

УДК 681.518

І.О. Канкін

*Житомирський військовий інститут імені С.П. Корольова ДУТ, Житомир*

## ВИКОРИСТАННЯ ІНВАРІАНТНОГО ПІДХОДУ ПІД ЧАС РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ОБРОБКИ НАВІГАЦІЙНОЇ ІНФОРМАЦІЇ В БЕЗПІЛОТНИХ ЛІТАЛЬНИХ АПАРАТАХ

*На прикладі інтегрованої навігаційної системи бортового комплексу управління безпілотного літального апарата розглянуто можливість використання інваріантного підходу для розв'язання задачі комплексування інформації від інерційної навігаційної та супутникової радіонавігаційної систем.*

**Ключові слова:** інтегрована навігаційна система, алгоритм оцінювання, безпілотні літальні апарати, теорія інваріантності.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Серед широкого кола завдань, що виконуються за допомогою авіації, на сучасному етапі розвитку провідних країн світу найбільша увага приділяється використанню безпілотних літальних апаратів (БПЛА) як у військовій, так і цивільній сферах. Приклади успішного та широкого використання безпілотної авіації арміями США та Ізраїлю під час проведення військових операцій стали стимулом розвитку БПЛА в усьому світі.

До основних факторів, що стримують розвиток ринку безпілотних апаратів, слід віднести [2, 10]:

- відсутність нормативно-правової бази для інтеграції БПЛА в єдиний повітряний простір;
- підвищена аварійність БПЛА (відсутність системи розпізнавання перешкод та уникнення від зіткнень);
- наявність протиріччя між забезпеченням високої точності управління та зменшенням ваги бортового обладнання;
- відсутність надійного та перешкодостійкого зв'язку з літальними апаратами;
- недостатні можливості щодо врахування змін у навколишньому середовищі при використанні автоматичного способу управління та ін.

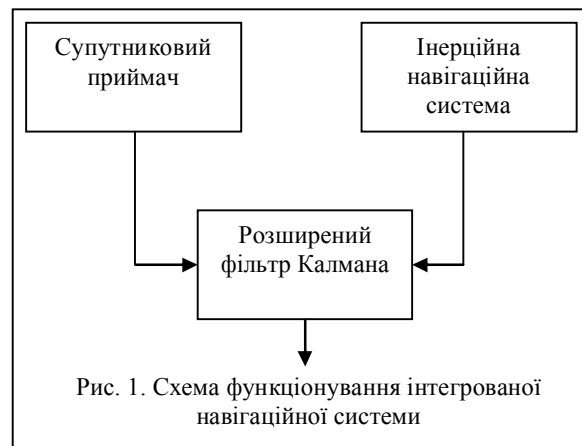
Одним із напрямків підвищення ефективності використання безпілотних засобів є вдосконалення програмного забезпечення бортового комплексу управління з метою підвищення точності визначення навігаційних параметрів, від яких суттєво залежить якість вирішення поставлених задач.

Сучасний підхід до розв'язання навігаційної задачі на борту ЛА передбачає комплексування потоку даних, що надходять від датчиків інерційної навігаційної системи (ІНС), з даними від супутникових радіонавігаційних систем. Це зумовлено тим, що хоч на короткому проміжку часу інформація інерційних датчиків дає більшу точність позиціонування порівняно із супутниковими системами, але з часом похибки у

визначенні координат постійно збільшуються. Тому дана інформація не дає змоги використовувати її автономно для навігаційного рішення та потребує корегування від зовнішніх навігаційних засобів.

Для оптимального використання даних, що надходять від зовнішніх допоміжних засобів, потрібно, щоб ретельно враховувалися характеристики й похибки цих і бортових навігаційних засобів. Для розв'язання цієї задачі широко застосовуються алгоритми, що основані на розширеному фільтрі Калмана [4, 6, 11].

Схема функціонування інтегрованої навігаційної системи наведена на рис. 1.



