УДК 519.816

Д.М. Обідін

Кіровоградська льотна академія Національного авіаційного університету, Кіровоград

ДОСЛІДЖЕННЯ ТИПОЛОГІЇ НЕЧІТКИХ ВІДПОВІДНОСТЕЙ РЕАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ У СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ ЛІТАЛЬНИМИ АПАРАТАМИ

Досліджено класи нечітких моделей шляхом введення означень, формального опису нечітких відповідностей і нечітких графів. Крім того, введено основні формальні операцій над класами нечітких відповідностей та класами нечітких графів.

Ключові слова: *літальний апарат, розподілена база знань, ефективність системи, верифікація, нечітка відповідність, нечіткий граф.*

Вступ

Верифікація розподілених баз знань (РБЗ), які використовуються у системах автоматичного управління (САУ) літальних апаратів (ЛА), дає можливість визначити загальний стан РБЗ. Оцінки валідності (коректності) модулів РБЗ, одержані всередині РБЗ на основі внутрішньої верифікації, дозволяють зробити загальний висновок про стан РБЗ САУ. Разом з тим, ймовірнісний характер одержуваних результатів верифікації свідчить про можливість появи різноманітних ситуацій, які можуть виникати у САУ під час її функціонування, що дозволяє розглядати такі ситуації з позицій нечіткості.

Особливістю динамічної децентралізованої верифікації РБЗ є необхідність урахування наявності великої кількості незалежних процесів, що відбуваються водночас, і складності їх взаємного узгодження при відносній простоті операцій, які виконуються. Зневага цією особливістю призводить до появи тяжких за наслідками неузгодженостей і конфліктних ситуацій у системах управління.

Для запобігання цьому організація процедури верифікації повинна забезпечувати можливість знання на кожному етапі функціонування характеристик як окремих модулів РБЗ, так і системи в цілому, а також можливості аналізу їх роботи.

У відповідності до [1] для здійснення декомпозиції необхідно мати ситуаційну модель, що відображає множину ситуацій зовнішнього світу у множину станів РБЗ.

У нашому випадку ситуації зовнішнього світу (ситуації, що склалися для САУ) – це сукупність знань про впливи середовища, стан об'єкта управління, керуючої ланки і поточні цілі управління у даний момент часу.

Стани РБЗ — це такі сукупності ситуацій в інтелектуальних САУ, які виникають у певних умовах експлуатації (польоту) ЛА.

При описі ситуацій для САУ на основі отриманих результатів верифікації окремих модулів РБЗ використовуються ймовірнісні характеристики, тому ситуаційна модель, що формується у САУ, може бути подана у вигляді нечіткого об'єкта, тобто бути нечіткою. Кожна нечітка ситуація для САУ породжує нечіткий стан РБЗ. Зв'язки і можливі переходи у просторі ситуацій породжують відповідні переходи у просторі станів РБЗ.

Нечіткі стани і переходи між ними утворюють граф станів РБЗ САУ (у загальному випадку нечіткий)

$$L_m = (V, F),$$

де $V = \{<\mu_V(v_i)/v_i>\}$, $i \in I = \{1, 2,..., n\}$ – нечітка множина вершин;

$F = \{<\mu_F<v_i,v_j>/<v_i,v_j>>\},\ldots <v_i,,v_j> \in V^2$, $j \in J = \{1, 2, ..., m\}$ – нечітка множина орієнтованих дуг графа, причому v_i — початок, а v_j – кінець дуги; $\mu_V(v_i)$ і $\mu_F(v_i, v_j)$, $(\mu_V(v_i), \mu_F(v_i,v_j) \in [0;1])$ – ступені належності вершин і дуг відповідним нечітким множинам. У графі станів нечітка множина вершин інтерпретується як сукупність результатів верифікації, одержаних у даному стані РБЗ, а зважені дуги показують напрямок і можливі переходи РБЗ зі стану у стан.

У теорії нечітких моделей розглядаються лише нечіткі відповідності вигляду

$$\Gamma=<F, X, Y>,$$

де F – нечіткий граф нечіткої відповідності, X – область відправлення, Y – область прибуття нечіткої відповідності і нечіткі графи з нечітко суміжними вершинами, тобто вигляду L=(V, F) [2 – 6].

