УДК 621.396.551.553

В.Н. Ткаченко[1], В.В. Коротков[2], Р.Л. Пантеев[2]

[1]*ИПММ НАН Украины, Донецк*
[2]*Публичное акционерное общество «СКБ РТУ», Донецк*

ЭКСТРЕМАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА И АНАЛИЗ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ИСТОЧНИКОВ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ РАЗНОСТНО-ДАЛЬНОМЕРНЫМ МЕТОДОМ

В статье предложено решение задачи определения координат источника радиоизлучения (ИРИ) на основе минимизации функционала, состоящего из суммы взвешенных квадратичных функций, что позволяет учесть погрешность измерения времени задержки прихода сигнала на одну или несколько станций комплекса пассивного радиомониторинга и в значительной мере произвести её компенсацию введением весового коэффициента перед соответствующей квадратичной функцией.

Ключевые слова: *пассивный радиомониторинг, экстремальная постановка, квадратичный функционал, весовой коэффициент, точность вычислений, гиперболическая система уравнений*

Введение

Одним из важных критериев эффективности работы пассивных комплексов контроля радиоэлектронной обстановки является точность определения координат источников радиоизлучения (ИРИ). В реальных условиях существенное влияние на точность измерения координат, при работе разностно-дальномерным методом (РДМ), оказывают погрешности измерения времени прихода сигнала на каждой из станций, входящих в состав комплекса. Поэтому задача минимизации влияния погрешности измерения времен прихода сигнала на станциях комплекса на точность определения координат является актуальной.

Для оценки влияния погрешностей измерения времен прихода сигнала на точность определения координат ИРИ, рассмотрим комплекс, в состав которого входят четыре пространственно-разнесенных станции C, R, L и Q (рис. 1). Для определения координат объекта в текущий момент времени необходимо решить систему гиперболических уравнений [1]:

$$\begin{aligned} \tau_L &= c^{-1} \cdot \left(\overline{OL} + \overline{LC} - \overline{OC}\right) = f(x_1, x_2, x_3); \\ \tau_R &= c^{-1} \cdot \left(\overline{OR} + \overline{RC} - \overline{OC}\right) = g(x_1, x_2, x_3); \qquad (1) \\ \tau_Q &= c^{-1} \cdot \left(\overline{OQ} + \overline{QC} - \overline{OC}\right) = h(x_1, x_2, x_3), \end{aligned}$$

где $\tau_{L,R,Q}$ – задержки времени прихода сигнала на станции; c – скорость распространения сигнала.

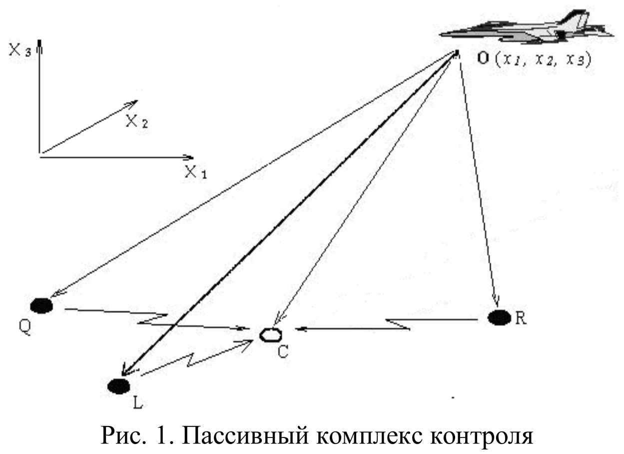


Рис. 1. Пассивный комплекс контроля радиоэлектронной обстановки

Выразив соотношения (1) в системе координат положения станций комплекса и ИРИ, получим систему нелинейных уравнений, в которой известны все величины, кроме координат положения ИРИ [2]:

$$\begin{aligned} &F_L = c^{-1} \times \\ &\times \left(\sqrt{(x_1 - x_{1L})^2 + (x_2 - x_{2L})^2 + (x_3 - x_{3L})^2} + \right. \\ &\left. + D_L - \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}\right) - \tau_L = 0; \\ &F_R = c^{-1} \times \\ &\times \left(\sqrt{(x_1 - x_{1R})^2 + (x_2 - x_{2R})^2 + (x_3 - x_{3R})^2} + \right. \\ &\left. + D_R - \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}\right) - \tau_R = 0; \\ &F_Q = c^{-1} \times \qquad (2) \\ &\times \left(\sqrt{(x_1 - x_{1Q})^2 + (x_2 - x_{2Q})^2 + (x_3 - x_{3Q})^2} + \right. \\ &\left. + D_Q - \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}\right) - \tau_Q = 0; \\ &D_L = \overline{LC}, \quad D_R = \overline{RC}, \quad D_Q = \overline{QC}, \end{aligned}$$

