

УДК 621.391

С.В. Гаркуша, Е.В. Гаркуша

Полтавський університет економіки і торгівлі, Полтава, Україна

РЕЗУЛЬТАТЫ РАЗРАБОТКИ МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОДКАНАЛОВ В СЕТИ WiMAX

Предложена математическая модель распределения частотного ресурса, как задачи балансировки числа подканалов нисходящего канала связи между пользовательскими станциями сети WiMAX. Сравнительный анализ показал, что наилучшие показатели по производительности нисходящего канала связи обеспечивает метод Max C/I Ratio, а также предложенная модель. С точки зрения сбалансированного распределения пропускной способности нисходящего канала связи наилучшие показатели были у методов Round Robin и Proportional Fair, при условии низких требований к скорости передачи пользовательских станций. В условиях высоких требований к скорости передачи наиболее сбалансированное распределение пропускной способности нисходящего канала связи обеспечивает предложенная в статье модель. В условиях высоких требований к скорости передачи пользовательских станций эффективной оказалась предложенная модель, обеспечивая каждой пользовательской станции гарантированную скорость передачи с возможностью доступа к дополнительной (не гарантируемой) полосе пропускания.

Ключевые слова: математическая модель, нисходящий канал связи, WiMAX, распределение подканалов, производительность.

Введение

Одним из эффективных путей повышения производительности и улучшения основных показателей качества обслуживания (Quality of Service, QoS) для систем, использующих технологию WiMAX (Worldwide Interoperability for Microwave Access), основанной на стандарте IEEE 802.16 [1, 2], является использование принципов структурной и функциональной самоорганизации. Использование решений по самоорганизации позволяет эффективно реагировать на изменение состояния и условий функционирования беспроводной сети, которые могут быть продиктованы, например, выходом из строя или перегрузкой элементов сети, колебаниями поступающего в сеть трафика, динамикой изменения сигнально-помеховой обстановки и т.д. [3, 4]

Высокий уровень самоорганизации может быть достигнут путем усовершенствования сетевых протоколов и механизмов, отвечающих за распределение доступных сетевых ресурсов. Необходимо заметить, что стандарт IEEE 802.16 не определяет механизмы планирования и распределения ресурсов сети, оставляя право выбора за операторами связи и производителями (вендорами) оборудования. К подобного рода ресурсам, прежде всего, относятся сетевой трафик (информационный ресурс), пропускные способности каналов связи (канальный ресурс), очереди (буферный ресурс), а также частотные поднесущие (частотный ресурс), что особенно важно для беспроводных сетей [3, 4].

Частотная поднесущая является первичной структурной единицей OFDM, логическое объединение которых формирует элемент частотного ре-

сурса, называемый подканалом. Группа подканалов в свою очередь формирует частотный канал [5].

Большинство известных решений по распределению частотного ресурса направленно на решение задачи распределения поднесущих. При этом количество поднесущих формирующих один частотный канал может быть различно и определяется шириной частотного канала. Выбор той или иной ширины частотного канала позволяет определить количество подканалов, формируемых равными наборами поднесущих. В результате этого задача распределения частотного ресурса, в виду фиксированного закрепления поднесущих за подканалами, должна сводиться к задаче распределения подканалов между пользовательскими станциями (ПС) сети.

В этой связи в статье предлагается математическая модель распределения подканалов в сетях с применением масштабируемого варианта OFDMA. Учет характеристик масштабируемого варианта OFDMA, по сравнению с известными решениями, позволит производить выбор необходимой ширины частотного канала. Также это сделает возможным использование данной модели в стандарте IEEE 802.16e. В свою очередь в предложенной модели задача структурной самоорганизации рассматривается как задача распределения подканалов, что позволило произвести учет технологических особенностей беспроводной сети, по сравнению с известными решениями, в которых решается задача распределения поднесущих.