Мета статті полягає в дослідженні класів нечітких відповідностей шляхом введення означень, формального опису нечітких відповідностей і нечітких графів, наведення основних формальних операцій над нечіткими відповідностями та нечіткими графами.

Основна частина

Введемо класифікацію нечітких відповідностей, до основи якої покладемо кількість нечітких елементів відповідності (рис. 1). З цієї класифікації, яка пропонується, випливає, що нечіткі відповідності між нечіткими множинами (НВНМ), де всі три елементи — нечіткі множини, є найбільш загальним класом нечітких відповідностей. Наступний рівень створюють відповідності з проміжною нечіткою структурою, розташовані по зменшенню кількості нечітких елементів: з двома нечіткими елементами (НВНМ-1, НВНМ-2), нечітким графом і чіткими областями відправлення і прибуття (НВЧМ) і, нарешті, чіткі відповідності (ЧВ).

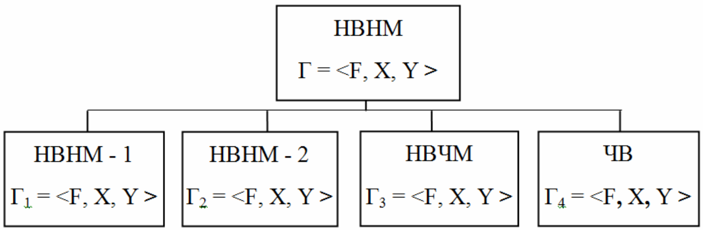


Рис. 1. Класифікація нечітких відповідностей

Означення 1. Нечіткою відповідністю між нечіткими множинами (НВНМ) називається і через Г=<F, X, Y> позначається трійка нечітких множин, в якої X, Y — нечіткі множини відповідно в X, Y, а F — нечітка множина в X×Y.

У даній відповідності X — нечітка область відправлення, Y — нечітка область прибуття, F — нечіткий графік НВНМ. Надалі будемо виділяти нечіткі об'єкти напівжирним шрифтом.

НВНМ може бути задана в теоретико-множинному, графічному і матричному вигляді [7].

Для теоретично-множинного завдання НВНМ необхідно перерахувати елементи множин X, Y і обчислити $F \subseteq X \times Y$.

Графічне подання НВНМ полягає в його зображенні у вигляді орієнтованого графа з множиною вершин $X \cup Y$, кожна з яких зважена відповідним значенням $\mu_X(x_i)$ і $\mu_Y(y_j)$, а дугам приписане відповідне значення $\mu_F<x_i, y_j>$.

У матричному вигляді НВНМ може бути задана за допомогою матриці суміжності M_Γ, рядки якої позначені елементами $x_i \in X$, стовпці — елементами $y_j \in Y$, а на перетинанні відповідних рядків і стовпців ставиться елемент $m_{ij}=\mu_F<x_i,y_j>$.

Тут і далі у статті використовується мінімаксне тлумачення логічних операцій, яке запропоноване для нечітких моделей Л. Заде, у відповідності до якого для деяких нечітких множин A і B має місце [3]:

$$\begin{cases} \mu_A(x) \,\&\, \mu_B(y) = \min\left[\mu_A(x), \mu_B(y)\right], \\ \mu_A(x) \vee \mu_B(y) = \max\left[\mu_A(x), \mu_B(y)\right], \\ \mu_A(x) \rightarrow \mu_B(y) = \max\left[1-\mu_A(x), \mu_B(y)\right], \\ \mu_A(x) \leftrightarrow \mu_B(y) = \min\left[\max\left[1-\mu_A(x), \mu_B(y)\right]\right]. \end{cases} \qquad (1)$$

Введемо нову операцію $\bigcup\limits_{b}$ $\left(C = A \bigcup\limits_{b \in A} B\right)$ – під'єднання множини B до множини A через елемент $b \in A$. Множина C містить всі елементи множини A з їх ступенями належності та всі елементи множини B, початкові ступені належності яких множаться на ступінь належності вершини b у множині A, ступінь однакових елементів обирається за правилом диз'юнкції

$$(\mu_A(x) \vee \mu_B(y) = \max(\mu_A(x), \mu_B(y))),$$

тобто для всіх $x_i \in C$:

$\mu_C(x_i) = \mu_A(x_i)$, якщо $x_i \in A$;

$\mu_C(x_i) = \mu_A(b) \cdot \mu_B(x_i)$, якщо $x_i \in B$.

