УДК 623.004.67

А.С. Мусієнко[1], Ю.П. Шамаєв[1], В.Д. Заболотний[2]

[1] *Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків*
[2] *Національний університет оборони України ім. Івана Чернявського, Київ*

АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМ МЕТРОЛОГІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЕКСПЛУАТАЦІЇ ОБ`ЄКТІВ

В статті проаналізовані існуючі математичні моделі метрологічного забезпечення експлуатації об`єктів та розглянуті методи їх вирішення.

Ключові слова: *метрологічне забезпечення, оптимізаційна задача, методи лінійного і нелінійного програмування, цільова функція.*

Вступ

Постановка задачі. В сучасному народному господарстві існує велика кількість об`єктів, експлуатація яких потребує метрологічного забезпечення. Виходячи з того, що метрологічне забезпечення експлуатації об`єктів має велику кількість взаємопов`язаних складових, що об`єднуються в систему, існують математичні моделі цих систем, які допомагають особі, що приймає рішення щодо метрологічного обслуговування при експлуатації об`єктів, визначитись відносно доцільності своїх рішень. Тому проведення аналізу існуючих математичних моделей оптимізації систем метрологічного забезпечення експлуатації об`єктів є актуальною задачею.

Аналіз літератури. Математичні моделі оптимізації систем метрологічного забезпечення експлуатації об`єктів описані у відомій літературі [1 – 9].

Так в літературі [1 – 5] задані основні визначення моделі та методи вирішення складових оптимізаційних систем.

В літературі [4 – 9] описані питання, що пов`язані з вирішенням цих систем.

Метою статті є проведення аналізу існуючих математичних моделей метрологічного забезпечення експлуатації об`єктів та визначення найбільш раціонального методу їх вирішення.

Основний матеріал

Для математичної формування задачі оптимізації необхідно мати математичну модель оптимізуючої системи або процесора, тобто мати залежність їх показників якості від шуканих характеристик, і сукупності обмежень.

В цьому випадку задача оптимізації зводиться до знаходження мінімуму обраної цільової функції Ц $_{(\pi)}$, де π – параметри оптимізуючої системи, з врахуванням обмежень при варіації структури і характеристик системи.

Розповсюджені два види постановки оптимізаційних задач [1]. Задачі першого виду формулюються наступним чином:

Знайти систему π, що забезпечує мінімум цільової функції Ц (π) за наявності обмежень :

$$\left.\begin{array}{c} Ц(\pi) \Rightarrow \min; \\ \pi \in \pi_Д; \\ \Phi_i\ (\pi) = 0\ ; \Phi_j(\pi) \le 0; \\ i = 1,\ \ldots,\ p; j = 1,\ \ldots,\ r'', \end{array}\right\} \quad (1)$$

де $\Phi_{(\pi)}$ – числові функції або функціонали обмежень; p, r – кількість обмежень виду нерівності і рівності відповідно.

Задачі першого виду вирішуються методом дискретного перебору, тобто вибору з кінцевої більшості варіантів побудови системи такого, який задовольняє вимогам (1).

Задачі другого роду формулюються наступним чином:

знайти вектор $< \pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_m >$ варійованих параметрів або характеристик системи, що забезпечує мінімум цільової функції $Ц(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_m, v)$ при наявності обмежень:

$$\left.\begin{array}{l} Ц(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_m, v) \Rightarrow \min; \\ \Phi_i(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_m, v) = 0; \\ \Phi_j(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_m, v) \le 0; \\ i=1,\ \ldots,\ p; j=1,\ \ldots,\ r, \end{array}\right\} \quad (2)$$

де υ – вектор не варійованих параметрів цільової функції і обмежень.

Задачі другого виду вирішуються значно складніше, так як цільова функція і обмеження є зазвичай нелінійними функціями багатьох змінних. Такі задачі вирішуються, в основному випадку, методами нелінійного програмування, а в окремих випадках, коли цільова функція і обмеження залежать від змінних – методами лінійного програмування. При вирішенні таких задач зазвичай знаходяться локальні екстремуми, що обмежує цінність оптимізації і ускладнює рішення.

