

УДК 621.34

С.Г. Семенов, А.А. Можаяев, С.Ю. Гавриленко

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

## АППРОКСИМАЦИЯ ТЕХНОЛОГИИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ В УСЛОВИЯХ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ МОДЕЛЬЮ БРЮССЕЛЯТОРА С ВОЗМУЩЕНИЯМИ В ВИДЕ ДИНАМИЧЕСКОГО ХАОСА

В статье проведены исследования математических моделей брюсселятора и их реализации в виде хаотического аттрактора. Выдвинута и в ходе математического моделирования подтверждена гипотеза о возможности аппроксимации технологии функционирования компьютерной системы в условиях внешних воздействий моделью брюсселятора с возмущениями в виде динамического хаоса. Разработано специальное программное и математическое обеспечение экспериментальных исследований. Проведена оценка и доказана достоверность полученных в ходе моделирования результатов.

**Ключевые слова:** компьютерные системы и сети, математическая модель брюсселятора, динамический хаос, внешние воздействия на компьютерную систему.

### Введение

Современные компьютерные системы и сети (КСС) являются важным, во многом системообразующим элементом глобальной информационно-вычислительной инфраструктуры (ГИВИ). Именно на КСС возлагаются ключевые функции обработки, хранения и передачи данных, информационного, абонентского взаимодействия между элементами ГИВИ и др. Следует отметить, что высокий уровень потребительского спроса КСС в общем процессе функционирования ГИВИ влечет за собой постоянный «прессинг» со стороны злоумышленных элементов, стремящихся внести определенный дисбаланс в процесс нормального функционирования системы, что накладывает определенный отпечаток и на процесс проектирования подобного рода систем.

Именно на этапе проектирования закладывается необходимый резерв функциональной и информационной безопасности, который должен быть обеспечен различными методами и средствами распределения доступа и защиты данных в КСС.

В общем случае при решении задач проектирования КСС необходимо учитывать множество требований безопасности, определенных международными документами [1, 11] и национальными стандартами [3]. В связи с этим, важно задействовать возможности системного подхода как на этапе формализации задач проектирования, так и при обеспечении их эффективного решения.

Проведенный анализ ряда источников [5 – 10] показал, что зачастую при решении задач проектирования КСС на различных этапах синтеза структур находили и находят свое применение различные подходы, связанные как с теоретическим обоснованием и математическим описанием тех или иных процессов, протекающих в КСС [8, 9], так и с эври-

стическим исследованием и формализацией технологий их функционирования [6, 7]. При этом нередко авторы используют эти методы обособленно, полностью не используя возможности совместного применения, как средств математической формализации исследуемых процессов, так и практического опыта (инженерной интуиции) разработчиков.

Анализ литературы [6, 7, 9, 10], посвященной вопросам математического моделирования КСС в условиях внешних воздействий, показал перспективность использования подходов, основанных на ключевых положениях теории нелинейной динамики [4, 5]. Данные подходы дают возможность использовать современные знания одного из новых направлений в науке – динамических хаотических процессов в совокупности с практическим опытом разработчиков на основе созданных имитационных моделей. Так в работах [7, 9] представлены основные математические положения, позволяющие описать процесс функционирования сложных технических объектов с помощью стохастических динамических систем, реализующих инвариантные многообразия траекторий движения показателей в виде предельного цикла.

Одной из разновидностей подобного рода моделей динамических систем является математическая модель брюсселятора:

$$\dot{z}_1 = a - (b+1)z_1 + z_1^2 z_2, \quad \dot{z}_2 = bz_1 - z_1^2 z_2, \quad (1)$$

где неизвестные  $z_1$  и  $z_2$  отражают динамику концентрации исследуемых показателей состояния в процессе функционирования системы;  $a > 0$ ,  $b > 0$  – показатели, определяющие исходные состояния системы.

В настоящее время данная модель чаще всего используется для описания эффектов, возникающих в химических реакторах. В то же время в ходе исследования были выявлены ее свойства диссипатив-

ных структур, присущие в том числе и КСС. Данный факт может подтвердить сравнительная иллюстрация (рис. 1) фазового портрета показателя загрузки центрального процессора (ЦП) компьютерной системы, полученного эмпирическим путем с фазовым портретом брусслелятора, вычисленного с помощью математической модели при  $a=0,4$ ,  $b=1,2$ .

