналы (линейные рекуррентные последовательности максимального периода – М-последовательности (ЛРПМ) и линейные рекуррентные последовательности с трехуровневой (ЛРПТ) периодической функцией взаимной корреляции (ПФВК)) имеют ряд недостатков [1]. Так, множество длин L, для которых существуют данные последовательности, достаточно разрежено. М-последовательности существуют лишь для значений L, определяемых из условия

$$L = 2^m - 1. \qquad (1)$$

При увеличении числа разрешенных значений за счет усечения или дополнения символов последовательности корреляционные и спектральные свойства ЛРПМ и ЛРПТ значительно ухудшаются. Объем ансамбля M (число изоморфизмов) ЛРПМ для фиксированного значения L ограничен функцией Эйлера $\varphi(L)$ [2]:

$$M = \varphi(L)/m, \qquad (2)$$

где m – степень примитивного полинома, в соответствии с которым строится линейный рекуррентный регистр сдвига с обратными связями (устройство формирования ЛРПМ).

Кроме того, ЛРПМ и ЛРПТ имеют низкую кодовую устойчивость (скрытность) [2].

Указанное может оказаться ограничительным фактором к практическому использованию данных классов сигналов. В настоящее время возрастает интерес к характеристическим дискретным сигналам (ХДС). Теоретические основы построения таких сигналов изложены в [3].

Основной раздел

В статье приводятся исследования ансамблевых, статистических и спектральных свойств ХДС. Анализ ансамблевых свойств ХДС может быть проведен на основе использования разностных множеств [3]. Множество коэффициентов разностного множества $T_k = \{t\}$ разбивается на $\varphi(L)/n$ не пересекающихся классов, каждый из которых содержит n коэффициентов (n – степень расширения поля $GF(p^n)$). При этом для каждого коэффициента

$$t_{ki} (k = 2, 3, ... \varphi(L)/n, i = 0, 1, 2, ...n-1)$$

может быть найден такой коэффициент $t_l \in T_l$, что $t_{k,l} + t, l, u \equiv 0 (\text{mod } L)$. Классы T_k, T_l являются инверсно-изоморфными. Взяв по одному коэффициенту из каждого неинверсно-изоморфного класса, получим множество T неинверсно-изоморфных коэффициентов, приводящих к $\varphi(L)/2n$ неинверсно-изоморфным разностным множествам, сбалансированным на два уровня. Таким образом, объем системы, составленной из ХДС, составляет

$$M = \varphi(L)/n \, . \quad (3)$$

Природа изоморфизмов связана с использованием для построения разностных множеств различных первообразных элементов поля $GF(P)$ или различных первообразных неприводимых над полем $GF(P)$ полиномов степени n. ХДС могут быть построены для значений L, определяемых из условий

$$L = 4x = P^n - 1, \; L = 4x + 2 = P^n - 1, \quad (4)$$

где $x = 1, 2, ...$; P – характеристика поля $GF(P)$ (простое число); n – степень расширения поля $GF(P)$.

В табл. 1 (в соответствии с (1) – (4)) приведены значения L, для которых могут быть построены ХДС в простых ($n = 1$) и расширенных ($n > 1$) полях Галуа, значения объема системы для случаев простого и расширенного поля Галуа и соответствующие характеристики для М-последовательностей.

Таблица 1

Характеристики для случаев простого и расширенного поля Галуа

	Число значений L		Объем системы	
ΔL	ХДС	М-последоват.	ХДС	М-последоват.
$0-10^2$	30	6	456	8
$0-10^3$	186	9	29291	54
$0-10^4$	1269	13	2152943	602

Анализ данных табл. 1 показывает, что объем системы, составленной из ХДС в интервале длительностей $\Delta L = 8-10^5$, более чем на три порядка превышает объем системы, составленной из М-последовательностей. Из табл. 1 также следует, что ХДС могут быть построены для более чем на два порядка большего числа значений L по сравнению с М-последовательностями.

При выборе систем сигналов существенное значение имеет выбор сигналов со статистическими свойствами, близкими к свойствам чисто случайных последовательностей (ЧСП). Такие последовательности содержат оптимальное число блоков [2]:

$$K_0 = L/2 \text{ или } K_0 = L/2 \pm 1, \quad (5)$$

причем половина всех блоков имеет длительность один элемент (δ_1), одна четвертая всех блоков – два элемента (δ_2) и т.д. Число символов «0» примерно равно числу символов «1». Если обозначить число блоков одинаковой длины v через δ_v, то для последовательности длины L, состоящей из v блоков, имеют место равенства

$$L = \sum_{v=1}^{v_{max}} v\delta_v \, , \quad (6)$$

$$K = \sum_{v=1}^{v_{max}} \delta_v \, , \quad (7)$$

где v_{max} – длина максимального блока.