где x_1, x_2, x_3 – координаты ИРИ; x_{1L}, x_{2L}, x_{3L} – координаты станции L; x_{1R}, x_{2R}, x_{3R} – координаты станции R; x_{1Q}, x_{2Q}, x_{3Q} – координаты станции Q; $\tau_{L,R,Q}$ – задержки времен прихода сигнала на соответствующие станции комплекса.

Задачу нахождения координат на основе РДМ в виде решения системы уравнений (2) можно переформулировать, заменив ее эквивалентной задачей о нахождении минимума квадратичного функционала [3], точка минимума которого будет совпадать с решением системы (2). Примем: $\tau_1 = \tau_L$, $\tau_2 = \tau_Q$, $\tau_3 = \tau_R$, $\vec{\tau} = [\tau_1, \tau_2, \tau_3]$, $\vec{x} = [x_1, x_2, x_3]$, тогда квадратичный функционал, оценивающий величину суммарной ошибки системы уравнений (2) можно записать в виде:

$$\min J(x_1, x_2, x_3) = \\ = \sum_{i=1}^{3} \rho_i \left[\frac{1}{c}\left(\sqrt{\left(x_1 - x_1^i\right)^2 + \left(x_2 - x_2^i\right)^2 + \left(x_3 - x_3^i\right)^2} + + D_i - \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} \right) - \tau_i \right]^2, \qquad (3)$$

где x_1^i, x_2^i, x_3^i - соответствующие координаты станций.

Пользуясь обозначениями системы (2), квадратичный функционал (3) перепишем в более компактном виде:

$$\min J(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i=1}^{3} \rho_i \, F_i^{\,2}. \qquad (4)$$

Функционал $J(x_1, x_2, x_3)$ состоит из суммы взвешенных квадратичный функций с весовыми коэффициентами ρ_i, которые позволяют учесть влияние реальных погрешностей измерения задержек времени прихода сигнала каждой из станций комплекса, на точность определения координат ИРИ.

Сформулируем необходимые условия определения минимума функционала (4) в покомпонентном представлении [4]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial J(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_1} = 0; \\ \dfrac{\partial J(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_2} = 0; \\ \dfrac{\partial J(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_3} = 0, \end{cases} \qquad (5)$$

где ($i = 1..3$):

$$\frac{\partial J(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_i} = 2\left\{\sum_{j=1}^{3} F_j(x) \cdot \rho \cdot \frac{\partial F_j(x)}{\partial x_i}\right\} = 0, \quad (6)$$

$$\frac{\partial J(x_1, x_2, x_3)}{\partial x_i} =$$

$$= 2((\frac{1}{c}(\sqrt{(x_1 - x_1^1)^2 + (x_2 - x_2^1)^2 + (x_3 - x_3^1)^2} +$$

$$+ D_1 - \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} - \tau_1) \cdot \rho_1 \cdot \frac{\partial F_1(x)}{\partial x_i}) +$$

или

$$+(\frac{1}{c}(\sqrt{(x_1 - x_1^2)^2 + (x_2 - x_2^2)^2 + (x_3 - x_3^2)^2} +$$

$$+ D_2 + \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} - \tau_2) \cdot \rho_2 \cdot \frac{\partial F_2(x)}{\partial x_i}) +$$