Анализ известных решений

В работе были проанализированы методы распределения доступных ресурсов, использующие

алгоритм Round Robin Scheduler [6]. Использование алгоритма Round Robin Scheduler предполагает выделение в равной степени доступного ресурса для каждой UE. В базовой реализации, Round Robin Scheduler выделяет каждой UE временной интервал, в рамках которого эта ПС получает монополярный доступ к каналу. При этом скорость передачи данных ПС ограничивается фактическим значением отношения сигнал/шум (signal to noise Ratio, SNR). Также были проанализированы методы [7], использующие алгоритм Max C/I Ratio, который предоставляет доступный ресурс пользовательской станции с самыми лучшими значениями отношения сигнал/шум (Signal Noise Ratio, SNR), не обеспечивая справедливость распределения этого ресурса между ПС. Кроме того в работе проанализированы методы распределения доступных ресурсов, использующие алгоритм пропорционального справедливого распределения обслуживания (Proportional Fair Scheduling) [8]. Проведенный анализ показал, что алгоритм Proportional Fair Scheduling способствует ПС, которая имеет высокое значение SNR, одновременно обеспечивая достаточное количество доступных ресурсов ПС с худшим значением SNR.

Анализ показал, что наиболее приемлемым механизмом для предоставления доступа к радиоресурсам технологии WiMAX был бы механизм, включающий в себя особенности Round Robin и Max C/I Ratio алгоритмов. Выбор алгоритма зависит от категории и величины нагрузки. Правильный выбор алгоритма для предоставления доступа особенно важен при большой нагрузке.

Также в результате анализа установлено, что использование алгоритма Proportional Fair Scheduling направлено на применение для интерактивного «best effort» класса данных во избежание ситуации, при которой некоторые ПС никогда не получают доступ к радиоресурсу. Использование указанного класса обслуживания (Class of Service, CoS) обеспечивает доставку данных пользовательских станций по мере возможностей без гарантий скорости передачи данных. Повышение качества обслуживания при планировании радиоресурса каждой ПС должно быть направлено на обеспечение гарантированной скорости передачи с возможностью доступа к дополнительной (не гарантируемой) полосе пропускания. Однако ни один из проанализированных механизмов не способен обеспечить подобного CoS.

В результате проведенного анализа принято решение о необходимости разработки математической модели планирования частотно ресурса в исходящем канале связи технологии WiMAX, сформулированной как задачи распределения подканалов, для обеспечения гарантированной скорости передачи ПС.

Математическая модель распределения подканалов в беспроводной сети стандарта IEEE 802.16

В стандартах IEEE 802.16a и IEEE 802.16d используется схема OFDMA с фиксированным «окном» быстрого преобразования Фурье (БПФ) размером 2048 поднесущих, использует рабочую полосу канала 20 МГц. В стандарте IEEE 802.16e применяется масштабируемый вариант OFDMA, реализуемый за счет изменения «окна» БПФ, что позволяет варьировать рабочей полосой канала в пределах от 1,25 МГц до 20 МГц [5]. Однако необходимо заметить, что выбор ширины частотного канала производится оператором связи при проектировании беспроводной сети и не может быть изменен в процессе ее функционирования. Поэтому далее в данной статье будет рассмотрен масштабируемый вариант OFDMA, используемый в стандарте IEEE 802.16e, с целью разработки решения путем предварительного выбора ширины частотного канала. С учетом вышесказанного, в предлагаемой модели предполагаются известными следующие исходные данные:

- 1) N – общее количество ПС в сети;
- 2) L – число подканалов, используемое в зависимости от выбранной ширины частотного канала. Для режима полного использования поднесущих (Full Usage of Subcarriers, DL FUSC) количество подканалов может принимать значения 2, 8, 16, 32, а для режима «порционного» использования поднесущих (Partial Usage of Subcarriers, DL PUSC) – 3, 15, 30, 60;

- 3) $R_{\text{треб}}^n$ – требуемая скорость передачи данных для обслуживания n -й ПС (Мбит/с).

- 4) R^n – пропускная способность одного подканала, выделенного n -й ПС.

В технологии WiMAX длительность кадра может изменяться и принимать значения равные 2; 2.5; 4; 5; 8; 10; 12.5; 20 мс. Исходя из того, что полезная часть символа имеет фиксированную длительность $T_b = 89,6$ мс, то количество символов в кадре будет принимать значения 19, 24, 39, 49, 79, 99, 124, 198, соответственно указанным длительностям кадра. Кроме того между символами существует защитный интервал, который может принимать четыре значения относительно длительности полезной части символа: $T_g = T_b / 4 = 22,4$ мс; $T_g = T_b / 8 = 11,2$ мс; $T_g = T_b / 16 = 5,6$ мс; $T_g = T_b / 32 = 2,8$ мс.