Готове навігаційне рішення від супутникового приймача (широта, довгота, висота та швидкості в напрямку на північ і на схід) уточнюється за допомогою фільтра Калмана на основі врахування показань інерційної підсистеми (трикомпонентні вектори прискорення та кутової швидкості) [8].

Практичні реалізації таких систем відрізняються методикою формування вектора стану розширеного фільтра Калмана з метою врахування різномірної інформації для підвищення точності фільтрації. Слабким місцем цього рішення можна вважати те, що такі алгоритми будуються за принципом корекції передбачення і є результатом розв'язання відповід-

них модельних задач за наявності апріорної інформації про помилки вимірювань та збурення в динаміці руху ЛА. У реальних умовах роботи систем обробки навігаційної інформації може мати місце невідповідність реальних вхідних дій прийнятим під час синтезу математичним моделям. Це ускладнює процедуру оцінювання та ставить її в умови апріорної невизначеності [4 – 7, 11].

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Для усунення апріорної невизначеності є ряд напрямків у розв'язанні задачі оцінювання: мінімаксий підхід, принцип адаптації та підхід на основі теорії інваріантності [3, 6, 7]. Застосування мінімаксного методу може виявитись недостатнім через відсутність мінімізації помилок оцінювання для всіх умов роботи фільтра, а використанню адаптивних алгоритмів перешкоджає можливість розбіжності процесу адаптації та складність їх аналітичного дослідження [7]. Завдяки тому, що точність оцінювання не залежить від характеристик вхідної дії, на особливу увагу заслуговує підхід, оснований на теорії інваріантності [3]. Інваріантні алгоритми можна побудувати на основі комплексної системи фільтрації, яка має два та більше входів, але це значно обмежує сферу застосування цих алгоритмів. Інший підхід [9] передбачає відповідну обробку вимірювань та виключення завдяки цьому динамічних помилок оцінювання. Але даний метод не дає змоги синтезувати алгоритми оцінювання тих параметрів, які не підлягають безпосередньому спостереженню. Ця обставина ускладнює застосування їх в інтегрованих навігаційних системах.

Тому **метою даної роботи** є розробка методик синтезу алгоритмів оцінювання навігаційних параметрів БПЛА, яким притаманна властивість інваріантності, що дасть змогу використовувати їх при апріорній невизначеності умов функціонування систем обробки навігаційних параметрів.

### Постановка задачі

Припускається, що вектор навігаційних параметрів ЛА описується системою лінійних різнице-вих рівнянь:

$$\bar{X}_n = \Phi(1)\bar{X}_{n-1} + B(1)\bar{\xi}_{n-1}, \quad (1)$$

де  $\bar{X}_n$  – вектор навігаційних параметрів (вектор стану) розмірністю  $k \times 1$ ;  $\bar{\xi}_n$  – вектор збурень у динаміці руху БПЛА розмірністю  $k \times 1$ ;  $\Phi(1)$  – перехідна матриця стану розмірністю  $k \times k$ ;  $B(1)$  – перехідна матриця збурення розмірністю  $k \times 1$ .

Процес вимірювання координат описується як

$$g(n) = H\bar{X}_n + f(n), \quad (2)$$

де  $H$  – матриця спостереження розмірністю  $1 \times k$ ;  $f(n)$  – некорельована гауссівська помилка вимірювання з нульовим середнім та відомою дисперсією  $R(n)$ , тобто

$$M[f(n)] = 0, \quad M[f(n)f(n-i)] = 0, \quad i > 0,$$

$$M[x(n)f(n)] = 0, \quad R(n) = M[f^2(n)].$$

Необхідно синтезувати цифрову систему оцінювання поточних навігаційних параметрів, яка відповідає вимогам інваріантності помилок фільтрації та екстраполяції відносно вхідної дії, а також оптимальна за критерієм мінімуму кореляційної матриці помилок оцінювання:

$$P_n = M[\bar{\epsilon}_n \bar{\epsilon}_n^T] \rightarrow \min, \quad (3)$$

де  $\bar{\epsilon}_n = \bar{X}_n - \hat{\bar{X}}_n$  – вектор помилок фільтрації.

