

УДК 006.91

И.П. Захаров, Р.В. Погибко, О.О. Волков

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ИЗМЕРЕНИЯ, СВЯЗАННОЙ С ОТСЧЕТОМ ПО НЕЛИНЕЙНОЙ ШКАЛЕ

Проведено исследование неопределенности измерений, связанной с отсчетом по нелинейной шкале. Предложено выражение для вычисления этой неопределенности.

Ключевые слова: погрешность отсчета, нелинейная шкала, неопределенность измерений

Введение

В оценку неопределенности при калибровке аналоговых измерительных приборов доминирующий вклад вносит погрешность отчета [1]. Ее учет обычно производится для приборов с линейной шкалой в предположении равномерного закона распределения. Однако в метрологической практике еще достаточно часто встречаются приборы с нелинейной шкалой: омметры, фарадометры, измерители относительных уровней напряжения переменного тока и др. [2]. Класс точности таких приборов нормируется в виде приведенной к геометрической длине шкалы погрешности. Для таких приборов предположение о равномерном законе распределения погрешности отсчета является неправомерным и может привести к недостоверности оценивания неопределенности измерения [3].

Целью статьи является исследование неопределенности измерения, связанной с отсчетом для приборов с неравномерной шкалой.

Исследование погрешности позиционирования

Определение показаний по шкале аналогового прибора состоит из двух взаимосвязанных операций: визуального определения положения стрелки прибора относительно делений шкалы (позиционирование) и определение числового значения измеряемой величины, соответствующего этому положению (отсчет).

Погрешность позиционирования обусловлена следующими факторами: ошибкой интерполяции

положения стрелки между двумя делениями шкалы, явлением параллакса, толщиной стрелки.

Погрешность интерполяции появляется при недостаточно точной оценке на глаз доли деления шкалы, соответствующей положению указателя. Она определяется частью деления индикаторного устройства прибора, которая может быть отсчитана невооруженным глазом. Разрешение человеческого глаза определяется расстоянием между светочувствительными рецепторами и сетчаткой. Ему соответствует угол поля зрения α , в пределах которого глаз может различить едва заметное расстояние между двумя линиями.

Минимальный угол поля зрения составляет около 1 угловой минуты. Легко показать, что зависимость границ интерполяции $\Delta_{и}$ от α выражается формулой:

$$\Delta_{и} = H \operatorname{tg}(\alpha/2) \approx \alpha H/2, \quad (1)$$

где H – расстояние от глаза до шкалы.

Исходя из указанного угла поля зрения, соответствующего 0,00029 рад, и, с учетом минимального расстояния наблюдения $H=250$ мм, границы погрешности интерполяции $\Delta_{п}$ будут равны 0,037 мм.

Как правило, расстояние между делениями шкалы прибора делается не менее 1 мм, что позволяет разделить одно деление на 10 интервалов. Границы погрешности интерполяции в этом случае будут составлять половину десятой части цены деления шкалы, т.е. 0,05 мм.

Погрешность интерполяции можно устранить при калибровке, применяя в качестве эталона мно-

гозначную меру измеряемой величины и устанавливая индикаторную стрелку точно на поверяемую отметку.

Погрешность от параллакса возникает, когда стрелка прибора расположена на некотором расстоянии от его шкалы и визирование стрелки производится в направлении неперпендикулярном поверхности шкалы.

Если расстояние от стрелки до шкалы составляет h , границы смещения головы наблюдателя от перпендикуляра к центру шкалы равны $\pm D$, то граница погрешности от параллакса будет определяться выражением:

$$\Delta_p = Dh/H. \quad (2)$$

Таким образом, при расстоянии от глаза наблюдателя до шкалы прибора $H=250$ мм, смещении головы D на 50 мм, и расстоянии между шкалой и стрелкой h от 0,5 до 1 мм, границы погрешности от параллакса могут составлять от 0,1 до 0,2 мм.

Толщина стрелки d , как и толщина деления шкалы, также влияют на точность отсчета, их значения 0,05...0,1 мм дают составляющую погрешности $d/2=0,025...0,05$ мм.