Нехай задана довільна нечітка відповідність $\Gamma = <F, X, Y>$, в якій:

$X = \{\mu_X(x_i)/x_i\}$, $x_i \in X$, $i \in I = \{1, 2, ..., n\}$,

$Y = \{<\mu(y_j)/y_j>\}$, $y_j \in Y$, $j \in J = \{1, 2, ..., m\}$, $n \le m$,

$F = X \times Y = \{<F\mu <x_i, y_j>/<x_i, y_j>>\}$.

Тоді має місце наступна теорема.

Теорема.

$$\mathbf{F} = \{F\mu <x_i, y_j>/<x_i, y_j>\} = \{\min(\mu_X(x_i), \mu_Y(y_j))\}, \quad (2)$$

тобто ступені належності нечіткого графа нечіткій відповідності визначаються як мінімальне значення ступенів належності нечітких областей відправлення або прибуття даної відповідності.

Доведення. Згідно з [3] для прямого добутку нечітких множин маємо:

$\mathbf{F} = \mathbf{X} \times \mathbf{Y} = \{<F\mu <x_i, y_j>/<x_i, y_j>>\} = \{\mu_X(x_i) \& \mu_Y(y_j)\}$.

Але, виходячи з умов (1):

$\{\mu_X(x_i) \& \mu_Y(y_j)\} = \{\min[\mu_X(x_i), \mu_Y(y_j)]\}$.

Остаточно одержуємо:

$\mathbf{F} = \{<F_\mu <x_i, y_j>/<x_i, y_j>>\} = \{\min[\mu_X(x_i), \mu_Y(y_j)]\}$.

Теорема дозволяє одержувати ступені належності нечіткого графа **F** НВНМ, не виробляючи обчислень за прямим добутком нечітких множин **X** і **Y**.

Приклад 1. Нехай існує НВНМ $\Gamma = <F, X, Y>$, елементи якої визначені таким чином:

$X = \{<0{,}2/x_1>, <0{,}4/x_2>, <0{,}5/x_3>, <0{,}3/x_4>, <0{,}1/x_5>\}$,

$Y = \{<0{,}3/y_1>, <0{,}4/y_2>, <0{,}8/y_3>, <0{,}6/y_4>\}$,

$F = \{<\mu_F <x_1, y_2>/<x_1, y_2>>, <\mu_F <x_2, y_3>/<x_2, y_3>>, <\mu_F <x_3, y_1>/<x_3, y_1>>, <\mu_F <x_4, y_2>/<x_4, y_2>>, <\mu_F <x_5, y_2>/<x_5, y_2>>, <\mu_F <x_5, y_3>/<x_5, y_3>>\}$.

Визначимо множину F, використовуючи вираз (2):

$$F = \{<0{,}2/<x_1, y_2>>, <0{,}4/<x_2, y_3>>, <0{,}3/<x_3, y_1>>, <0{,}3/<x_4, y_2>>, <0{,}1/<x_5, y_2>>, <0{,}1/<x_5, y_3>>\}.$$

Розглянемо деякі операції над нечіткими відповідностями.

Означення 2. Інверсією НВНМ $\Gamma = <F, X, Y>$ називається і позначається через $\Gamma^{-1} = <F^{-1}, Y, X>$ нечітка відповідність, в якої графік F^{-1} є інверсією графіка F, множина Y – областю відправлення, а X – областю прибуття.

Тобто графічне подання Γ^{-1} може бути одержане переорієнтацією дуг графа Γ.

Означення 3. Композицією НВНМ $\Gamma = <F, X, Y>$ і $\Delta = <H, Y, Z>$ називається і позначається НВНМ $\Phi = <S, X, Z>$, $\Phi = \Gamma \circ \Delta$, в якої графіком S є композиція графіків $F \circ H$, область відправлення збігається з областю відправлення відповідності Γ, а область прибуття — з областю прибуття відповідності Δ.