**Загальна методика синтезу.** Для розв'язання поставленої задачі формуються вектори нев'язок оцінювання  $\tilde{\epsilon}_n$  та екстраполяції  $\tilde{U}_n$ :

$$\tilde{\epsilon}_n = H_{\Pi}g(n) - \hat{\bar{X}}_n, \quad (4)$$

$$\tilde{U}_n = H_{\Pi}g(n) - F\hat{\bar{X}}_n, \quad (5)$$

де  $F$  – матриця екстраполяції навігаційних параметрів розмірністю  $k \times k$ ;  $H_{\Pi}$  – матриця перетворення  $g(n)$  у зашумлений вектор навігаційних параметрів розмірністю  $k \times 1$ , елементи якої визначаються як

$$h_{k1} = \frac{(1-z^{-1})^{k-1}}{(k-1)!T^{k-1}}.$$

Припускається, що функціонування алгоритму оцінювання відносно векторів нев'язок оцінювання та екстраполяції описуються рівняннями:

$$C\tilde{\epsilon}_n = B H_{\Pi}g(n), \quad (6)$$

$$C\tilde{U}_n = A H_{\Pi}g(n), \quad (7)$$

де  $A, B$  – матриці, що визначають точність екстраполяції та оцінювання відповідно;  $C$  – характеристична матриця, яка визначає стійкість цифрової системи оцінювання (фільтра).

З наведених виразів співвідношення для векторів нев'язок набувають вигляду

$$\tilde{\epsilon}_n = C^{-1} B H_{\Pi}g(n), \quad (8)$$

$$\tilde{U}_n = C^{-1} A H_{\Pi}g(n). \quad (9)$$

Шляхом визначення з рівняння (9) вектора зашумлених навігаційних параметрів

$$H_{\Pi}g(n) = A^{-1} C \tilde{U}_n \quad (10)$$

та підстановки його до виразу (8) будемо мати рівняння, що описує зв'язок між векторами нев'язок:

$$\tilde{\epsilon}_n = C^{-1} B A^{-1} C \tilde{U}_n. \quad (11)$$

Підстановкою співвідношень (10) та (11) до виразу (4) після відповідних перетворень отримаємо

$$\hat{\bar{X}}_n = (I - C^{-1} B) A^{-1} C \tilde{U}_n,$$

де  $I$  – одинична матриця.

Беручи до уваги, що зв'язок між вектором  $\hat{U}_n$  та нев'язкою  $\tilde{u}(n)$  встановлюється рівнянням

$$\tilde{U} = H_{\Pi} \tilde{u}(n),$$

вираз для вектора оцінок навігаційних параметрів БПЛА набуде вигляду

$$\hat{\bar{X}}_n = (I - C^{-1}B)A^{-1}CH_{\Pi} \tilde{u}(n). \quad (12)$$

Для усунення динамічних помилок оцінювання та екстраполяції навігаційних параметрів БПЛА матриці  $A$  і  $B$  визначаються з третьої форми умов інваріантності [3]:

$$\begin{aligned} A\bar{X}_n = 0, \quad B\bar{X}_n = 0, \\ A \neq 0, \quad B \neq 0, \quad \bar{X}_n \neq 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Для забезпечення виконання вказаних умов елементи матриць повинні містити множник  $(1 - z^{-1})$ .

Характеристична матриця замкненої системи  $C$  визначається шляхом прирівнювання правих частин співвідношень (8) та (9) до виразів (4) та (5):

$$H_{\Pi}g(n) - \hat{\bar{X}}_n = C^{-1}BH_{\Pi}g(n), \quad (14)$$

$$H_{\Pi}g(n) - F\hat{\bar{X}}_n = C^{-1}AH_{\Pi}g(n). \quad (15)$$

Розв'язуючи рівняння (14) та (15) відносно  $C$ , матимемо

$$I - F = C^{-1}A - FC^{-1}B. \quad (16)$$

За виразом (16) розраховуються елементи характеристичної матриці  $C$ .