Суммарная предельная погрешность позиционирования в мм будет равна сумме границ всех перечисленных составляющих погрешности:

$$\Delta_{\Pi} = \frac{d}{2} + \frac{\alpha H}{2} + \frac{Dh}{H}. \quad (3)$$

Из этой формулы видно, что второе слагаемое правой части прямо пропорционально, а третье – обратно пропорционально расстоянию от глаза наблюдателя до шкалы H . Это дает возможность определить минимальное значение этой погрешности, приравняв нулю частную производную $\frac{\partial \Delta_o}{\partial H}$.

Легко показать, что минимум Δ_o будет достигаться при $H = \sqrt{2Dh/\alpha}$.

Например, подставляя в эту формулу значения $D=50$ мм, $h=0,5$ мм и $\alpha = 0,00029$ получаем оптимальное расстояние $H=415$ мм. При этом Δ_{Π} будет равна 0,17 мм.

Оценивая значения полученных составляющих погрешности позиционирования, мы видим, что доминирующей будет являться погрешность от параллакса. Поэтому в дальнейших расчетах мы будем ограничиваться ею, предполагая ее максимальные границы равными 0,2 мм с равномерным распределением погрешности внутри этих границ.

Исследование закона распределения погрешности отсчета

Для реализации этого исследования необходимо выполнить следующие операции:

1) выразить положения оцифрованных отметок шкалы X_i через длины частей шкалы L_i от точки X_i до начала отсчета;

2) аппроксимировать зависимости $X_i = f(L_i)$ в окрестностях оцифрованных точек X_i аналитическими выражениями;

4) построить законы распределения погрешностей отсчета для каждой точки отсчета X_i , задавшись границами погрешности позиционирования Δ_{Π} и законом ее распределения.

5) вычислить характеристики полученных законов распределения: смещений математического ожидания относительно X_i и стандартных неопределенностей отсчета $\sigma_o(X_i)$.

Измерение положений оцифрованных отметок шкалы выполняли путем фотографирования шкалы прибора и выполнения точных графических построений на увеличенном снимке. Такая методика полностью устраняет погрешность параллакса и уменьшает в несколько раз остальные составляющие погрешности позиционирования, даже по сравнению с вариантом отсчета по линейной шкале, имеющейся в комбинированном приборе [4].

В качестве примера на рис. 1 приведено фото шкалы сопротивлений вольметра универсального В7-15, а на рис. 2 – зависимость $R_i = f(L_i)$, построенная по увеличенному в 3 раза снимку (табл. 1).

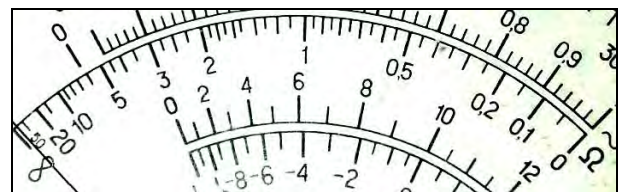


Рис. 1. Шкала сопротивлений вольметра В7-15

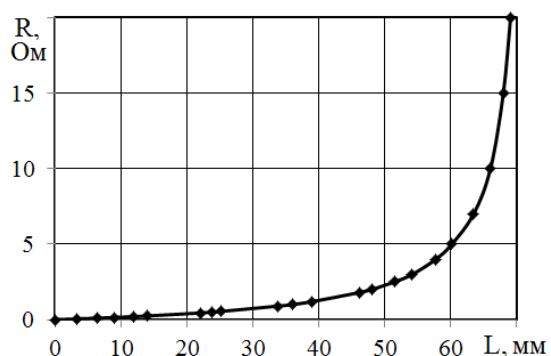


Рис. 2. Зависимость $R_i = f(L_i)$

Вместо условных длин частей шкалы измерялись соответствующие им хорды a_i , а также длина стрелы сегмента h , образованного хордой, прове-

денной от точки 0,05 к точке 20 Ом (рабочая часть шкалы).

В этом случае условный радиус нижней шкалы определялся из выражения:

$$r^* = \frac{a_{200}^2}{8h} + \frac{h}{2},$$

а условные длины частей шкалы – по формуле

$$L_i^* = 2r \cdot \arcsin(a_i/2r).$$

Получение реальных длин частей шкалы из условных осуществлялось масштабированием по формуле:

$$L_i = L_i^* \frac{L_{\text{шк}}}{L_{\text{шк}}^*},$$

где $L_{\text{шк}}^*$ и $L_{\text{шк}}$ – соответственно условная и истинная (известная из паспорта на прибор – 68 мм) длины шкалы.