Для збігу глобальних і локальних екстремумів необхідно виконання ряду вимог: опуклості і адитивності цільової функції, існування сукупності обмежень у формі багатомірного паралелепіпеду [2].

Багато моделей метрологічного обслуговування об`єктів відповідають цим вимогам.

У цьому можна впевнитись, аналізуючи можливі цільові функції і відповідні обмеження. Так, якщо в якості цільової функції взяти дисперсію оцінки стану S_{eo}^2 об`єкту, то вона адитивно через вагові коефіцієнти пов`язана з похибкою S_x^- вимірювальних каналів метрологічного забезпечення вимірювань (3). Зокрема, функція $S_{eo}^2(S_x)$ – опукла функція. В якості дисперсії оцінки невідомих параметрів, тобто характеристики їх точності, в статистикою прийнятий середній квадрат відхилення оцінки від параметра, який шукають – $E\left\{\left(\hat{X}^* - X\right)\right\}^2$.

При цьому для широкого класу розподілу параметрів існує нерівність Рао-Крамера-Фреше, що визначає потенційну точність любої оцінки.

Найпростішим випадком методу найменших квадратів, що широко використовується при вимірюваннях, є визначення арифметичного $\bar{X}$ як оцінки математичного очікування параметру, що шукається і вибіркової дисперсії $S_{\bar{x}}^2$ як оцінки дисперсії цього параметру. При вимірюваннях з багаторазовими спостереженнями отримують вектор спостережень $X_1^*, \ldots, X_n^*$, складові якого в кожній точці спостережень визначають прямими або непрямими методами. Наступним по встановленим правилам (ГОСТ 8.207-76, стандарти прикладної статистики) розраховують:

виправлений результат вимірювання розрахункового параметру як середнє арифметичне $\bar{X}$ виправлених результатів спостережень цього параметру, тобто $X^* = \overline{X} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^*$, де $X_i^* = x_i^* - \varepsilon_{ci}$, x_i – невиправлений результат спостереження,

ε_{ci} – систематичну похибку;

оцінку середнього квадратичного відхилення вимірювання $S_{\overline{x}}$ або вибіркову дисперсію результату вимірювання

$$S_{\frac{2}{x}} = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^* - \overline{X}\right)^2 = \frac{1}{n}S_x^2, \qquad (3)$$

де S_x^2 – вибіркова дисперсія, $S_x = \sqrt{S_x^2}$ – вибіркове середнє квадратичне відхилення результатів спостереження; довірчий інтервал $\left[\Delta\overline{X}_н, \Delta\overline{X}_в\right]$, в окремому випадку симетричний $\pm\Delta_{\overline{x}}$, який із заданою вірогідністю P_Δ накриє невідоме значення вимірюваного параметру. Аналогічними властивості має і функція вартості $C_0(\pi)$ – залежність витрат на створення, функціонування і підтримання на необхідному рівні працездатності засобів вимірювань або системи контролю об`єктів в цілому від параметрів процесу їх експлуатації (точнісних, тимчасових та параметрів надійності), тобто від характеристик метрологічного обслуговування і її аналізу присвячена робота [6].

Відомо, що в економіці при виборі раціональних технічних рішень широко використовується комплексний показник у виді приведених річних витрат

$$C_0 = C_1 + C_2 E_н,$$

де C_1 – собівартість одиниці виробу, C_2 – питомі капітальні витрати, $E_н$ – нормативний коефіцієнт, $E_н = 0{,}12 - 0{,}15^2$.

Для вирішуваного завдання C_1 – це експлуатаційні витрати, а C_2 – це вартість придбання засобу вимірювань.

Виражаючи витрати, як це прийнято у ряді робіт в долях вартості вимірювань, тобто формі приведених витрат, шукану функцію вартості можна виразити в наступному вигляді

$$\hat{C}_0(\pi) = \left[\frac{C_1(\pi)}{C_2(\pi)} + E_i\right]\cdot\hat{C}_2(\pi), \qquad (4)$$

де $\hat{C}_2(\pi) = C_2(\pi)\cdot C_2^{-1}$.