Матриця екстраполяції  $F$  визначається на підставі умов (13), при виконанні яких маємо

$$[I - (I - A)]\bar{X}_n = 0.$$

Після перетворень отримаємо

$$\bar{X}_n = (I - A)\bar{X}_n.$$

У наведеному рівнянні вираз у дужках відповідає матриці екстраполяції навігаційних параметрів, тобто

$$F = I - A, \quad (17)$$

тоді алгоритм екстраполяції координат набуде вигляду

$$\hat{x}_e(n) = HF\hat{\bar{X}}_n. \quad (18)$$

Викладена загальна методика синтезу цифрової системи оцінювання навігаційних параметрів БПЛА визначається такими положеннями:

1. Розрахунок матриць  $A$  і  $B$  з умов (13) для забезпечення інваріантності динамічних помилок оцінювання та екстраполяції навігаційних параметрів відносно вектора стану БПЛА.

2. Визначення матриці екстраполяції  $F$  та елементів матриці  $C$  з рівнянь (16) та (17).

3. Синтез алгоритму оцінювання навігаційних параметрів БПЛА за виразами (12) та (18).

Слід зазначити, що використання викладеної методики дещо ускладнюється через відсутність явного виразу для матриці  $C$  та встановлених правил розрахунку структури матриць  $A$  і  $B$ . Покажемо, що при накладанні обмеження на структуру ма-

триць отримані вирази набувають більш простішого виразу.

**Часткова методика синтезу.** Припускається, що матриці  $A$  і  $B$  мають діагональну структуру. Тоді з рівняння (16) характеристична матриця  $C$  визначається виразом

$$C = (I - F)^{-1}(A - FB), \quad (19)$$

а співвідношення (12) для алгоритму оцінювання набуває вигляду

$$A\hat{\bar{X}}_n = (C - B)H_{\Pi} \tilde{u}(n). \quad (20)$$

Подавши матрицю перетворення  $H_{\Pi}$  у вигляді добутку

$$H_{\Pi} = GD,$$

де  $G$  – діагональна матриця розмірністю  $k \times k$ , елементи якої визначаються за виразом  $g_{kk}(z) = (1 - z^{-1})^{k-1}$ ;

$D$  – матриця розмірністю  $k \times 1$ , елементи якої відповідають співвідношенню  $d_{k1} = \frac{1}{(k-1)!T^{k-1}}$ ;

$k$  – номер рядка,

та здійснивши виключення матриці  $G$  шляхом множення лівої та правої частин рівняння (20) на  $G^{-1}$ , після відповідних перетворень отримаємо такий вираз для алгоритму оцінювання:

$$A\hat{\bar{X}}_n = (C - B)D\tilde{u}(n). \quad (21)$$

Для забезпечення виконання умов інваріантності (13) достатньо у виразі (21) елементи матриць  $A$  і  $B$  розраховувати за виразами:

$$a_{kk}(z) = (1 - z^{-1})^{v+1-k}(a_0 + a_1z^{-1} + \dots + a_mz^{-m}), \quad (22)$$

$$b_{kk}(z) = (1 - z^{-1})^{v+1-k}(b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_lz^{-l}), \quad (23)$$

де  $a_m$ ,  $b_l$  – коефіцієнти згладжування (вагові коефіцієнти);  $v$  – порядок астатизму.

Алгоритм екстраполяції координат у даному випадку також описується співвідношенням (18), однак, на відміну від отриманого виразу, екстрапольоване значення  $x_e(n)$  визначатиметься лише оцінками координат, що отримані у попередні моменти часу  $(n - j)$ . Беручи до уваги те, що зв'язок між координатами та похідними описуються виразом

$$\Delta^i x(n - j) = \dot{x}(n - j) \frac{T^i}{i!},$$

де  $\Delta^i$  –  $i$ -а ліва різниця;  $T$  – темп надходження інформації, розрахунок екстрапольованого значення координати реалізується шляхом застосування оцінок похідних координат. Ця процедура передбачає штучне введення зворотних зв'язків у згладжувальному фільтрі.