Как видно из этого рисунка, визуально наблюдается определенное сходство в представленных траекториях движения показателя реальной загрузки ЦП и брусслелятора. В то же время, данный рисунок иллюстрирует и ряд их отличительных особенностей. Связано это во многом с отсутствием учета в математической модели брусслелятора возможных внутренних возмущений и внешних воздействий на систему в виде динамического хаоса [4, 5], присущих реальному процессу функционирования КСС. Учет данного фактора позволит повысить точность результатов математического моделирования на этапе проектирования КСС. Поэтому задача аппроксимации технологии функционирования компьютерной системы в условиях внешних воздействий моделью брусслелятора с возмущениями в виде динамического хаоса является актуальной.

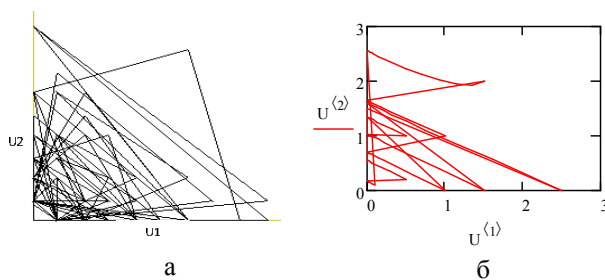


Рис. 1. Сравнительная иллюстрация фазового портрета показателя загрузки центрального процессора компьютерной системы с фазовым портретом брусслелятора

### Основная часть

Представим КСС как объект управления в виде совокупности двух подсистем (Q1 – статическая (с фиксированными параметрами), Q2 – динамическая (с перестраиваемыми параметрами)) [6, 7], а также матрицы X координат состояния системы.

Используя систему (1), а также известные факты возможных внешних воздействий и внутренних возмущений, математически представим технологию функционирования компьютерной системы и исследуем свойства ее защищенности к внешним воздействиям на примере следующей системы уравнений:

$$\dot{x}_1(t) = A(t) - (B(t) + 1)x_1(t) + x_1^2(t)x_2(t) + \varepsilon D(t) + E(t)\chi(t), \quad (2)$$

$$\dot{x}_2(t) = B(t)x_1(t) - x_1^2(t)x_2(t), \quad (3)$$

где  $\dot{x}_1(t) \in \dot{X}_1$  – измеряемый m-мерный вектор координат показателей состояния подсистемы Q1 объ-

екта,  $\dot{x}_2(t) \in \dot{X}_2$  – измеряемый m-мерный вектор координат показателей состояния подсистемы Q2 объекта, A(t), B(t) – непрерывные матрицы исходного состояния системы, D(t), E(t) – непрерывные матрицы ненаблюдаемых ошибок измерения,  $\varepsilon$  – интенсивность внутренних возмущений,  $\chi(t)$  – m-мерный вектор неконтролируемых внешних воздействий.

Отличительной особенностью данной системы уравнений является учет в классической модели брусслелятора малых внутренних возмущений  $\varepsilon D(t)$  и внешних злоумышленных воздействий  $E(t)\chi(t)$ .

Для невозмущенной системы (3, 4) ( $\varepsilon D(t) = 0$ ) и ( $E(t)\chi(t) = 0$ ) значение  $\bar{B}(t) = 1 + \bar{A}(t)$  является точкой бифуркации. При переходе параметра B(t) через  $\bar{B}(t)$  положение равновесия  $\bar{x}_1(t) = A(t)$  и  $\bar{x}_2(t) = B(t)/A(t)$  теряет устойчивость, и у системы появляется устойчивый предельный цикл.