$$+(\frac{1}{c}(\sqrt{(x_1 - x_1^3)^2 + (x_2 - x_2^3)^2 + (x_3 - x_3^3)^2} +$$

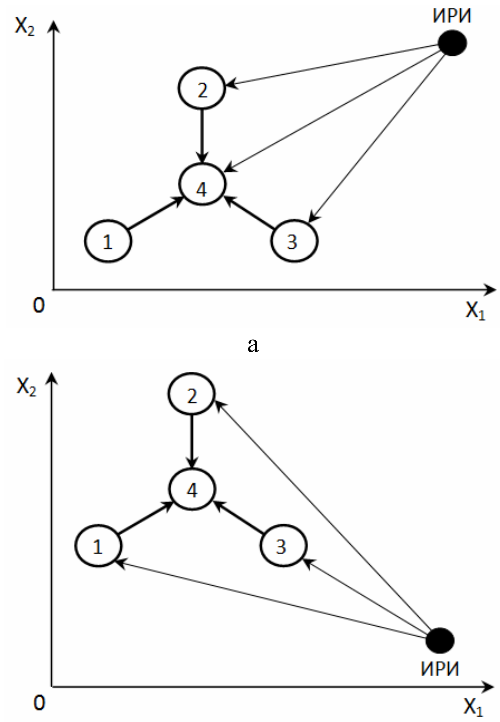
$$+ D_3 + \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2} - \tau_3) \cdot \rho_3 \cdot \frac{\partial F_3(x)}{\partial x_i})).$$

Основная часть

Для оценки эффективности предлагаемого метода, произведем сравнение результатов расчета координат выполненных классическим методом и методом на основе поиска минимума квадратичного функционала.

Расчеты проведем для двух случаев: когда одна из станций имеет погрешность измерения задержки времени прихода сигнала большую, чем остальные, и когда две станции одновременно имеют погрешность измерения задержки времени прихода сигнала. Взаимное расположение станций и ИРИ для первого варианта представлено на рис. 2, а, а для второго варианта на рис. 2, б. Результаты расчетов приведены в табл. 1 и 2. В таблицах приняты следующие обозначения: x_{1J}, x_{2J}, x_{3J}, D_J, x_{1N}, x_{2N}, x_{3N}, D_N – координаты и дальность до ИРИ, рассчитанные методом минимизации квадратичного функционала и классическим РДМ, δx_{1J}, δx_{2J}, δx_{3J}, δD_J, δx_{1N}, δx_{2N}, δx_{3N}, δD_N – относительные погрешности вычисления координат и дальности до ИРИ.

В результате проведенного исследования установлено, что порядок величины весового коэффициента ρ_i, при котором получается наилучший результат расчета координат станциями, составляет 10^{-7}, что соответствует порядку погрешности, вносимой в измерение времен задержек прихода сигнала.



а

б

Рис. 2. Взаимное расположение станций и ИРИ

Кроме того, при больших значениях весового коэффициента результаты вычислений получаются значительно хуже, а уменьшение его ниже величины 10^{-7} выигрыша в точности расчетов не дает. Поэтому в табл. 1 приведены результаты расчетов только для этого значения весового коэффициента.

Из табл. 1 видно, что при погрешности $\delta\tau_1 = 10\%$ рассчитанные координаты и дальность (выделены в таблице) методом минимизации квадратичного функционала значительно ближе к своим истинным значениям в сравнении с расчетом классическим РДМ. В случае, когда $\delta\tau_2$ и $\delta\tau_3$ также поочередно равны 10%, результаты расчетов имеют ту же картину: координаты и дальность, вычисленные при помощи минимизации квадратичного функционала, значительно превосходят по точности расчеты классическим РДМ. Таким образом, с помощью введения весового коэффициента перед соответствующей квадратичной функцией, можно в значительной степени компенсировать погрешность измерения временной задержки прихода сигнала и, в отличие от классического РДМ, получить приемлемые результаты, пригодные для определения местоположения ИРИ. Расчеты табл. 1 также показывают, что при уменьшении погрешности измерения задержки времени прихода сигнала $\delta\tau_i$, $i = 1..3$ каждой из станций поочередно до 5% метод минимизации квадратичного функционала также имеет преимущество в расчетах по сравнению с классическим РДМ, так как погрешность определения координат и дальности в первом случае значительно ниже.

Таблица 1

Результаты расчетов при поочередном внесении погрешности в одну из станций

Условия вычислительного эксперимента
Весовой коэффициент i -й станции: $\rho_i = 0{,}0000001$
Истинные координаты ИРИ, км: $x = 100$ $y = 55$ $z = 30$
Расстояние от начала координат до ИРИ, км: $D = 118.004$