Считая v_{max} постоянной величиной, усредняя обе части равенства (7), и обозначая среднее значение δ_v через $\overline{\delta_v}$, получаем

$$K_0 = \sum_{v=1}^{v_{max}} \overline{\delta_v} \, . \quad (8)$$

Если положительные и отрицательные символы последовательности равновероятны, вероятность появления блока, состоящего из v символов, равна

$$P_v = 1/2^v \, . \quad (9)$$

Если последовательность имеет K_0 блоков, то среднее число блоков длиной v будет

$$\delta_v = K_0 \cdot P_v = K_0 \cdot 2^{-v} \, . \quad (10)$$

В табл. 2 приведены значения вероятностей появления блоков различной длины в случайных двоичных последовательностях (взяты, выборки из 1000 символов) и ХДС.

Из табл. 2 следует, что вероятности появления блоков длины v близки к вероятностям появления блоков длины v случайных последовательностей и близки к теоретическим значениям, полученным по (9). ХДС содержит одинаковое число символов «0» и «1».

Это утверждение вытекает из теоретических основ построения ХДС. Правило построения ХДС основывается на вычислении двухзначного характера мультипликативной группы поля $GF(P^n)$ [3]:

$$W_i = \psi(\Theta^i + 1) \text{, если } \Theta^i + 1 \equiv 0 \; (\mathrm{mod}\; P) \, , \quad (11)$$

$$W_i = 0 \text{, если } \Theta^i + 1 \equiv 0 \; (\mathrm{mod}\; P) \, ,$$

где W_i – символы ХДС, Θ – первообразный элемент поля $GF(P^n)$.

Таблица 2

Вероятности появления блоков различной длины в случайных двоичных последовательностях

Длина блока v	P_v для случайных последовательностей	P_v для ХДС	P_v, рассчитанные по (9)	Длина блока v	P_v для случайных последовательностей	P_v для ХДС	P_v, рассчитанные по (9)
1	0,485	0,490	0,5	7	0,010	0,0135	0,0078
2	0,268	0,269	0,25	8	0,000)	0,0039	0,0039
3	0,133	0,130	0,125	9	0,0005	0,000	0,002
4	0,052	0,062	0,0625	10	0,000	00,019	0,001
5	0,027	0,028	0,0312	11	0,0025	0,000	0,0005
6	0,015	0,0147	0,0156				

Поскольку Θ – первообразный элемент степени $\Theta^i, i=\overline{0, P^n-2}$, пробегают все P^n-1 ненулевые элементы поля GF(P^n), а элементы $\Theta^i+1, i=\overline{0, P^n-2}$ – нулевой и все ненулевые элементы поля $GF(P^n)$, кроме 1, потому что для некоторого i $\Theta^i+1 \equiv 0(\mathrm{mod}\, P)$ и ни для какого i $\Theta^i+1 \neq (\mathrm{mod}\, P)$, так как $\Theta^i \neq 0(\mathrm{mod}\, P)$. Учитывая также, что $\psi(1)=1$, легко заключить, что среди P^n-2 ненулевых элементов Θ^i+1 поля $GF(P^n)$ имеется $1/2(P^n-1)-1$ элементов, для которых $\psi=1$ и $1/2(P^n-1)$ элементов, для которых $\psi=-1$. Поэтому для правила кодирования (11) число символов последовательности, принимающих значение +1, равно

$$\mu^+ = 1/2(P^n-1)-1+1 = 1/2(P^n-1) = 1/2 L.$$

Таким образом, на полном периоде ХДС содержится одинаковое число символов, принимающих значения 1 и 0 (+1 и –1).

Многочисленные расчеты, проведенные с использованием ЭВМ, показали; что ХДС содержат оптимальное число блоков, отвечающее условию (6), а это означает, что такие сигналы обладают малыми боковыми пиками автокорреляционной функция (ФАК). Кроме того, расчеты показали, что ХДС удовлетворяют условиям (5) – (10). Тогда можно постулировать следующее утверждение: статистические характеристики авто- и взаимокорреляционных функций ХДС будут лучше, чем статистические характеристики полного кода [2], поскольку такие последовательности являются наиболее вероятным представителем случайной последовательности. Подтверждением этому может служить результаты исследований корреляционных и спектральных свойств ХДС [4 – 5]. Значения максимальных боковых пиков ФАК ХДС в периодическом режиме для $L=4x+2$ не превышает значения $R_б \leq 2$ и, таким образом, отвечают одной из границ плотной упаковки [3]:

$$R_{max} \geq \begin{cases} 0, \text{ если } L \equiv 0(\mathrm{mod}\ 4); \\ 0, \text{ если } L \equiv 1(\mathrm{mod}\ 4); \\ 0, \text{ если } L \equiv 2(\mathrm{mod}\ 4); \\ 0, \text{ если } L \equiv 3(\mathrm{mod}\ 4), \end{cases}$$