Для построения гистограмм законов распределения погрешностей отсчета было произведено генерирование случайных чисел, распределенных по равномерному закону с границами, равными границам погрешности позиционирования.

Таблица 1

Результаты исследования неопределенности отсчета шкалы сопротивлений вольтметра В7-15

R_i , Ом	a_i , мм	L_i^* , мм	L_i , мм	Аппроксимирующие формулы	Коэффициент чувствительности, Ом/мм	Неопределенность отсчета, Ом	Аппроксимация, Ом
0,1	19,5	19,51	6,4368	$R = 0,0005 \cdot L^2 + 0,011 \cdot L + 0,0083$	0,0173	0,0020	0,0024
0,2	36	36,09	11,905	$R = 0,0011 \cdot L^2 - 0,0049 \cdot L + 0,1057$	0,0201	0,0023	0,0029
0,5	71,5	72,26	23,833	$R = 0,0024 \cdot L^2 - 0,0787 \cdot L + 1,0397$	0,0326	0,0038	0,0045
1,0	106,5	109,01	35,982	$R = 0,0036 \cdot L^2 - 0,206 \cdot L + 3,719$	0,0581	0,0067	0,008
2,0	139,5	145,63	48,033	$R = 0,0074 \cdot L^2 - 0,5893 \cdot L + 13,258$	0,1320	0,016	0,018
3,0	155,5	164,26	54,180	$R = 0,0153 \cdot L^2 - 1,4308 \cdot L + 35,653$	0,2385	0,028	0,032
5,0	170,5	182,44	60,184	$R = 0,0334 \cdot L^2 - 3,5241 \cdot L + 96,236$	0,5217	0,060	0,072
10	184,5	200,25	66,050	$R = 0,3084 \cdot L^2 - 38,775 \cdot L + 1225,7$	2,3225	0,27	0,24
20	191,5	209,49	69,098	$R = 2,670 \cdot L^2 - 361,51 \cdot L + 12251$	7,5760	0,87	0,88

Закон распределения погрешности позиционирования трансформировался методом Монте-Карло [5] в законы распределения погрешностей отсчета в окрестностях точек R_i , в соответствии с аппроксимирующими формулами, приведенными в табл. 1. Гистограмма распределения погрешности отсчета в точке 20 Ом представлена на рис. 3, на котором видно, что закон распределения погрешности отсчета в этой точке имеет скошенную вершину.

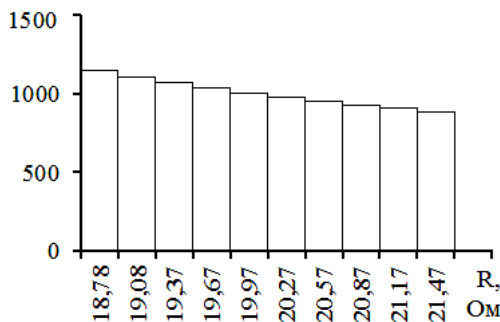


Рис. 3. Гистограмма распределения погрешности отсчета в точке $R=20$ Ом

Были оценены математические ожидания и стандартные неопределенности полученных законов распределения погрешности отсчета.

Так, для точки 20 Ом, в которой наблюдается наибольшая асимметрия закона распределения, смещение оценки математического ожидания не превысило $-0,5\%$, а оценка неопределенности измерения отличается от расчетной через коэффициент чувствительности [6] не более чем на 1% , что дает основание сделать вывод, что для практических расчетов неопределенности отсчета асимметрией закона распределения можно пренебречь.

Зависимость неопределенности отсчета от измеряемого сопротивления $u_o(R_i)$ приведена на в табл. 1 и на рис. 4.

Там же приведена аппроксимирующая зависимость, определяемая выражением:

$$u_o(R_i) = \delta_p \frac{(R_i + R_{cp})^2}{\sqrt{2} R_{cp} 100\%}, \quad (4)$$

где δ_p – границы приведенной к рабочей длине шкалы (68 мм) погрешности позиционирования от параллакса;

R_{cp} – сопротивление, соответствующее геометрической середине шкалы (1 Ом).