i	$\frac{x_{1J}}{x_{1N}}$	$\frac{x_{2J}}{y_N}$	$\frac{x_{3J}}{x_{3N}}$	$\frac{\delta x_{1J}}{\delta x_{1N}}$	$\frac{\delta x_{2J}}{\delta x_{2N}}$	$\frac{\delta x_{3J}}{\delta x_{3N}}$	$\frac{D_J}{D_N}$	$\frac{\delta D_J}{\delta D_N}$
$\delta\tau_i = 10\%$								
1	**95.475** 81.985	**52.873** 46.533	**25.675** 7.481	**4.525** 18.015	**3.867** 15.395	**14.417** 75.063	**112.117** 94.567	**4.989** 19.862
2	**99.509** 117.472	**54.444** 74.756	**29.637** 41.459	**0.491** 17.472	**1.011** 35.92	**1.21** 38.197	**117.237** 145.282	**0.65** 23.117
3	**102.158** 115.379	**54.848** 53.919	**30.264** 30.908	**2.158** 15.379	**0.276** 1.965	**0.88** 3.027	**119.835** 131.053	**1.552** 11.058
$\delta\tau_i = 5\%$								
1	**95.486** 88.937	**52.879** 49.798	**25.686** 18.579	**4.514** 11.063	**3.856** 9.458	**14.38** 38.07	**112.132** 103.609	**4.976** 12.199
2	**99.521** 106.858	**54.459** 62.754	**29.647** 34.782	**0.479** 6.858	**0.984** 14.098	**1.177** 15.94	**117.257** 128.711	**0.633** 9.073
3	**101.401** 106.817	**54.901** 54.521	**30.176** 30.678	**1.401** 6.817	**0.18** 0.871	**0.587** 2.26	**119.193** 123.788	**1.007** 4.902
$\delta\tau_i = 1\%$								
1	95.493 **97.302**	52.882 **53.732**	25.693 **27.461**	4.507 **2.698**	3.851 **2.305**	14.357 **8.463**	112.141 **114.494**	4.969 **2.974**
2	**99.531** 101.179	**54.47** 56.333	**29.654** 30.858	**0.469** 1.179	**0.964** 2.424	**1.153** 2.859	**117.272** 119.845	**0.62** 1.56
3	**100.321** 101.256	**54.977** 54.912	**30.042** 30.159	**0.321** 1.256	**0.042** 0.16	**0.14** 0.53	**118.276** 119.07	**0.231** 0.903

Таблица 2

Результаты расчетов при одновременном внесении погрешности в две станции

Условия вычислительного эксперимента
Весовой коэффициент 1-й и 2-й станций: $\rho_1, \rho_2 = 0{,}0000001$
Истинные координаты ИРИ, км: $x = 96$ $y = 25$ $z = 8$
Расстояние от начала координат до ИРИ, км: $D = 99.524$

i	$\frac{x_{1J}}{x_{1N}}$	$\frac{x_{2J}}{y_N}$	$\frac{x_{3J}}{x_{3N}}$	$\frac{\delta x_{1J}}{\delta x_{1N}}$	$\frac{\delta x_{2J}}{\delta x_{2N}}$	$\frac{\delta x_{3J}}{\delta x_{3N}}$	$\frac{D_J}{D_N}$	$\frac{\delta D_J}{\delta D_N}$
$\delta\tau_i = 10\%$								
1,2	**93.894** 85.736	**24.516** 31.097	**6.327** 6.244	**2.194** 10.692	**1.936** 24.388	**20.913** 21.95	**97.248** 91.415	**2.287** 8.148
$\delta\tau_i = 5\%$								
1,2	**93.893** 90.395	**24.516** 28.369	**6.327** 8.353	**2.195** 5.839	**1.936** 13.476	**20.913** 4.412	**97.247** 95.11	**2.288** 4.436
$\delta\tau_i = 1\%$								
1,2	93.891 **94.792**	24.517 **25.732**	6.327 **8.324**	2.197 **1.258**	1.932 **2.928**	20.913 **4.05**	97.245 **98.575**	2.29 **0.954**

В случае уменьшения погрешности измерения задержки времени прихода сигнала аналогичным образом до 1% точность расчета методом минимизации квадратичного функционала и классическим РДМ различаются незначительно и, в данном случае, разница использования того или иного метода отсутствует. Для сокращения времени вычисления классический РДМ в этом случае даже более предпочтителен.

Рассмотрим случай одновременного внесения погрешности, равной 10%, в две задержки времени прихода сигнала, например, в τ_1 и τ_2, и при условии, что ИРИ будет находиться симметрично относительно соответствующих этим задержкам станций, то есть симметричный случай (рис. 2, б). В результате проведенного вычислительного эксперимента (табл. 2) было установлено, что лучший результат определения координат и дальности также достигается при минимизации функционала. В этом случае весовые коэффициенты ρ_1 и ρ_2 при соответствующих квадратичных функциях также должны иметь порядок 10^{-7}, что соответствует порядку погрешности, вносимой в измерение времен задержек прихода сигнала.