Исследуем, как изменяется динамика хаотического аттрактора состояния КСС при добавлении периодических и стохастических внутренних возмущений и внешних воздействий. Для этого с помощью системы Mathcad сформируем семейство фазовых портретов (аттракторов) поведения КСС. Листинг программного кода представлен на рис. 2.

```

k := 3.7   alpha := 0.95   beta := 0.991   epsilon := 0.2
v := ( 0 0 2.5 1.5 0.5 1 1 1.5 0.1 0.5
      0.5 1.5 0 0 1 0 1 2 0.1 0.2 )
t0 := 0   t1 := 30   B := 2.5   M := 200   A := 0.4
D(t,y) := ( A - (B + 1)y0 + (y0)^2 y1 + epsilon*cos(beta) + k / (1 - md(1))^-0.15*alpha
            B*y0 - (y0)^2 y1 )
U := ( y ← v^(0)
      Z ← rkfixed(y, t0, t1, M, D)
      Z1^(0) ← Z^(0)
      Z1^(1) ← Z^(1)
      Z1^(2) ← Z^(2)
      for k ∈ 1..last[V^T]^(1)
      ( y ← v^(k)
        Z ← rkfixed(y, t0, t1, M, D)
        Z2^(0) ← Z^(0)
        Z2^(1) ← Z^(1)
        Z2^(2) ← Z^(2)
        Z1 ← stack(Z1, Z2)
      )
      Z1
  )

```

Рис. 2. Листинг программного кода брусслелятора

В результате выполнения приведенного кода в системе Mathcad сформированы фазовые портреты брусслейатора (рис. 3, 4). Рассмотрим, как изменяется динамика брусслейатора при добавлении неперидических и стохастических внешних возмущений.

Из [4, 5] известно, что периодически возмущаемый брусслейатор может перейти в хаотический режим. Так, например, невозмущенный предельный цикл для  $a = 0,4$ ,  $b = 2,5$ , при добавлении внешнего неперидического воздействия  $\chi(t) = \cos \beta t$  демонстрирует последовательность бифуркаций увеличения периода с переходом к хаосу (рис. 3).

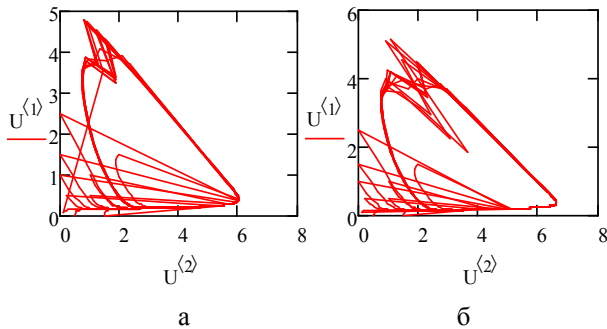


Рис. 3. Брусслейатор с периодическими возмущениями при  $a = 0,4$ ,  $b = 2,5$ ,  $\varepsilon = 0,02$ ,  $a - \beta = 0,59$ ,  $b - \beta = 0,99$

Сравним реакцию брусслейатора на периодические возмущения с откликом на внешние воздействия, описываемые законом Парето [3, 4]. Пусть в выражении (2)  $E(t)\chi(t)$  – стохастическая последовательность, статистические характеристики которой отвечают закону Парето. Случайные траектории стохастически возмущенного брусслейатора покидают замкнутую кривую детерминированного цикла и формируют некоторый пучок вокруг него.

На рис. 4 изображены случайные траектории системы (1), для трех значений интенсивности шума  $E(t) = 0,1$ ,  $E(t) = 0,2$ ,  $E(t) = 0,3$ . Анализ графиков рис. 4, показал, что при формировании стохастической последовательности с характеристиками  $E(t) = 0,2$ ,  $E(t) = 0,3$  фазовые портреты брусслейатора

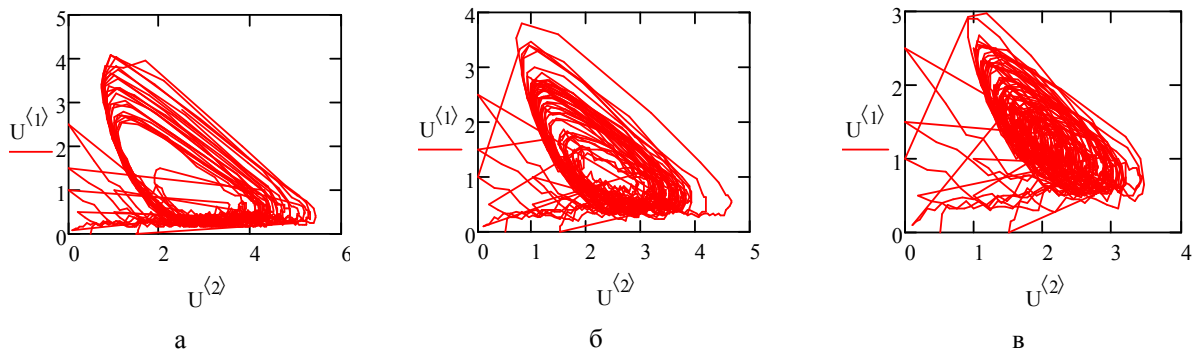


Рис. 4. Брусслейатор с возмущениями, статистические характеристики которых отвечают закону Парето при  $a - E(t) = 0,1$ ;  $b - E(t) = 0,2$ ;  $v - E(t) = 0,3$