Перша складова в (4), тобто річні експлуатаційні витрата $C_1(\pi)$, тісно пов`язані з моделлю експлуатації. Дуже зручними, хоч і наближеними моделями експлуатації об`єктів, є марківські моделі з дискретними станами і неперервним часом. Правильно побудована марківська модель описує повну групу стану і повний цикл поведінки досліджуваного об`єкта, що дозволяє, з однієї сторони, врахувати всі витрати на експлуатацію, а з іншої – зв`язати ці витрати з параметрами моделі. Нехай C_i і C_{ij} – витрати засобів за одиницю часу на експлуатацію відповідно при перебуванні засобу вимірювання в i-му стані, i=1, …,N, і при переході із i-го в j-й стан, j=1, …, N; $P_i(\pi)$- вірогідності i-го стану, а $\lambda_{ij}(\pi)$ – інтенсивності переходів як функції параметрів π. Тоді як питомі витрати на експлуатацію засобів вимірювань з врахуванням роботи Б.П. Зеленцова [4] можна представити в наступному вигляді

$$C_1(\pi) = \sum_{i=1}^{N} C_i\cdot P_i(\pi) + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} C_{ij}\cdot P_{ij}(\pi)\lambda_{ij}, \qquad (5)$$

Друга складова в (4), тобто вартість засобу вимірювання $C_2(\pi)$, є складною функцією витрат на його розробку, виробництво і випробування і зв`язана функціонально з характеристиками засобу вимірювання. Зокрема, складова $C_2(\pi)$ може бути апроксимована рівнянням нерівнобічної гіперболи 2-го порядку

$$C_2(\pi) = A + B_{\sigma_A^{-2}}, \qquad (6)$$

де σ_A – середня квадратична похибка засобу вимірювання;

A, B – коефіцієнти, що визначаються по статистичним даним.

Виражаючи C_i і C_{ij} у долях вартості засобу вимірювань, тобто $\hat{C}_i = C_i / C_2$ і $\hat{C}_{ij} = C_{ij} / C_2$, шукану функцію вартості (4) з врахуванням (5), (6) в загальному формулюванні запишемо так

$$\hat{C}_0(\pi) = \left[\sum_{i=1}^{N}\hat{C}_i\cdot P_i(\pi) + \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}\hat{C}_{ij}\cdot P_{ij}(\pi)\lambda_{ij}(\pi + E_i)\right]\times$$
$$\times\left(A + B_{\sigma_A^{-2}}\right)\cdot C_2^{-1}. \qquad (7)$$

Відмітимо, що функція (7) має такі властивості:

адитивна по відношенню до своїх складових;

нелінійна відносно вектора параметрів π;

диференційована, так як складові $P_i(\pi)$ і $\lambda_i(\pi)$ є диференційованими функціями;

може виконувати роль цільової функції в задачах оптимізації, оскільки погрішності, що входять у витрати (7) при зростанні похибки σ_A, зменшуються і навпаки.

Побудуємо функцію (7) для двох конкретних моделей експлуатації, опублікованих в роботах [8] і [9].

Для першої моделі N=7, можливих переходів 12 [8]. Об`єкт обслуговування знаходиться в наступних станах: застосовується по призначенню, питомі витрати на функціонування якого будуть рівні $C_1$=$C_2$= $C_{ф1}$; виконується профілактичний контроль, витрати на який, виражені через $C_{ф1}$ і з урахуванням функціонування об`єкта, будуть рівні

$$C_3=C_4=(1+K_1)\cdot C_{ф1};$$

проводиться відновлення, витрати на яке пропорціональні витратам на функціонування та контроль, тобто

$$C_5=C_7=(1+K_2+K_3)\cdot C_{ф1};$$

об`єкт очікує відновлення $C_6=0$.