У композиції $\Phi = \Gamma \circ \Delta$ множини X і Z можуть бути задані перерахуванням їх елементів, а графік S обчислений з використанням залежностей:

$$S = F \circ H = <\{\mu_S <x, z>/<x, z>>\}, <x, z> \in X \times Z,$$

$$\mu_S <x, z> = \vee (\mu_F <x, y> \& \mu_H <y, z>),$$

$$x \in X, y \in Y, z \in Z.$$

Операції між двома або декількома НВНМ можливі лише у тому випадку, якщо вони мають однакову структуру у сенсі нечіткості. Для приведення декількох НВНМ до однакової нечіткої структури вводиться операція трансформації.

Означення 4. Трансформацією нечітких відповідностей (позначається символом trn, від англ. transformation) називається процедура, що дозволяє приводити структуру чітких відповідностей і відповідностей з нечіткою проміжною структурою (ЧВ, НВНМ-1, НВНМ-2, НВЧМ) до структури НВНМ.

Зміст даної процедури полягає в приписі елементам чітких множин, що входять до відповідності з проміжною структурою і до чітких відповідностей, значень ступенів належності, рівних одиниці.

Так, наприклад, структура відповідності Γ_1 може бути перетворена до структури НВНМ за допомогою операції трансформації таким чином:

$\Gamma = \mathrm{trn}\, \Gamma_1$, $\mu_Y(y) = 1$, $x \in X$, $y \in Y$, $F \subseteq X \times Y$.

Надалі до перетворених відповідностей можна застосовувати операції як до НВНМ.

Класи нечітких графів. Введемо класифікацію нечітких графів, до основи якої також покладемо кількість нечітких елементів. Найбільш загальним класом НГ є граф L, наступний рівень класифікації складають граф нечіткої проміжної структури (НГ-1) L_1 і чіткий граф (ЧГ) L_4.

Означення 5. Орієнтованим нечітким графом $L = (X, F)$ називається пара нечітких множин, в якій $X = \{<\mu_X(x_i)/x_i>\}$, $i \in I = \{1, 2, ..., n\}$ — нечітка множина вершин графа; $F = \{<\mu_F <x_i, x_j>/<x_i, x_j>>\}$, $<x_i, x_j> \in X^2$ — нечітка множна дуг, причому x_i — початок, а x_j — кінець дуги; $\mu_X(x_i), \mu_F <x_i, x_j>$ — функції належності для вершин і дуг графа відповідно.

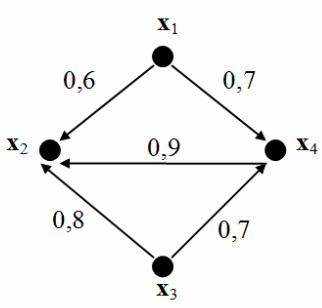
Таке подання НГ називається теоретично-множинним. Інші способи подання НГ (за допомогою матриці суміжності і графічний) розглянемо на прикладі.

Приклад 2. Нехай є НГ $\varphi = (X_1, F_1)$, у якого:

$$X_1 = \{<0{,}4/x_1>, <0{,}6/x_2>, <0{,}7/x_3>, <0{,}9/x_4>\};$$

$$F_1 = \{<0{,}6/<x_1, x_2>>, <0{,}7/<x_1, x_4>>, <0{,}7/<x_3, x_4>>, <0{,}8/<x_3, x_2>>, <0{,}9/<x_4, x_2>>.$$

На рис. 2 показаний даний граф і його матриця суміжності M_φ..



$$
\mathbf{M}_{\varphi} = \begin{array}{c|cccc|}
 & \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \mathbf{x}_3 & \mathbf{x}_4 \\
\mathbf{x}_1 & 0 & 0{,}6 & 0 & 0{,}7 \\
\mathbf{x}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\mathbf{x}_3 & 0 & 0{,}8 & 0 & 0{,}7 \\
\mathbf{x}_4 & 0 & 0{,}9 & 0 & 0
\end{array}
$$

Рис. 2. Ілюстрація до прикладу 2

Введемо поняття трансформації нечітких графів.

Означення 6. Під трансформацією нечітких графів (позначається символом trng, від англ. transformation of graphs) розуміється процедура, що дозволяє приводити графи проміжної нечіткої і чіткої структури до повністю нечітких графів.

Зміст даної процедури полягає в приписі елементам чіткої множини вершин графа вигляду НГ-1 ступенів належності, рівних одиниці.