тора приобретают визуальную схожесть с фазовым портретом показателя загрузки центрального процессора компьютерной системы (рис. 1).

Для обоснования достоверности полученных результатов был проведен эксперимент с использованием специализированной программы идентификации состояния компьютерной системы и построения ее фазовых портретов [7].

В соответствии с условиями эксперимента:

- компьютерная система выполняет штатные функциональные задачи (запущены пакеты для работы с офисными документами – LibreOffice и браузер);
- воздействие Dos-атаки на компьютерную систему имитируется с помощью утилиты Ping, инициируемой с трех удаленных компьютеров;
- число экспериментальных значений показателя загрузки центрального процессора  $N^* = 2010$ .

Получены оценки  $U(\xi)^{(i)}$  математического ожидания и  $\hat{D}_{U(\xi)^{(i)}}$  дисперсии ( $\hat{\sigma}_{U(\xi)^{(i)}}$  среднеквадратического отклонения) случайной величины  $U(\xi)^{(i)}$  загрузки центрального процессора

$$\hat{U}(\xi)^{(i)} = \sum_{i=1}^k \hat{U}(\xi)^{(i)} / N^* ; \hat{\sigma}_{U(\xi)^{(i)}} = \sqrt{\hat{D}_{U(\xi)^{(i)}}} ;$$

$$\hat{D}_{U(\xi)^{(i)}} = \sum_{i=1}^k (U(\xi)^{(i)} - \hat{U}(\xi)^{(i)})^2 / (N^* - 1).$$

Воспользовавшись известным выражением для расчета доверительной вероятности отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях [3] определим доверительную вероятность того, что полученное в результате эксперимента значение показателя загрузки центрального процессора «не отклонится» от математического ожидания  $\hat{U}(\xi)^{(i)}$  более чем на 1:

$$P(|\hat{U}(\xi)^{(i)} - U(\xi)^{(i)}| < 1) = 2\hat{O}(1/\hat{U}(\xi)^{(i)}),$$

где  $\Phi$  – функция Лапласа [3].

Поведенный эксперимент показал, что для всех исследуемых видов данных доверительная вероятность того, что значение статистической величины

$U(\bar{\xi})$  (загрузки центрального процессора) «не отклонится» от математического ожидания  $U(\bar{\xi})$  более чем на 1 равно:  $P \approx 0,9$ .

## Выводы

Таким образом, в ходе проведенных исследований математических моделей брусселятора и их реализации в виде хаотического аттрактора были выявлены ряд визуальных закономерностей, присущих фазовым портретам показателя загрузки ЦП компьютерной системы.

Усовершенствование математической модели брусселятора путем учета периодических внутренних возмущений и хаотических внешних воздействий позволило аппроксимировать технологию функционирования компьютерной системы в условиях внешних воздействий моделью брусселятора с возмущениями в виде динамического хаоса.

Оценка достоверности полученных результатов проведена по критерию  $\chi^2$  Пирсона. Результаты оценки подтвердили гипотезу о возможности аппроксимации технологии функционирования КСС в условиях внешних воздействий математической моделью брусселятора.

Результаты представленной математической модели могут быть использованы при проектировании и реализации средств предупреждения и обнаружения внешних воздействий на КСС в качестве составного элемента, выполняющего функции идентификации состояния объекта (компьютерной системы).

## Список литературы

1. ГОСТ Р 51275-99 Защита информации. Объект информатизации. Факторы, воздействующие на информацию. Общие положения [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: <http://www.gosthelp.ru/text/GOSTR5127599Zashhitainfor.html>.

2. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 2003. – 479 с.