Якщо відновлення об`єкту організовано на місці його експлуатації, наприклад, шляхом заміни модулів , блоків і ін., то витрати на переходи в стан відновлення і назад дорівнюють нулю, тобто

$$C_{37}=C_{73}=C_{67}=C_{76}=C_{45}=C_{54}=0.$$

Вираз для функції вартості для моделі [8] можна записати в наступному виді

$$\hat{C}_0(\pi)=\frac{\hat{C}_ô}{C_2}[P_1+P_2+(1+K_1)(P_3+P_4)+E_í+(1+K_1+K_2)+$$

$$+(P_5+P_7)](A_1+B_{1\sigma_A^{-2}}), \qquad (8)$$

де K_1, K_2 – відношення витрат відповідно на контроль відновлення об`єкту к витратам на його функціонування; $\hat{C}_{ô1}=C_{ô1}\cdot C_2^{-1}$; P_1-P_7 – вірогідність стану для моделі [8].

Формула (8) встановлює зв`язок вартості експлуатації засобу вимірювання з вірогідністю стану для вказаної моделі і середньоквадратичною похибкою засобу вимірювання.

Розглянемо декілька варіантів розрахунку.

Контроль складного виробу здійснюється за допомогою інформаційно-вимірювальних систем вимірювальний канал якого має такі характеристики:

A_1= 50 грн., B_1= 15 грн., $\hat{\sigma}_A = 0,05$ (5%),

канал контролю – $\alpha_к$= 0,1; $\beta_к$= 0,05; $\tau_к$= 0,1 г; $T_к$=1000 г.

Канал регулювання виробу має характеристики: $\beta_р$= 0,05; $\tau_{р1}$= 1 г; $\tau_{р2}$= 2 г.

Інтенсивність явних відмов дорівнює інтенсивності відновлення $\lambda_я = \lambda_р = 10^{-4}$ г$^{-1}$;

інтенсивність прихованих відмов $\lambda_с$= 0,001 г$^{-1}$; $E_н$= 0,15.

Контроль збільшує вартість функціонування на 10%, тобто K_1= 0,1, а відновлення – на 20%, тобто K_2= 0,2. Приведені питомі витрати на функціонування каналу інформаційно-вимірювальної системи $\hat{C}_ô=0,05$ (5% його вартості)., вартість каналу C_2= 52 грн. Імовірності P_1–P_7 для приведених даних будуть рівні:

P_1= 0,326, P_2= 0,345, P_3= $0,36\cdot10^{-4}$,
P_4= $0,76\cdot10^{-4}$, P_5= $0,76\cdot10^{-4}$,
P_6= $0,76\cdot10^{-4}$, P_7= $0,76\cdot10^{-3}$.

При підстановці даних в (8) отримаємо $\hat{C}_0 = 0,28$, тобто середні витрати на експлуатацію об`єкта обслуговування для моделі [8] складають 28% в рік від його вартості і будуть збільшуватись приблизно на 46% при збільшенні точності вимірювального каналу інформаційно-вимірювальної системи на 20%.

Для другої моделі N=10, кількість можливих переходів з стану в стан – 22 [9]. Засіб вимірювання може знаходиться в наступних станах, що потребують помітних витрат: застосування за призначенням, витрати на функціонування якого дорівнюють $\hat{C}_1=\hat{C}_2=\hat{C}_{ô2}$; виконання перевірки, витрати на яку будуть дорівнювати $(1+K_3)\cdot\hat{C}_{ô2}$; виконання самоперевірки, витрати на яку будуть дорівнювати $(1+K_4)\cdot C_{ф2}$; виконання ремонту, витрати на яку будуть дорівнювати $(1+K_3+K_5)\cdot C_{ф2}$.

Витрати на очікування ремонту доцільно прийняти рівними нулю, тобто

$$C_3=C_6=0.$$

Переходи засобу вимірювання в режим самоперевірки і назад, а також у стан підготовки к ремонту не потребує матеріальних і інших витрат, тобто

$$C_{28}=C_{82}==C_{110}=C_{101}=C_{12}=C_{57}=$$
$$=C_{106}=C_{56}=C_{13}=C_{33}=C_{23}=C_{73}=0.$$

Не потребує, зазвичай, помітних витрат переходи засобів вимірювань з ремонту в повірку (λ_{95}, λ_{45}, λ_{47}), так як органи ремонту мають в своєму складі органи повірки і зобов`язані видавати засіб вимірювання власнику відремонтованим і повіреним, тобто можна допустити

$$C_{95}=C_{45}=C_{47}=0.$$

Інші переходи, а саме – відправка засобу вимірювання в повірку або ремонт і назад потребують витрат на транспортування у органи повірки та ремонту. Так як найчастіше ці органи об`єднані, то можна прийняти витрати на транспортування засобів вимірювань у повірку та ремонт однаковою, тобто

$$\hat{C}_{15}=\hat{C}_{51}=\hat{C}_{69}=\hat{C}_{34}=\hat{C}_{27}=\hat{C}_{72}=\hat{C}_Ò,$$

де $\hat{C}_Ò$ – приведені питомі витрати на транспортування одного засобу вимірювання в повірку та назад.