Пропускная способность подканала n -й пользовательской станции (R^n) представляет собой количество переданных бит за единицу времени (секунду) и может быть рассчитана по формуле [9, 10]:

$$R^n = \frac{R_c^n k_b^n K_s (1 - \text{BLER})}{T_b + T_g + T_{\text{RTG}} + T_{\text{TRG}}}, \quad (1)$$

где R_c^n – скорость кода, используемого при кодировании сигнала n -й ПС (например, для модуляции 16-QAM 1/2 параметр $R_c^n=1/2$ [5]); k_b^n – битовая нагрузка символа n -й ПС (например, для модуляции 16-QAM параметр $k_b^n=4$) [5]; K_s – число поднесущих для передачи данных на одном подканале (для подрежима DL FUSC $K_s=48$, а для DL PUSC $K_s=24$); $T_{RTG}=105,7$ мкс – длительность интервала переключения с приема на передачу (receive/transmit transition gap, RTG); $T_{TRG}=60$ мкс – длительность интервала переключения с передачи на прием (transmit/receive transition gap, TRG) [1]; BLER – вероятность блоковой ошибки, получаемая за счет механизма HARQ (Hybrid automatic repeat request) [1];

В ходе решения задачи распределения подканалов в рамках предлагаемой модели необходимо обеспечить расчет управляющей переменной ($x_{n,l}$), определяющей порядок распределения подканалов. В соответствии с физикой решаемой задачи на управляющую переменную накладывается ограничение:

$$0 \leq x_{n,l}, (n = \overline{1, N}, l = \overline{1, L}) \quad (2)$$

Общее число управляющих переменных зависит от количества пользовательских станций в сети, используемых подканалов и, соответственно, будет определяться выражением $N \times L$. При расчете искомым переменных $x_{n,l}$ необходимо выполнить ряд важных условий-ограничений:

1) Условие выделения n -й пользовательской станции скорости передачи на l -м подканале, не превышающей пропускную способность подканала:

$$x_{n,l} \leq \frac{R_c^{n,l} k_b^{n,l} K_s (1 - BLER)}{(T_b + T_g + T_{RTG} + T_{TRG}) R_{trb}^n}, \quad (3)$$

где $n = \overline{1, N}$; $l = \overline{1, L}$; R_c^n – скорость кода, используемого при кодировании сигнала n -й пользовательской станции на l -м подканале; k_b^n – битовая нагрузка символа n -й пользовательской станции на l -м подканале.

2) Условие удовлетворения требований по скорости передачи для каждой пользовательской станции в нисходящем канале связи при используемой схеме модуляции и кодирования (Modulation and Coding Scheme, MCS):

$$\sum_{l=1}^L x_{n,l} \geq 1 \quad (n = \overline{1, N}). \quad (4)$$

3) Условие закрепления подканала только за одной пользовательской станцией:

$$\sum_{l=1}^L x_{n,l} x_{s,l} = 0 \quad (n, s = \overline{1, N}, n \neq s) \quad (5)$$

Расчет искомым переменных (2) в соответствии с условиями-ограничениями (3)-(5) целесообразно

осуществлять в ходе решения оптимизационной задачи, обеспечивая минимум или максимум предварительно выбранного критерия качества решения задачи распределения подканалов. Задача распределения подканалов может быть решена с использованием критерия оптимальности, направленного на максимизацию общей производительности нисходящего канала связи. Таким образом, критерий оптимальности примет вид:

$$\max \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^N x_{n,l} \quad (6)$$

при учете условий-ограничений (3)-(5). Использование критерия оптимальности (6) совместно с условиями-ограничениями (3)-(5) направленно на обеспечение гарантированной скорости передачи с возможностью доступа к дополнительной (не гарантируемой) полосе пропускания, что в CoS соответствует подклассу В.

Сформулированная задача с математической точки зрения является задачей нелинейного программирования – NLP (NonLinear Programming). Переменная, используемая в критерии оптимальности (6), является нецелочисленной, ограничения на искомые переменные (3) и (4) носят линейный, а ограничения (5) – нелинейный характер.

Пример решения задачи распределения подканалов

С целью анализа решений по распределению подканалов в нисходящем канале связи, получаемых с использованием известных методов, а также предложенной модели (2)-(6) рассмотрим пример, при котором для распределения подканалов в нисходящем канале связи в качестве исходных данных были использованы следующие:

- количество пользовательских станций – $N=5$;
- количество подканалов, формируемых в нисходящем канале связи – $L=15$;
- число поднесущих для передачи данных на одном подканале – $K_s=12$;
- скорость кода, используемая при кодировании сигнала первой ПС – $R_c^1=2$ (QPSK), второй – $R_c^2=3$ (8-PSK), третьей – $R_c^3=5$ (32-QAM), четвертой – $R_c^4=2$ (QPSK), пятой – $R_c^5=5$ (32-QAM);
- битовая нагрузка символа первой ПС – $k_b^1=1/2$, второй – $k_b^2=1/2$, третьей – $k_b^3=1/4$, четвертой – $k_b^4=3/4$, пятой – $k_b^5=1/2$.