Часткова методика синтезу інваріантної системи оцінювання навігаційних параметрів визначається такими положеннями:

1. Розрахунок елементів матриць  $A$  і  $B$  з умов (13) за виразами (22) та (23).

2. Визначення матриці екстраполяції  $F$  та характеристичної матриці  $C$  з використанням рівнянь (17) та (19).

3. Синтез алгоритму оцінювання навігаційних параметрів БПЛА за виразами (21) та (18).

4. Визначення алгоритму екстраполяції координати з використанням оцінок похідних шляхом застосування рівняння (24).

Викладеній методиці притаманні такі відмінні риси:

1. Синтез алгоритмів фільтрації здійснюється в операторній формі, що дозволяє визначити необхідну точність оцінювання на етапі проектування.

2. Розробка алгоритмів проводиться у векторно-матричному вигляді, що дає змогу синтезувати різноманітні алгоритми оцінювання параметрів, які не підлягають безпосередньому вимірюванню, що особливо характерно для інтегрованої навігаційної системи бортового комплексу управління БПЛА.

Слід зазначити, що зменшення динамічної складової помилки оцінювання спричиняє збільшення флуктуаційної складової, тому для виконання обраного критерію якості коефіцієнти згладжування повинні відповідним чином розраховуватись, що в даній роботі не розглядається.

Порядок застосування викладеної методики наведено на прикладі.

### Приклад

Проведемо синтез системи оцінювання навігаційних параметрів, припускаючи, що корисна складова входної дії системи автоматичного управління описується лінійним рівнянням:

$$x(n) = x(n-1) + \dot{x}(n-1)T.$$

Процес вимірювання координати описується рівнянням (2) при умовах (3).

На підставі умов (13) за виразами (22) та (23) визначаються елементи матриць  $A$  і  $B$ :

$$A = \begin{bmatrix} (1-z^{-1})^2 & 0 \\ 0 & (1-z^{-1}) \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} b_0(1-z^{-1})^2 & 0 \\ 0 & b'_0(1-z^{-1}) \end{bmatrix}.$$

За співвідношеннями (17) та (19) розраховуються матриця екстраполяції  $F$  та характеристична матриця  $C$ :

$$F = \begin{bmatrix} 2z^{-1} - z^{-2} & 0 \\ 0 & z^{-1} \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 - 2b_0z^{-1} + b_0z^{-2} & 0 \\ 0 & 1 - b'_0z^{-1} \end{bmatrix}.$$

За виразами (21) та (18) визначаються алгоритми оцінювання та екстраполяції:

$$\begin{bmatrix} \hat{x}(n) \\ \hat{\dot{x}}(n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2\hat{x}(n-1) - \hat{x}(n-2) \\ \hat{\dot{x}}(n-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (1-b_0)\tilde{u}(n) \\ \frac{(1-b'_0)}{T}\tilde{u}(n) \end{bmatrix},$$

або позначивши  $b_0 = 1 - \alpha$ ,  $b'_0 = 1 - \beta$ , алгоритми набувають вигляду:

$$\hat{x}_e(n) = \hat{x}(n-1) + \hat{\dot{x}}(n-1)T,$$

$$\tilde{u}(n) = g(n) - \hat{x}_e(n),$$

$$\hat{\dot{x}}(n) = \hat{x}_e(n) + \alpha\tilde{u}(n),$$

$$\hat{\dot{x}}(n) = \hat{\dot{x}}(n-1) + \frac{\beta}{T}\tilde{u}(n).$$

Наведені вирази повністю збігаються з відомим фільтром ковзного згладжування [4], що дозволяє стверджувати про правомірність проведених перетворень. В умовах апріорної невизначеності збурень у динаміці руху ЛА шляхом модифікації структури матриць  $A$  і  $B$  за виразами (13), (22) та (23) відкриваються можливості синтезу різноманітних алгоритмів фільтрації, яким притаманна властивість інваріантності відносно вектора стану ЛА. Під час розв'язування навігаційної задачі необхідно, щоб значення коефіцієнтів матриць, що розглядаються, залежали від статистичних характеристик вимірювальної інформації датчиків ІНС.