З урахуванням викладеного і на основі (7) функція вартості експлуатації засобів вимірювань для моделі [9] буде мати наступний вид

$$\hat{C}_0(\pi)=\{[P_1+P_2+(1+K_3)(P_5+P_7)+(1+K_4)\cdot$$

$$\cdot(P_8+P_9)+(1+K_3+K_5)(P_4+P_9)\cdot\hat{C}_{ô2}+E_í+$$

$$+[(P_1+P_2)\cdot T_п^{-1}+(1-\alpha_п)\tau_п^{-1}\cdot P_5+\lambda_{рл}P_6+\lambda_р P_3+$$

$$+\beta_ï\tau_ï^{-1}\cdot P_7]\cdot\hat{C}_Ò\}\left(A_2+B_{2\sigma_A^{-2}}\right)\cdot C_2^{-1}, \qquad (9)$$

де K_3, K_4, K_5 – відношення витрат відповідно на повірку, самоповірку і ремонт засобу вимірювання до витрат на його функціонування; $\hat{C}_{ð2} = \tilde{N}_{ð2} \cdot \tilde{N}_2^{-1}$; P_1–P_9 – імовірність стану для моделі; $\alpha_п$, $\beta_п$, $T_п$, $\tau_п$, $\lambda_{рл}$, $\lambda_р$ – характеристики моделі.

Формула (9) встановлює зв`язок приведеної питомої вартості експлуатації засобів вимірювання для вказаної моделі з вірогідністю стану цих засобів, з періодичністю їх повірки $T_п$, імовірність помилок повірки першого $\alpha_п$ і другого $\beta_п$ роду, тривалістю повірки $\tau_п$ і іншими характеристиками. Одним із методів аналітичного рішення оптимізаційної задачі другого виду в випадку, коли в якості цільової функції обрана функція вартості, а єдине функціональне обмеження існує у виді рівності, полягає в наступному:

складається система з двох рівнянь – цільової функції $Ц(\pi) = C_0(\pi)$ і функція обмеження $\Phi(\pi)$:

$$\left.\begin{aligned} &C_0(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_m, v) \to \min \\ &\Phi(\pi_1, \pi_2, \ldots, \pi_m, v) = \Phi_т, \end{aligned}\right\}$$

де $\Phi_т$ – потрібне значення функціонального обмеження;

один з параметрів функції обмеження, наприклад π_1, виражається через наступні і підставляється в цільову функцію;

цільова функція з вказаною підстановкою диференціюється m-1 раз по кожному параметру, окрім π_1, складається система рівнянь:

$$\left.\begin{aligned} &\partial C_0(\pi_2, \pi_3, \ldots, \pi_m, v)/\partial\pi_2 = 0 \\ &\partial C_0(\pi_2, \pi_3, \ldots, \pi_m, v)/\partial\pi_3 = 0 \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\partial C_0(\pi_2, \pi_3, \ldots, \pi_m, v)/\partial\pi_m = 0 \end{aligned}\right\}$$

сумісне рішення якої дозволяє отримати оптимальні по критерію мінімуму вартості значення параметрів, що шукаються. Так, наприклад, можуть бути знайдені оптимальні значення характеристик метрологічного обслуговування засобів вимірювань $\alpha_п$, $\beta_п$, $\beta_р$, $\tau_п$ і інших, якщо в якості цільової функції взяти функцію вартості $\hat{C}_0(\pi)$ з (9), а в якості функціонального обмеження – коефіцієнт готовності $K_{гс}(\pi)$ або одну із імовірності P_2–P_{10} для цієї моделі. Але аналітичним шляхом подібну задачу вирішити досить складно. Доцільно задачу вирішувати числовими методами нелінійного програмування.