В качестве примера было получено решение сформулированной в работе оптимизационной задачи с использованием системы MatLab R2012b. При этом была задействована программа fmincon пакета оптимизации Optimization Toolbox. Для примера всем пользовательским станциям были установлены одина-

ковые требуемые скорости передачи, которые принимали значения $R_{\text{тpб}}^n = 0 \div 1,9$ Мбит/с. На рис. 1 показано как изменяется общая производительность нисходящего канала связи от требуемой скорости передачи.

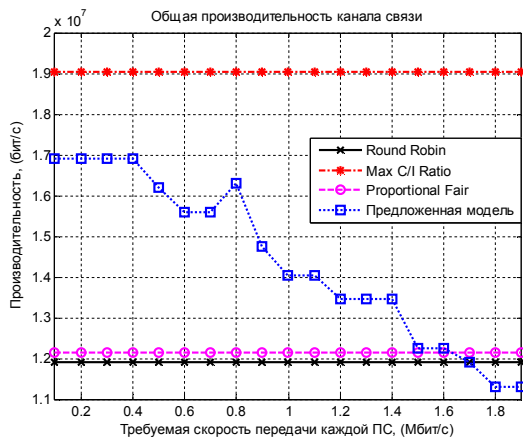


Рис. 1. Зависимость общей производительности нисходящего канала связи ввиду используемого способа распределения подканалов от требуемой скорости передачи

Как показали результаты моделирования (рис. 1) общая производительность нисходящего канала связи при использовании известных методов на протяжении всего интервала измерения не изменялась и составила для метода Round Robin – 1,205 Мбит/с, метода Proportional Fair – 1,2 Мбит/с, а для метода Max C/I Ratio – 1,91 Мбит/с. Общая производительность нисходящего канала связи при использовании предложенной модели (2)-(6) на участке $R_{\text{тpб}}^n = 0,1 \div 0,4$ Мбит/с имела максимальное значение и составляла 1,69 Мбит/с. На интервале $R_{\text{тpб}}^n = 0,4 \div 1,9$ Мбит/с общая производительность уменьшилась на 33 % до значения 1,13 Мбит/с.

На рис. 2 приведены результаты моделирования отображающие динамику изменения степени балансировки пропускной способности нисходящего канала между пользовательскими станциями. Степень балансировки пропускной способности определялась в соответствии с выражением [8]

$$F^i = 1 - \left(\frac{\max_n R_n^i - \min_n R_n^i}{\sum_{n=1}^N R_n^i} \right),$$

где R_n^i – скорость передачи, выделенная n -й UE на i -м интервале измерения, $n = \overline{1, N}$.

Как показали результаты моделирования (рис. 2) степень балансировки пропускной способности нисходящего канала связи при использовании известных методов на протяжении всего интервала измерения не изменялась и составила для метода Round Robin – 0,85, для метода Proportional Fair – 0,825, а для метода Max C/I Ratio – 0. Степень балансировки пропускной способности нисходящего канала связи при исполь-

зовании предложенной модели (2) – (6) на участке $R_{\text{тpб}}^n = 0,1 \div 0,4$ Мбит/с имела минимальное значение и составляла 0,18. На интервале $R_{\text{тpб}}^n = 0,4 \div 1,9$ Мбит/с степень балансировки пропускной способности увеличилась до значения 0,94.