За допомогою операції трансформації граф вигляду L_1 =(X, F_1) може бути трансформований до графа вигляду L=(X, F) таким чином:

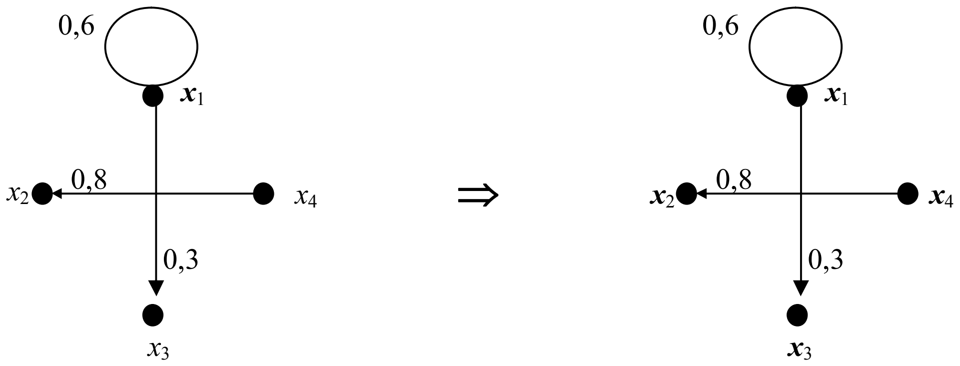
$$L = \text{ trng } L_1;\ \mu_X (x_i) =1;\ x_i \in X;\ F_1 \subseteq F.$$

Надалі до перетвореного таким чином графа можна застосовувати необхідні операції як до нечіткого.

Приклад 3. Нехай є граф нечіткої проміжної структури ψ_1=(X_2, F_2), такий, що X_2={x_1, x_2, x_3, x_4}, F_2 ={<0,6/<x_1, x_2>>, <0,3/<x_1, x_3>>, <0,8/<x_4 , x_2>>}. За допомогою операції трансформації його структура приводиться до структури повністю нечіткого графа: ψ = trng ψ_1; μ_X (x_i) =1; $x_i \in X_2$; $F_2 \subseteq F$

У підсумку одержуємо НГ, в якого X_2={<1/x_1>, <1/x_2>, <1/x_3>, <1/x_4>}, множина дуг залишається незмінною.

Вихідний, трансформований графи та їх матриці суміжності показані на рис. 3.



$$\psi_1 \quad \Rightarrow \quad \psi = \text{t r n g}\ \psi_1 \quad \Rightarrow \quad \psi$$

$$\mu_X(x_i) = 1$$
$$x_i \in X_2$$
$$F_2 \subseteq F$$

$$
M_{\psi 1} = \begin{array}{c|cccc|}
 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\
x_1 & 0{,}6 & 0 & 0{,}3 & 0 \\
x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
x_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
x_4 & 0 & 0{,}8 & 0 & 0
\end{array}
\quad \Rightarrow \quad
M_{\psi} = \begin{array}{c|cccc|}
 & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\
x_1 & 0{,}6 & 0 & 0{,}3 & 0 \\
x_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
x_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
x_4 & 0 & 0{,}8 & 0 & 0
\end{array}
$$

Рис. 3. Ілюстрація до прикладу 3

Розглянемо основні теоретично-множинні операції над нечіткими графами.

Нехай $\varphi = (X_1, F_1)$ і $\psi = (X_2, F_2)$ — довільні нечіткі графи, які визначені на одних і тих самих множинах вершин і дуг, $X_1 \subseteq X$, $X_2 \subseteq X$, $F_1 \subseteq F$, $F_2 \subseteq F$, а $M_\varphi = \| a_{ij} \|$, $M_\psi = \| b_{ij} \|$ — відповідно їх матриці суміжності.

Об'єднанням графів φ і ψ називають граф

$$\Phi = \varphi \cup \psi,$$

такий, що

$$\mu_X(x_i) = \mu_{X_1}(x_i) \vee \mu_{X_2}(x_i)$$

й

$$\mu_F <\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j> = \mu_{F_1} <\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j> \vee \mu_{F_2} <\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j>.$$