Проектується економічне метрологічне обслуговування інформаційно-вимірювальної системи, що виконує вимірювальний контроль параметрів складного виробу. Основною вимогою до інформаційно-вимірювальної системи є виконання функції вимірювання та контролю параметрів виробу при заданому коефіцієнті та її готовності до роботи $K_{рс} \geq 0{,}8$. Повірка та налаштування інформаційно-вимірювальної системи повинні виконуватись за допомогою комплекту зразкових засобів вимірювання у робочих умовах.

Вихідними даними для проектування є:

інтенсивність прихованих відмов інформаційно-вимірювальної системи $\lambda_с$=0,002 г$^{-1}$,

інтенсивність явних відмов інформаційно-вимірювальної системи $\lambda_с$=0,001 г$^{-1}$,

інтенсивність надходження інформаційно-вимірювальних систем в регулювання $\lambda_р$=3,5·10^{-3} г$^{-1}$, включаючи помилкові відмови ($\lambda_{рл}$) і в робочому стані ($\lambda_{вл}$)–$\lambda_{рл}$= $\lambda_{вл}$=2·10^{-5} г$^{-1}$.

В інформаційно-вимірювальній системі передбачений режим самоповірки із характеристиками: умовні імовірності помилок самоповірки $\alpha_с$= 10^{-3}, $\beta_с$= 0,2, період самоповірки $T_{сп}$= 5 г. Допустиме значення умовної імовірності повірки другого роду $\beta_{пт}$= 0,25. Годинна вартість функціонування і самоповірки і транспортування інформаційно-вимірювальної системи (ІВС) до місця повірки і регулювання дорівнюють один одному $\hat{C}_ô = \hat{C}_ò$ =1 грн/год; годинна вартість повірки і помилкового регулювання інформаційно-вимірювальної системи дорівнюють $\tilde{N}_ї = 10 \cdot \hat{C}_ô$ грн/год, регулювання $\hat{C}_ð = 30 \cdot \hat{C}_ô$ грн/год. Середня вартість каналу інформаційно-вимірювальної системи дорівнює C_2= 52 грн. Потрібно визначити раціональні по критерію мінімуму вартості значення: умовної імовірності повірки першого роду ($\alpha_{по}$), міжповірочного інтервалу ($T_{по}$), тривалості повірки ($\tau_{по}$) і регулювання ($\tau_{ро}$). Вимога економічності метрологічного обслуговування із заданими характеристиками обумовлює вибір в якості цільової функції вартісного показника функцію вартості $\hat{C}_0(\pi)$ виду (9), де $\pi = \alpha_п, T_п, \tau_п, \tau_р$, а в якості основного обмеження – вираз для коефіцієнта готовності інформаційно-вимірювальної системи $K_{гс}(\pi)$.

Додатковими обмеженнями, що потрібні під час рішення задачі для перевірки правильності обчислень, є наступні:

$$0 < \alpha_п,\ P_1 < 1,\ \sum_{i=1}^{10} P_i = 1,\ i = \overline{1, 10}\,.$$

Тому формалізована постановка задачі буде такою: знайти значення $\alpha_{по}$, $T_{по}$, $\tau_{по}$, $\tau_{ро}$, котрі для вказаних вище даних і при виконанні обмежень мінімізують вартість $\hat{C}_0(\pi)$:

$$\left.\begin{aligned} &\hat{c}_0(\alpha_ї,\ T_ї,\ \tau_ї,\ \tau_ð,\ v) \Rightarrow \min \\ &K_{гс}(\alpha_ї,\ T_ї,\ \tau_ї,\ \tau_ð,\ v) \geq 0{,}8; \\ &\sum_{i=1}^{10} P_i = 1;\ 0 < \alpha_ї < 1; \\ &0 < P_i < 1, \quad i = \overline{1, 10}, \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

де υ = ($\lambda_с$, $\lambda_я$, $\lambda_р$, $\beta_с$, $\beta_р$, $\lambda_{рл}$, $\lambda_{вл}$, $T_{сп}$).