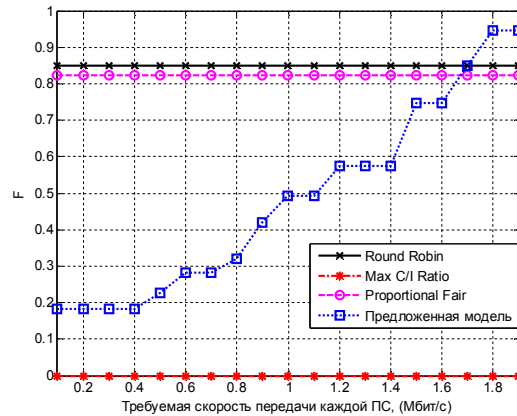


Рис. 2. Зависимость степени балансировки пропускной способности нисходящего канала связи ввиду используемого способа распределения подканалов от требуемой скорости передачи

На рис. 3 показано, как изменяются скорости передачи, выделенные той или иной ПС в рамках используемого способа распределения подканалов нисходящего канала в зависимости от требуемой скорости передачи. Как показали результаты моделирования (рис. 3, а – д) методом Proportional Fair не обеспечивается требуемая скорость передачи для всех пользовательских станций начиная с 1,4 Мбит/с. При использовании метода Round Robin требуемая скорость передачи для третьей ПС не обеспечивается начиная со значения $R_{\text{тpб}}^3 = 1,8$ Мбит/с. Использование метода Max C/I Ratio позволяет обеспечить требуемую скорость передачи только одной (пятой) ПС, имеющей наивысшее значение произведения битовой загрузки символа и скорости кодирования. Использование предложенной модели (2)-(6) обеспечивает выделение требуемой скорости передачи ПС на всем интервале измерения $R_{\text{тpб}}^n = 0,1 \div 1,9$ Мбит/с. На рис. 3, е приведены результаты расчета вероятности выполнения требований по скорости передачи для всех ПС. Вероятность выполнения требований по скорости передачи на i -м интервале измерения определялась в соответствии с выражением

$$P^i = \frac{\sum_{n=1}^N Q_n^i}{N},$$

где $\sum_{n=1}^N Q_n^i$ – количество ПС, которым выделена требуемая скорость передачи на i -м интервале измерения, т.е. $Q_n^i = \begin{cases} 0, & \text{если } R_n^i < R_{\text{тpб}}^i; \\ 1, & \text{если } R_n^i \geq R_{\text{тpб}}^i. \end{cases}$