т.е. ХДС являются, по минимаксному критерию, оптимальными. Результаты исследований взаимнокорреляционных функций (ВКФ) ХДС приведены в [4 – 8]. Показано, в частности, что статистические характеристики, значения максимальных боковых пиков ВКФ близки по значениям к соответствующим характеристикам случайных последовательностей, М-последовательностей. Кроме того, найдены пары ХДС, значения максимальных боковых пиков ВКФ которых меньше, чем у последовательностей с трехуровневыми ВКФ.

Выводы

Таким образом, результаты исследований свойств ХДС показывают, что последние могут быть использованы в качестве расширяющих спектр в широкополосных системах связи. При этом могут быть улучшены отдельные качественные показатели функционирования радиоканалов.

Список литературы

1. Ipatov Valery P. Spread Spectrum and CDMA.Principles and Applications [Текст] / Valery P. Ipatov. University of Turku, Finland and St. Petersburg Electrotechnical University 'LETI', Russia. - John Wiley & Sons Ltd, The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England, 2005. – 385 p.

2. Варакин Л.Е. Системы связи с шумападобными сигналами / Л.Е. Варакин. – 1985. – 384 с.

3. Свердлик М.Б. Оптимальные дискретные сигналы / М.Б. Свердлик. – М., 1975. – 200 с.

4. Горбенко И.Д. Синтез систем сигналов с заданными корреляционными свойствами, законами формирования, структурными и ансамблевыми свойствами / И.Д. Горбенко, А.А. Замула // Прикладная радиоэлектроника. – 2012. – Том 2. – С. 293-298.

5. Замула А.А. Предложения по построению широкополосных систем передачи со сложными сигналами / А.А. Замула // Радиотехника: всеукраинский научно-технический сборник. – 2012. – №171, вып. 4. – С. 177-185.

6. Замула А.А. Синтез одного класса дискретных сигналов в полях Галуа / А.А. Замула, Р.И. Киянчук, Т.Е. Ярыгина, Е.П. Колованова // Прикладная радиоэлектроника. – 2011. – Том 10. – № 2. – С. 240-244.

7. Замула А.А. Метод синтеза сигналов с заданными ограничениями на уровень боковых лепестков корреляционной функции / А.А. Замула, Р.И. Киянчук, Т.Е. Ярыгина, Е.П. Колованова // Восточно-европейский журнал передовых технологий. – 2011. – № 5/9 (53). – С. 30-34.

8. Замула А.А. Метод построения множества изоморфизмов характеристических кодов / А.А. Замула, Р.И. Киянчук, Т.Е. Ярыгина, Е.П. Колованова // Інформаційно-керуючі системи на залізничному транспорті: Науч.- техн. журнал. – 2011. – № 5 (90). – С. 32-37.

Поступила в редколлегию 30.08.2013

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.А. Краснобаев, Полтавский национальный технический университет имени Юрия Кондратюка, Полтава.

АНСАМБЛЕВІ ВЛАСТИВОСТІ ХАРАКТЕРИСТИЧНИХ ДИСКРЕТНИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

О.А. Замула

У статі розглянутий підхід щодо аналізу ансамблевих властивостей різних класів дискретних сигналів. Проведений аналіз методів побудови лінійних та нелінійних дискретних сигналів. Сформульовані пропозиції по використанню деяких класів нелінійних дискретних сигналів для досягнення заданих характеристик функціонування системи передачі інформації з використанням технології розширення спектру.

***Ключові слова:** характеристичні дискретні сигнали, двозначний характер мультиплікативної групи поля; ансамбль сигналів; різносні множини; кореляційні властивості.*

ENSEMBLE PROPERTIES OF THE CHARACTERISTIC DISCRETE SIGNALS

A.A. Zamula

This article describes an approach to the analysis of the ensemble properties of the different discrete signals classes. The analysis of the methods for linear and nonlinear discrete signals construction. The proposals on the use of certain nonlinear discrete signals classes to achieve the desired characteristics of the communication system using spread spectrum technology are formulated.

Keywords: *characteristic discrete signals, two-digit character of the multiplicative group of the field, signals ensemble, difference sets, correlation properties.*