Так як згідно з вихідними даними K_3=9, K_4=0, K_5=20, а $\hat{C}_{\hat{o}} = \hat{C}_{\grave{o}}$=1 (грн/год), то функція вартості $\hat{C}_0(\pi)$ в (10) на основі (9) буде мати (після перетворень) наступний вигляд:

$$\hat{C}_0(\pi, v) = 0{,}15\Big[\Big(1 + T_{i}^{-1}\Big)\big(P_1 + P_2\big) + \lambda_p P_3 + 30P_4 +$$
$$+\Big(10 + \tau_{п}^{-1} - \alpha_{п}\tau_{п}^{-1}\Big)\times P_5 + \lambda_{рл}P_6 + \Big(10 + \beta_{п}\tau_{п}^{-1}\Big)\cdot P_7 +$$
$$+P_8 + 31\cdot P_9 + 0{,}15\Big]. \quad (11)$$

Складові в (11) імовірності стану $P_1 \div P_9$ як функції вектора параметрів моделі експлуатації і, в тому числі, головного обмеження

$$K_{rc}(\pi, v) = P_1\left(P_1 + P_2\right)^{-1},$$

визначаються із матричного диференційного рівняння за стандартною програмою [9].

Раціональне значення характеристик, що шукаються ($\alpha_{по}$, $T_{по}$, $\tau_{по}$, $\tau_{ро}$) згідно (10), де $\hat{C}_0(\pi, \upsilon)$ виражена формулою (11), визначались на електронно-обчислювальних машинах методом ненаправленого випадкового пошуку. В основі методу знаходиться моделювання процесу пошуку екстремуму цільової функції

$$\hat{C}_0(\pi, \upsilon) = CF_S$$

з використанням вибірки об`єму $N \le 100$ незалежних рівномірно розподілених випадкових чисел $a_e^{(к)}$ та побудованих на його основі параметрів, що розраховуються.

Для цього будується послідовність

$$\pi^{(1)} = \left(\alpha_{п}^{(1)}, \beta_{п}^{(1)}, \tau_{п}^{(1)}, \tau_{p}^{(1)}, T_{n}^{(1)}\right);$$

$$\pi^{(2)} = \left(\alpha_{п}^{(2)}, \beta_{п}^{(2)}, \tau_{п}^{(2)}, \tau_{p}^{(2)}, T_{n}^{(2)}\right);$$

$$. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad .$$

$$\pi^{(N)} = \left(\alpha_{п}^{(N)}, \beta_{п}^{(N)}, \tau_{п}^{(N)}, \tau_{p}^{(N)}, T_{n}^{(N)}\right)$$

незалежних випадкових векторів, кінцеві точки яких належать області допуску.

Далі розраховується відповідні елементи $\lambda_{ij}^{(к)}$ матриці моделі експлуатації, імовірність $P_i^{(к)}$, значення основного обмеження $K_{rc}^{(к)}$, і в кінці цільової функції $CF_s^{(к)}$ для трьох обраних λ_c, тобто $CF_s^{(1)}(\pi, v)$, $CF_s^{(2)}(\pi, v)$, $CF_s^{(3)}(\pi, v)$, …, з яких відбирають найменшу CF_s^{*}. Об`єм вибірки N визначався виходячи з вимог високої точності знаходження екстремуму.

Результати розрахунку π_o, $P_i(\pi_o)$ і $\hat{C}_0(\pi_0)$ для $\lambda_{c1}=2\cdot10^{-2}$ $г^{-1}$ приведені в табл. 1.