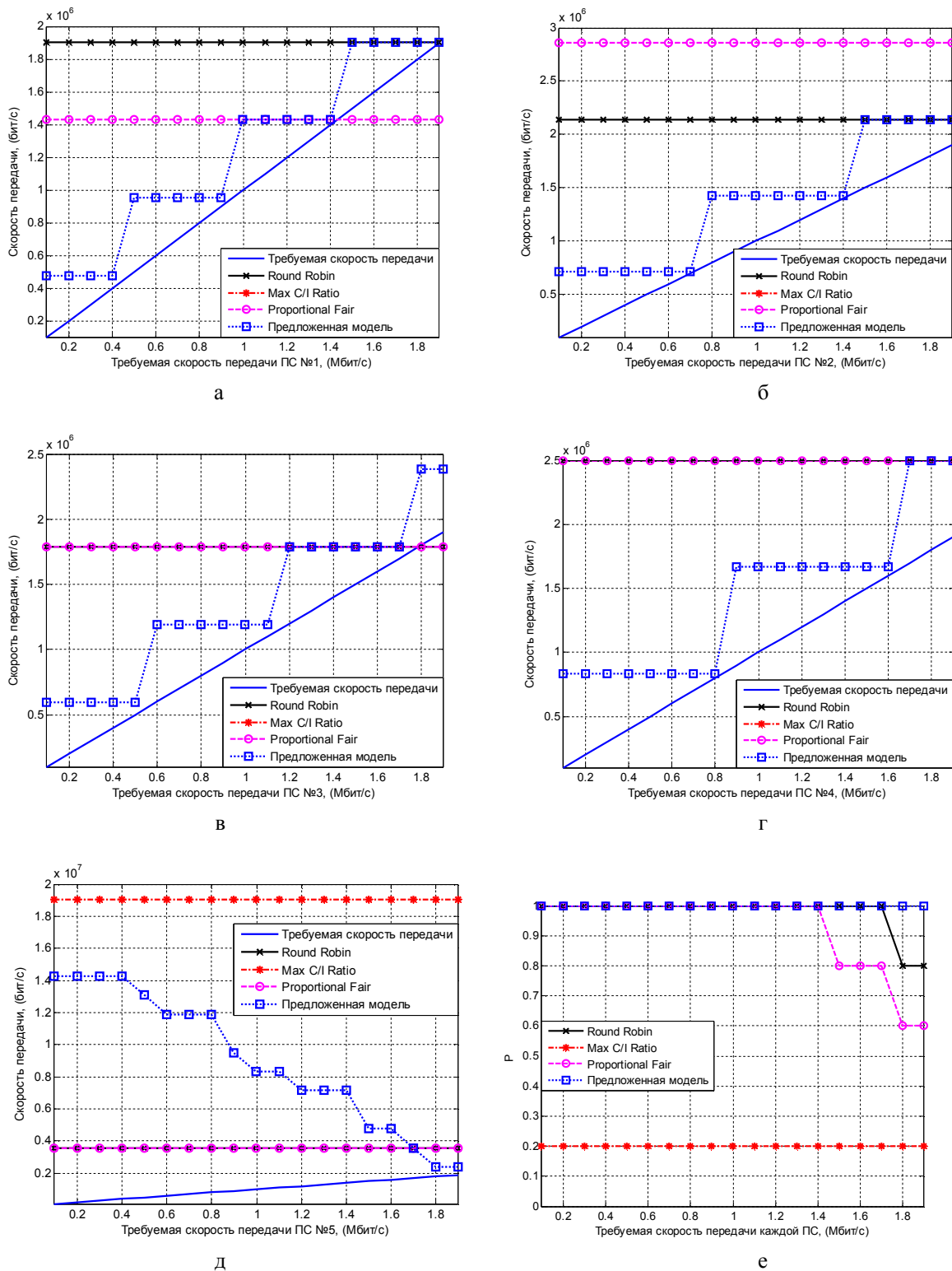


Рис. 3. Зависимость скорости передачи нисходящего (а – д) канала связи пользовательских станций и вероятности выделения ПС требуемой скорости передачи (е) ввиду используемого способа распределения подканалов от требуемой скорости передачи

Выводы

Установлено, что одной из основных задач в беспроводной сети, функционирующей с использованием технологии WiMAX, является задача обеспечения требуемого качества обслуживания, в состав которой входит необходимость выделения

пользовательским станциям сети необходимой скорости передачи в нисходящем канале связи. Также установлено, что одним из эффективных способов обеспечения требуемой скорости передачи в технологии WiMAX может быть достигнуто путем решения задачи распределения подканалов в нисходящем канале связи. В связи с этим, проанализированы

существующие механизмы распределения подканалов между пользовательскими станциями в нисходящем канале связи беспроводной сети, функционирующей с использованием технологии WiMAX.

На основании выявленных недостатков известных механизмов по распределению частотных ресурсов в нисходящем канале предложена математическая модель, представленная рядом линейных и нелинейных условий-ограничений. Новизна модели состоит в формулировке задачи распределения подканалов как задачи перераспределения доступной пропускной способности нисходящего канала технологии WiMAX для передачи информации в направлении пользовательских станций, при учёте их территориальной удаленности (вида системы модуляции и кодирования).

Отмечено, что сформулированная задача по распределению подканалов нисходящего канала с точки зрения физики процессов, протекающих в беспроводной сети, относится к классу задач балансировки частотных ресурсов – числа подканалов выделяемых пользовательским станциям, а с математической точки зрения – это задача нелинейного программирования. Сравнительный анализ показал, что наилучшие показатели по производительности нисходящего канала связи обеспечивает метод Max C/I Ratio, а также предложенная модель (2)-(6). С точки зрения сбалансированного распределения пропускной способности нисходящего канала связи наилучшие показатели были у методов Round Robin и Proportional Fair, при условии низких требований к скорости передачи пользовательских станций. В условиях высоких требований к скорости передачи наиболее сбалансированное распределение пропускной способности нисходящего канала связи обеспечивает предложенная в статье модель (2)-(6).

Также проведенный анализ показал, что методы Max C/I Ratio, Round Robin и Proportional Fair эффективны лишь в условиях невысоких требований к скорости передачи. В условиях высоких требований к скорости передачи пользовательских станций эффективной оказалась модель (2)-(6), обеспечивая каждой пользовательскому станции гарантированную скорость передачи с возможностью доступа к дополнительной (не гарантируемой) полосе пропускания, что в классах сервиса CoS со-

ответствует подклассу B, тогда как другие методы не гарантируют выделения требуемой скорости передачи, что в классах сервиса CoS соответствует подклассу A.