Матриця нечіткої суміжності $M_\Phi = \|m_{ij}\|$ графа Φ має вигляд:

$$M_\Phi = M_\varphi \cup M_\psi,$$

причому

$$m_{ij} = a_{ij} \vee b_{ij}.$$

Перетином графів φ і ψ називають граф

$$\eta = \varphi \cap \psi,$$

такий, що

$$\mu_X(x_i) = \mu_{X_1}(x_i) \ \& \ \mu_{X_2}(x_i)$$

й

$$\mu_F <x_i, x_j> = \mu_{F_1} <x_i, x_j> \& \ \mu_{F_2} <x_i, x_j>.$$

Матриця нечіткої суміжності $M\eta = \|m_{ij}\|$ графа η має вигляд

$$M\eta = M_\varphi \cap M_\psi, \ m_{ij} = a_{ij} \ \& \ b_{ij}.$$

Доповненням графа φ називається граф

$$\urcorner\varphi = (X_1, \urcorner F_1),$$

такий, що

$$\mu_{\urcorner F} <x_i, x_j> = 1 - \mu_F <x_i, x_j>.$$

У матриці суміжності $M_{\urcorner\varphi} = \|m_{ij}\|$ графа $\urcorner\varphi$ елементи визначаються як $m_{ij} = 1 - a_{ij}$.

Інверсією графа φ називається граф

$$\varphi^{-1} = (X_1, F^{-1}_1),$$

такий, що F^{-1}_1 є інверсією множини дуг та:

$$\mu_{F(-1)} < x_i, x_j> = \mu_{F1} < x_i, x_j>,$$

тобто орієнтація дуг змінюється на протилежну, зберігаючи при цьому значення ступенів належності, матриця інверсного графа дорівнює транспонованій матриці початкового графа.

Висновок

Розглянута типологія нечітких моделей і введення теоретично-множинних операцій над ними, що може служити теоретичною основою для формалізації реальних процесів, які відбуваються у системах управління літальними апаратами і пошарового проектування розподілених баз знань систем автоматичного управління.

Список літератури

1. *Котляров В.П. Основы современного тестирования программного обеспечения / В.П. Котляров, Т.В. Коликова. – СПб: Политехник, 2004. – 319 с.*
2. *Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств / А. Кофман. – М.: Радио и связь, 1982. – 432 с.*
3. *Мелихов А.Н. Ситуационные советующие системы с нечеткой логикой / А.Н. Мелихов, Л.С. Берштейн, С.Я. Коровин – М.: Наука, 1990. – 272 с.*
4. *Барабаш О.В. Построение функционально устойчивых распределенных информационных систем / О.В. Барабаш – К.: НАОУ, 2004. – 224 с.*
5. *Кравченко Ю.В. Функціональна стійкість – властивість складних технічних систем / Ю.В. Кравченко, О.В. Барабаш // Труди академії, № 40. – К.: НАОУ. – 2002. – С. 225 – 228.*
6. *Кравченко Ю.В. Метод поетапного зменшення потужності бази матроїда в задачах побудови топології системи зв'язку і автоматизації управління військами / Кравченко Ю.В., Микусь С.А. // Системи озброєння і військова техніка. – Х.: ХУПС ім. Івана Кожедуба, 2013. – № 4(36). – С. 74 – 78.*
7. *Барабаш О.В. Побудова нечіткої бази знань системи управління складною організаційно-технічною системою / О.В. Барабаш, В.А. Савченко, А.С. Слюняєв // Авіаційно-космічна техніка і технологія: Науково-технічних журнал. – Х., 2010. № 2(69). – С. 79 – 82.*

Надійшла до редколегії 18.02.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.В. Барабаш, Державний університет телекомунікацій, Київ.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТИПОЛОГИИ НЕЧЕТКИХ СООТВЕТСТВИЙ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

Д.Н. Обидин

Исследованы классы нечетких моделей путем введения определений, формального описания нечетких соответствий и нечетких графов. Кроме того, введено основные формальные операций над классами нечетких соответствий и классами нечетких графов.

Ключевые слова: *летательный аппарат, распределенная база знаний, эффективность системы, верификация, нечеткое соответствие, нечеткий граф.*

RESEARCH TYPOLOGY FUZZY MATCHING OF REAL PROCESSES IN THE CONTROL OF FLYING MACHINES

D.M. Obidin

The class of fuzzy matches by introducing definitions, formal description of fuzzy matching and fuzzy graphs. In addition, introduced the basic formal operations on fuzzy matches classes and classes of fuzzy graphs.

Keywords*: aircraft, distributed knowledge base, system efficiency, verification, fuzzy matching, fuzzy graph.*