Из табл. 2 также видно, что в случае уменьшения погрешности измерения задержки времени прихода сигнала двумя станциями до 5%, а затем и до 1% тенденция изменения результатов расчетов аналогична случаю внесения погрешности измерения только в одну из станций. При 5% погрешности измерения временной задержки одновременно двумя станциями комплекса метод минимизации квадратичного функционала также имеет преимущество в расчетах по сравнению с классическим РДМ. В случае уменьшения погрешности до 1% результаты расчетов обоими методами становятся сопоставимыми.

Выводы

В статье рассмотрено решение задачи определения координат ИРИ разностно-дальномерным методом в системах пассивной радиолокации на основе экстремальной постановки и выполнен сравнительный анализ точности с классическим методом - решением гиперболической системы уравнений. На основании проведенных вычислительных экспериментов можно сделать вывод о том, что метод минимизации квадратичного функционала является более эффективным инструментом решения задачи определения координат ИРИ разностно-дальномерным методом. Такой подход позволяет учесть погрешность измерения времени задержки прихода сигнала каждой из станций комплекса, что невозможно сделать при классическом решении системы гиперболических уравнений.

Как показывают расчеты, при погрешности измерений времени прихода сигнала 5% и выше, классический подход дает высокую ошибку расчета координат ИРИ. В противоположность этому, метод минимизации квадратичного функционала позволяет и в этом случае получать приемлемые погрешности расчета координат ИРИ.

Эффективное применение метода также возможно и при наличии существенных погрешностей измерения времени прихода сигнала двумя станциями комплекса.

Список литературы

1. Аверьянов В.Я. Разнесенные радиолокационные станции и системы / В.Я. Аверьянов. – Минск: Наука и техника, 1978. - 184 с.

2. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация / В.С. Черняк. – М.: Радио и связь, 1993. – 415 с.

3. Benke H. Mathematische Optimierung mit Computeralgebrasystemen: Einführung für Ingenieure, Naturwissenschaftler und Wirtschaftswissenschaftler unter Anwendung / H. Benke – Berlin: Springer, 2003. – 285 с.

4. Григорьева К.В. Методы решения задачи минимизации квадратичной функции, проблемы сходимости. Метод. указания / К.В. Григорьева. - СПб.: СПб. гос. архит.-строит. ун-т, 2009. – 39 с.

Поступила в редколлегию 10.04.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.Г. Воронцов, Донецкий национальный технический университет, Донецк.

ЕКСТРЕМАЛЬНА ПОСТАНОВКА І АНАЛІЗ ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ КООРДИНАТ ДЖЕРЕЛ РАДІОВИПРОМІНЮВАННЯ РІЗНИЦЕВО-ДАЛЕКОМІРНИМ МЕТОДОМ

В.Н. Ткаченко, В.В. Коротков, Р.Л. Пантєєв

У статті запропоновано рішення задачі визначення координат джерела радіовипромінювання (ІРІ) на основі мінімізації функціонала, що складається з суми зважених квадратичних функцій, що дозволяє врахувати похибку виміру часу затримки приходу сигналу на одну або декілька станцій комплексу пасивного радіомоніторингу і значною мірою компенсувати її введенням вагового коефіцієнта перед відповідною квадратичною функцією.

Ключові слова: *пасивний радіомоніторинг, екстремальна постановка, квадратичний функціонал, ваговий коефіцієнт, точність обчислень, гіперболічна система рівнянь.*

EXTREME STATEMENT AND ANALYSIS OF THE COORDINATES DETERMINATION PROBLEM OF THE RADIO EMISSION SOURCES BY USING THE RANGE-DIFFERENCE METHOD

V.N. Tkachenko, V.V. Korotkov, R.L. Pantyeyev

It is offered the solution of the radio emission source coordinates determination problem on the basis of functional minimization that consists of the weighed square-law functions sum. It allows to consider the time delay measurement error of the signal arrival on one or several stations of the passive radio monitoring complex and considerably compensate it by introduction of the weight factor before the corresponding square-law function.

Keywords: *passive radio monitoring, extreme statement, square-law functional, weight factor, accuracy of calculations, hyperbolic equations system.*