### Висновки

Таким чином, викладена методика дозволяє синтезувати інваріантні алгоритми оцінювання навігаційних параметрів ЛА, що дає можливість використовувати їх при апріорній невизначеності умов функціонування інтегрованих навігаційних систем БПЛА. Інваріантність помилок оцінювання досягається шляхом відповідної обробки вимірювань, реалізованої у згладжувальному фільтрі.

### Список літератури

1. Баранов Г.Л. Аналітичний зв'язок навігаційних параметрів стану і сигналів адаптивного управління на програмних траєкторіях руху високошвидкісних транспортних засобів / Г.Л. Баранов, І. В. Тихонов, С.А. Банішевський // Системи управління, навігації та зв'язку. – К.: ДП «Центральний науково-дослідний інститут навігації і управління», 2008. – Вип. 3(7). – 168 с.
2. Даник Ю.Г. Безпілотні літальні апарати: означення, класифікація, стан та перспективи розвитку та використання / Ю.Г. Даник // Космічна наука і технологія. – 2008. – Т. 14, №1. – С. 30-43.
3. Зайцев Г.Ф. Комбинированные следящие системы / Г.Ф. Зайцев, В.К. Стеклов – К.: Техника, 1978. – 263 с.
4. Кузьмин С.З. Цифровая радиолокация. Введение в теорию / С.З. Кузьмин – К.: КВЦ, 2000. – 428 с.
5. Крохин В.В. Информационно-управляющие космические радиолонии. Часть 2 / В.В. Крохин – М., 1993. – 214 с.
6. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов / М.А. Огарков – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 208 с.
7. Первачев С.В. Адаптивная фильтрация сообщений / С.В. Первачев, А.И. Перов. – М.: Радио и связь, 1991. – 160 с.

8. Пролетарский А.В. Способы коррекции навигационных систем и комплексов летательных аппаратов / А.В. Пролетарский, К.А. Неусытин // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». 2012. – С. 216-223.

9. Пушкарев Ю.А. Анализ и синтез дискретных систем оценивания: моногр. / Ю.А. Пушкарев. – Житомир: ЖВУРЭ, 1989. – 326 с.

10. Радецкий В.Г. Беспилотная авиация в сучасній збройній боротьбі: моногр. / В.Г. Радецкий, І.С. Руснак, Ю.Г. Даник. – К.: НАОУ, 2008. – 224 с.

11. Фарина А.Ф. Цифровая обработка радиолокационной информации. Сопровождение целей / А. Фарина, Ф. Студер. – М.: Радио и связь, 1993. – 320 с.

Надійшла до редколегії 5.11.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. І.Г. Грабар, Житомирський військовий інститут ім. С.П. Корольова Державного університету телекомунікацій, Житомир.

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИНВАРИАНТНОГО ПОДХОДА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ОБРАБОТКИ НАВИГАЦИОННОЙ ИНФОРМАЦИИ В БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТАХ

И.О. Канкин

На примере интегрированной навигационной системы бортового комплекса управления беспилотного летательного аппарата рассмотрена возможность использования инвариантного подхода для решения задачи комплексирования информации от инерционной навигационной и спутниковой радионавигационной систем.

**Ключевые слова:** интегрированная навигационная система, алгоритм оценивания, беспилотные летательные аппараты, теория инвариантности.

### USING THE INVARIANT APPROACH TO SOLVING THE PROBLEM OF PROCESSING INFORMATION IN THE NAVIGATION OF UNMANNED AERIAL VEHICLES

I.O. Kankin

On the example of an integrated navigation system onboard control complex UAV the possibility of using an invariant approach to solving the problem of integration of information from the inertial navigation and satellite radio systems.

**Keywords:** integrated navigation system, the algorithm evaluation, unmanned aerial vehicles, the theory of invariance.