Таблиця 1

Результат розрахунку

<table>
<tr><th colspan="2">π_o</th><th>$P_i(\pi_o)$</th><th>$\hat{C}_o(\pi_o)$</th></tr>
<tr><td>$\alpha_{по}$</td><td>$4{,}2\cdot10^{-3}$</td><td rowspan="4">P_1=0,8250
P_2=0,1420
P_3=0,0004
P_4=0,0038
P_5=0,0200
P_6=0,0002
P_7=0,0001
P_8=0,0010
P_9=0,0005
P_{10}=0,0070</td><td rowspan="4">$\hat{C}_{o\,мин}$ =
= 0,214</td></tr>
<tr><td>$T_{по}$</td><td>$1{,}8\cdot10^{-3}$ г</td></tr>
<tr><td>$\tau_{по}$</td><td>3,7 г</td></tr>
<tr><td>$\tau_{ро}$</td><td>16,5 г</td></tr>
</table>

Стаціонарний коефіцієнт готовності ІВС, що піддається метрологічному обслуговуванню у вказаному раціональному режимі, $K_{rc}(\pi_0, v) = 0{,}853$. При цьому, середні витрати на експлуатацію одного вимірювального каналу ІВС будуть складати 21,4 % його вартості, тобто приблизно 11,3 грн. за рік.

Висновки

1. В статті проаналізовані існуючи математичні моделі метрологічного забезпечення експлуатації об`єктів та методи їх вирішення, а саме: для задач першого роду – метод перебору, тобто підбору варіанту, що задовольняє вимогам системи; для задач другого роду – метод нелінійного та лінійного програмування.

2. За результатами аналізу математичних моделей та методів їх вирішень найбільш раціональною є модель Рао-Крамера-Фреша.

3. Стаціонарний коефіцієнт готовності становить 0,853, а середні витрати будуть складати 21,4% його вартості , тобто 11,3 грн. за рік. В зв`язку з чим, при подальшому використанні доцільно запропонувати вирішення моделей Рао-Крамера-Фреша методом нелінійного програмування.

Список літератури

1. Вентцель Е.С. Исследование операций / Е.С. Вентцель. – М.: Сов. радио, 1972.

2. Фиакко А. Нелинейное программирование: Методы последовательной безусловной минимизации / А. Фиакко, Дж. Мак-Кормик. – М.: Мир, 1972.

3. Зеленцов Б.П. Оптимизация эксплуатации сложных систем / Б.П. Зеленцов // Надежность и контроль качества. – 1972. – № 11.

4. Бичківський Р.В. Метрологія, стандартизація, управління якістю і сертифікація: підручник; 2-е вид. / Р.В. Бичківський, П.Г. Столярчук, П.Р. Катула. – Львів: Видавництво національного університету «Львівська політехніка», 200. – 560 с.

5. Никифоров А.Д. Управление качеством: учебное пособие для вузов; 2-е изд. / А.Д. Никифоров. – М.: Дрофа, 2006. – 719 с.

6. Крещук В.В. Функция стоимости эксплуатации средств измерений в задачах оптимизации метрологического обслуживания технических объектов / В.В. Крещук, В.И. Кривоцюк // Измерительная техника. – 1982. – № 3.

7. Беглярян В.Х. Проектирование приборов, оптимальных по конструкторско-технологическим параметрам / В.Х. Беглярян. – М.: Машиностроение, 1977.

8. Крещук В.В. Определение вероятности работоспособности состояния контролируемого объекта с восстановлением / В.В. Крещук // Метрология. – 1978. – №5.

9. Шуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ: практическое руководство; пер. с англ. / Т. Шуп. – М.: Мир, 1982.

Надійшла до редколегії 11.02.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.Б. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків.

АНАЛИЗ СУЩЕСТВУЮЩИХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ МЕТРОЛОГИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ЭКСПЛУАТАЦИИ ОБЪЕКТОВ

А.С. Мусиенко, Ю.П. Шамаев, В.Д. Заболотный

В статье проанализированы существующие математические модели метрологического обеспечения эксплуатации объектов.

Ключевые слова: *метрологическое обеспечение, задача оптимизации, метод линейного и нелинейного программирования, целевая функция.*

ANALYSIS OF EXISTENT MATHEMATICAL MODELS OF OPTIMIZATION OF THE SYSTEMS OF THE METROLOGY PROVIDING OF THE OPERATION OBJECTIVES

A.S. Musienko, Y.P. Shamaev, V.D. Zabolotnyi

The existent mathematical models of the metrology providing of exploitation of objects are analysed in the article.

Keywords: *metrology support, optimization task , linear and nonlinear programming methods, objective function.*