3. ДСТУ ISO/IEC TR 13243-2003 Інформаційні технології. Посібник із методів та механізмів якості послуг / [Електронний ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: <http://document.ua/informaciini-tehnologiyi.-posibnik-iz-metodiv-ta-mehanizmv-nor2718.html>.

4. Кузнецов С.П. Динамический хаос / С.П. Кузнецов. – М.: Физматлит, 2006. – 356 с.

5. Ряико Л.Б. Нелинейные стохастические колебания: устойчивость, чувствительность, управление: дис. ... доктора физ.-мат. наук: 05.13.01 [Текст] / Ряико Лев Борисович. – Екатеринбург, 2006. – 271 с.

6. Порошин С.М. Разработка и исследования математической модели компьютеризированной информационно-измерительной управляющей системы критического применения с учетом фактора внешних воздействий / С.М. Порошин, С.Г. Семенов // Системы обработки информации. – Х.: ХУПС, 2013. – Вып. 2(110). – С. 208-210.

7. Семенов С.Г. Защита данных в компьютеризированных управляющих системах (моногр.) / С.Г. Семенов, В.В. Давыдов, С.Ю. Гавриленко // Изд. «LAP LAMBERT ACADEMIC PUBLISHING» Германия, 2014. – 236 с.

8. Семенов С.Г. Математическая модель процесса доставки информационных пакетов в компьютерной сети системы критического применения / С.Г. Семенов, И.В. Ильина // Радиоелектронні і комп'ютерні системи. – Х.: НАКУ «ХАІ». – 2008. – № 1(28). – С. 162-165.

9. Семенов С.Г. Динамическая модель информационной системы на основе наблюдаемого структурно-информационного портрета / С.Г. Семенов, В.В. Давыдов // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – Х.: НТУ «ХПІ». – 2011. – №36. – С. 156-163.

10. Сирота А.А. Компьютерное моделирование и оценка эффективности сложных систем / А.А. Сирота. – М.: Техносфера, 2006. – 280 с.

11. TL 9000 Quality Management System for Telecommunications [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.tuvam.com/services/qmservices/tl9000.cfm>.

Поступила в редколлегию 28.04.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Г.А. Кучук, Харьковский университет Воздушных Сил им. Ивана Кожедуба, Харьков.

## АПРОКСИМАЦІЯ ТЕХНОЛОГІЇ ФУНКЦІОНУВАННЯ КОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ В УМОВАХ ЗОВНІШНІХ ДІЙ МОДЕЛЛЮ БРЮССЕЛЯТОРА З ОБУРЕННЯМИ У ВИГЛЯДІ ДИНАМІЧНОГО ХАОСУ

С.Г. Семенов, А.А. Можасев, С.Ю. Гавриленко

У статті проведені дослідження математичних моделей брусселятора і їх реалізації у вигляді хаотичного аттрактора. Висунута і в ході математичного моделювання підтверджена гіпотеза про можливість апроксимації технології функціонування комп'ютерної системи в умовах зовнішніх дій моделлю брусселятора з обуреннями у вигляді динамічного хаосу. Розроблено спеціальне програмне і математичне забезпечення експериментальних досліджень. Проведена оцінка і доведена достовірність отриманих в ході моделювання результатів.

**Ключові слова:** комп'ютерні системи і мережі, математична модель брусселятора, динамічний хаос, зовнішні дії на комп'ютерну систему.

## APPROXIMATION OF TECHNOLOGY OF FUNCTIONING OF COMPUTER SYSTEM IN THE CONDITIONS OF EXTERNAL INFLUENCES BY MODEL OF BRYUSSELYATOR WITH INDIGNATIONS AS DYNAMIC CHAOS

S.G. Semenov, A.A. Mozhaev, S.Yu. Gavrilenko

In the article researches of mathematical models of bryusselyator and their realization are conducted as chaotic attractor. Pulled out and during a mathematical design a hypothesis is confirmed about possibility of approximation of technology of functioning of the computer system in the conditions of external influencing by the model of bryusselyator with indignations as dynamic chaos. The special programmatic and mathematical providing of experimental researches is developed. An estimation is conducted and authenticity of the results got during a design is well-proven.

**Keywords:** computer systems and networks, mathematical model of bryusselyator, dynamic chaos, external affecting computer system.