Список литературы

1. IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks - Part 16: Air Interface for Fixed Broadband Wireless Access Systems, IEEE Std 802.16-2004, Oct. 1, 2004.
2. IEEE Standard for Local and Metropolitan Area Networks - Part 16: Air Interface for Fixed and Mobile Broadband Wireless Access Systems, IEEE Std 802.16e-2005, Feb. 28, 2006.
3. Гаркуша С.В. Разработка и анализ модели распределения подканалов в сети стандарта IEEE 802.16 / С.В. Гаркуша // Вісник національного університету «Львівська політехніка»: Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2012. – № 738. – С. 177-185.
4. Гаркуша С.В. Разработка и анализ масштабируемой модели распределения подканалов в сети стандарта IEEE 802.16 // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – 2012. – Вип. 4(33). – С. 68-74.
5. Современные беспроводные сети: состояние и перспективы развития / И.А. Генко, В.Ф. Олейник, Ю.Д. Чайка, А.В. Бондаренко. – К.: ЕКМО, 2009. – 672 с.
6. Sateesh G. Analysis of the Packet Scheduling Algorithms of WiMAX / G. Sateesh, P. Bheri, P. Rajesh, A. Rama Rao // Proceedings on International Conference on Computer Science and Engineering. – 2012. – P. 106-110.
7. Mustapha R. Deadline Maximum Signal to Interference Ratio Scheduling Algorithm for WiMAX / R. Mustapha, A. Abuteir, A. Samra Aiman Abu // International Journal of Computer Applications. – 2012. – № 43(5). – P. 27-32.
8. Nie W. Packet Scheduling with QoS and Fairness for Downlink Traffic in WiMAX Networks / W. Nie, H. Wang, J.H. Park // Journal of Information Processing Systems. – 2011. – V. 7, № 2. – P. 261-270.
9. Гаркуша С.В. Модель распределения пропускной способности нисходящего канала связи технологии WiMAX с ограничением скорости передачи / С.В. Гаркуша // Інфокомунікаційні технології. – 2013. – Том 11, № 3. – С. 18-23.
10. Лемешко О.В. Модель превентивного обмеження швидкості передачі низхідного каналу зв'язку технології WiMAX в умовах перевантажень / О.В. Лемешко, С.В. Гаркуша // Вісник національного університету «Львівська політехніка»: Радіоелектроніка та телекомунікації. – 2013. – № 766. – С. 132-138.

Поступила в редколлегию 21.02.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.В. Лемешко, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРОБКИ МОДЕЛІ РОЗПОДІЛУ ПІДКАНАЛІВ В МЕРЕЖІ WiMAX

С.В. Гаркуша, О.В. Гаркуша

Запропоновано математичну модель розподілу частотного ресурсу, як задачі балансування числа підканалів низхідного каналу зв'язку між користувачькими станціями мережі WiMAX. Порівняльний аналіз показав, що найкращі показники продуктивності низхідного каналу зв'язку забезпечує метод Макс C/I Ratio, а також запропонована модель. З точки зору збалансованого розподілу пропускної здатності низхідного каналу зв'язку найкращі показники були у методів Round Robin та Proportional Fair, за умови низьких вимог до швидкості передачі користувальницьких станцій. В умовах високих вимог до швидкості передачі найбільш збалансований розподіл пропускної здатності низхідного каналу зв'язку забезпечує запропонована в статті модель. В умовах високих вимог до швидкості передачі користувальницьких станцій ефективною виявилася запропонована модель, забезпечуючи кожній користувачькій станції гарантовану швидкість передачі з можливістю доступу до додаткової (не гарантованої) смуги пропускання.

Ключові слова: математична модель, низхідний канал зв'язку, WiMAX, розподіл підканалів, продуктивність.

RESULTS OF DEVELOPMENT OF MODELS SUBCHANNELS DISTRIBUTION WIMAX NETWORK

S.V. Garkusha, O.V. Garkusha

A mathematical model of the distribution of frequency resource balancing problem as the number of subchannels downlink between the subscriber stations network WiMAX. Comparative analysis showed that the best performance on the downlink performance provides a method of Max C/I Ratio, as well as the proposed model. From the perspective of a balanced distribution of bandwidth downlink best results were in methods Round Robin and Proportional Fair, provided the requirements for low transmission rate of subscriber stations. Given the high rate requirements the most balanced distribution of bandwidth downlink provides a model proposed in the article. Given the high rate requirements of subscriber stations proved effective the proposed model, providing each subscriber station transmission rate guaranteed with access to additional (non-guaranteed) bandwidth.

Keywords: *mathematical model, the downlink, WiMAX, subchannel distribution, performance.*