Формула (4) структурно аналогична выражению для границ абсолютной погрешности приборов с нелинейной шкалой [3, 4].

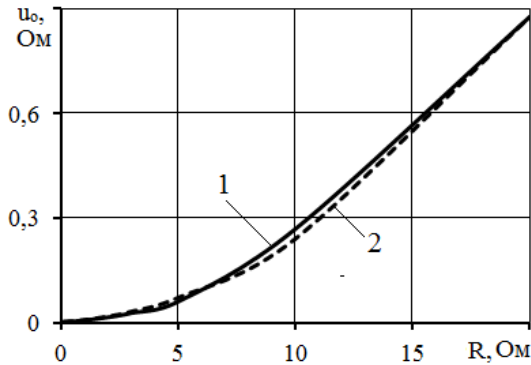


Рис. 4. Зависимость неопределенности отсчета от измеряемого сопротивления (1) и аппроксимирующая зависимость (2)

Очевидно, что справедливость этого выражения для других типов приборов с нелинейной шкалой подлежит исследованию.

Выводы

1. Исследованы составляющие погрешности позиционирования стрелки аналогового прибора при снятии отсчета. Получено выражение, позволяющее рассчитать расстояние от наблюдателя до шкалы прибора, обеспечивающее минимум погрешности позиционирования. Показано, что доминирующей составляющей этой погрешности является погрешность от параллакса.

2. Проведено измерение положений оцифрованных отметок шкалы омметра. Реализована аппроксимация полученной зависимости в окрестностях оцифрованных отметок шкалы аналитическими

выражениями, позволившими методом Монте-Карло получить закон распределения погрешности отсчета.

3. Оценены математические ожидания и стандартные неопределенности полученных законов распределения погрешности отсчета. Показано, что имеющее место искажение формы закона распределения погрешности позиционирования несущественно влияет на смещение показаний и оценку неопределенности измерений через коэффициент чувствительности.

4. Показано, что зависимость неопределенности отсчета от сопротивления в точке калибровки хорошо аппроксимируется формулой, аналогичной выражению для границ абсолютной погрешности приборов с нелинейной шкалой.

Список литературы

1. Водотыка С.В. Методы, модели и бюджеты оценивания неопределенности измерений при проведении калибровок / С.В. Водотыка, И.П. Захаров, Е.Н. Шевченко // Измерительная техника : научн.-техн. журнал. – 2011. – №4. – С. 20–27.
2. Оноприч О.К. Справочные таблицы для поверки аналоговых измерительных приборов / О.К. Оноприч. – М: Энергоатомиздат, 1986. – 72 с.
3. Захаров И.П. Теоретическая метрология / И.П. Захаров. – Х.: ХТУРЭ, 2000. – 176 с.
4. ДСТУ ГОСТ 8.409:2009. ГСИ. Омметры. Методы и средства поверки.
5. Захаров И.П. Применение метода Монте-Карло для оценивания неопределенности в измерениях / И.П. Захаров, С.В. Водотыка // Системи обробки інформації : зб. наук. праць. – Х. : ХУПС, 2008. – Вип. 4 (71). – С. 34 – 37.
6. Захаров И.П., Кукуш В.Д. Теория неопределенности в измерениях / И. П. Захаров, В.Д. Кукуш. – Х. : Консум, 2002. – 256 с.

Поступила в редколлегию 2.04.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И. В. Руженцев, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАННЯ, ПОВ'ЯЗАНОЇ З ВІДЛІКОМ ЗА НЕЛІНІЙНОЇ ШКАЛОЮ

І. П. Захаров, Р.В. Погібко, О.О. Волков

Проведено дослідження невизначеності вимірювань, пов'язаної з відліком по нелінійній шкалою. Запропонований вираз для обчислення цієї невизначеності.

Ключові слова: похибка відліку, нелінійна шкала, невизначеність вимірювань.

EXPLORATION OF A MEASURING UNCERTAINTY, ASSOCIATED WITH NONLINEAR SCALE READING

I. P. Zakharov, R.V. Pohybko, O.O. Volkov

A measuring uncertainty, associated with nonlinear scale reading is explored. An equation for calculation this uncertainty is proposed.

Keywords: reading error, nonlinear scale, measuring uncertainty.