УДК 621.32

Д.А. Гриб, С.І. Бурковський, С.М. Савченко

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

ОПТИМАЛЬНИЙ РОЗПОДІЛ ФРАГМЕНТІВ ДАНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Запропоновано підхід до рішення задачі оптимального розподілу фрагментів даних інформаційних систем у середовищі базової мережі передачі даних, який базується на розробленому алгоритмі розрізів орієнтованого графа з двома термінальними вершинами.

фрагмент даних, інформаційна система, розріз графа, термінальна вершина

Вступ

При неоптимальному розподілі фрагментів даних інформаційних систем по сегментах базової інформаційної мережі передачі даних можливе нерівномірне завантаження сегментів, що призводить до появи великих черг та різкого зниження продуктивності системи [1]. Тому розміщення фрагментів даних інформаційної системи по сегментах базової мережі передачі даних (БМ ПД) повинно забезпечити рівномірний розподіл потоку запитів транзакцій інформаційної системи по різних сегментах при максимальному виключенні можливостей виникнення конфліктів (послідовних запитів до того ж самого сегмента). Існуючі підходи [2 – 3] не враховують таких факторів, як виникнення конфліктів у роботі системи при створенні черг запитів та неможливість проведення розподілу у режимі реального часу при великій розмірності задачі.

Тому **метою даної статі** є розробка методу рішення задачі оптимального розподілу фрагментів даних (ФД) інформаційних систем (ІС) у середовищі базової мережі передачі даних, який базується на розробленому алгоритмі розрізів орієнтованого графа з двома термінальними вершинами, що має можливість швидкої реалізації.

1. Формалізація задачі розподілу

Нехай для функціонування ІС надається m сегментів БМ ПД, причому j-й сегмент забезпечує обсяг обчислювального ресурсу (ОР) у розмірі Rj одиниць, а ІС є об'єднанням n непересічних підмножин

$$F = \bigcup_{i=1}^{n} \left(f_i \,\middle|\, f_{i_1} \cap f_{i_2} = \varnothing \right),$$

де f_i – і-й ФД ІС, для забезпечення функціонування якого необхідно ri одиниць ОР. Тоді на декартовому добутку $F \times F$ введемо таке відношення:

$$\phi_{ij} : \left(f_i, f_j \right) \rightarrow f_{ij} = \begin{cases} \lambda_{ij} & \text{при} \quad i \neq j; \\ \lambda_i & \text{при} \quad i = j, \end{cases}$$

де λ_{ij} – частота безпосереднього переходу від ФД f_i до ФД f_j на деякому фіксованому інтервалі часу T, а λ_i – частота повторних запитів фрагмента даних f_i (для визначення реальних значень даних величин можна використовувати одну зі стандартних системних утиліт трасування).

У даних позначеннях розподіл ФД ІС означає знаходження такого розбиття множини F на m неперерізних (можливо, і порожніх) підмножин

$$F = \bigcup_{j=1}^{m} \left(F_j \,\middle|\, \forall j_1 \neq j_2 \Rightarrow \middle| F_{j_1} \cap F_{j_2} = \varnothing \right), \qquad (1)$$

при якому мінімізується максимальне число конфліктів з m груп конфліктів, що виникають при звертанні до сегментів БМ ПД, тобто знаходиться

$$\min \; \max_{c} \sum_{f_i, f_j \in F_c} f_{ij} \, . \qquad (2)$$

Умова (2), на відміну від тих, що стандартно використовуються у подібних ситуаціях [4], рівномірно розподіляє завантаження між усіма сегментами мережі. При цьому необхідно дотримуватися вимог щодо обчислювальному ресурсу, який виділено ІС , тобто

$$\sum_{i \in F_c} r_i \leq R_c \; , \quad c = \overline{1, m} \, . \qquad (3)$$

Для уточнення формалізації задачі введемо поняття сумісних фрагментів як ФД, при розміщенні яких в одному сегменті ймовірність конфлікту є дуже малою. При невиконанні даної умови назвемо фрагменти несумісними, а величину, що характеризує їх кількісно, позначимо як

$$\Lambda_c = \sum_{f_i, f_j \in F_c} f_{ij} \; . \qquad (4)$$

Безконфліктна робота сегмента характеризується величиною

$$Y_c = \sum_{f_i \in F_c, f_j \notin F_c} f_{ij} + \sum_{f_i \in F_c} f_{ii} \, . \qquad (5)$$

Тоді ймовірність виникнення черги в сегменті с визначається як

$$P_c = \Lambda_c \Big/ \sum_{c=1}^{m} \left(\Lambda_c + Y_c \right) \; . \qquad (6)$$

Сформульована задача (1) – (3) при великих значеннях m і n пов'язана з великим обсягом обчислень і при застосуванні точних алгоритмів не дає рішення за припустимий час. З метою застосування наближених методів, які є недостатньо складними та мають невелику обчислювальну складність, подамо F у вигляді вершин графа $G = \left\langle F, F \times F, \Xi, \Phi \right\rangle$, де дуги графа є елементами множини $F \times F$; $\Xi = \left\{ r_i \right\}$ – множина ваг вершин; $\Phi = \left\{ \phi_{ij}(f_i, f_j) \right\}$ – множина ваг дуг графа. Тоді множиною рішень задачі (1) – (3) є множина усяких можливих розрізів графа G на m підграфів G_c.

Через те, що виконання (2) еквівалентно рівномірному зменшенню значення ймовірності (6), підграфи G_c повинні мати мінімальну зв'язаність при максимальній зв’язності між ними [5] ($\Lambda_з$ характеризує ступінь зв'язаності підграфа G_c, а Y_c – ступінь зв’язності його з іншими підграфами). Помітимо, що властивість несумісності фрагментів даних збігається з визначенням властивості суміжності вершин графа. Тому задача розрізу графа G зводиться до його розбивки на m максимально внутрішньо стійких підграфів (з мінімальною наявністю суміжних вершин). Для визначення максимально внутрішньо стійких вершин графа можна скористатися алгоритмом Брона і Кербоша [5], який характеризується невеликою обчислювальною трудомісткістю, що швидко не зростає з ростом розмірності графа. А для знаходження максимально стійких множин вершин (з паралельною перевіркою виконання умови (3)) скористаємося запропонованим у [6] алгоритмом, який засновано на мінімізації булевих функцій. В результаті для отримання необхідного розбиття можна запропонувати метод розрізу графа, що базується на виділенні термінальних вершин з властивостями джерела або стоку.

2. Алгоритм розрізу графа

Виділимо в множині F вершин графа G пару термінальних вершин: s – джерело; t – стік, тобто

$$F = s \cup t \cup \left\{ x_i \right\}_{i=1}^{N},$$

та позначимо відображення F в F, що породжує дуги мережі як Г. Розглянемо сумісну множину основних елементів мережі – вершин та дуг, яку позначимо як Е.

Введемо на мережі G відношення наступності елементів таким чином: якщо i – вершина мережі, то σ(i) – множина вихідних з неї дуг, а якщо j – дуга, то σ(j) – вершина, у яку ця дуга заходить. Нехай $i \in \sigma^{-1}(j)$, якщо $j \in \sigma(i)$. Інакше кажучи, $\sigma^{-1}(j)$ – множина елементів, для яких елемент j являється наступником. Відзначимо, що відношення наступності елементів σ можна ввести на будь-якому орієнтованому графі без контурів. Мережу G з множиною основних елементів E, на якій задане відношення σ, позначимо як G (E, σ). Будемо вважати, що елементи мережі задані своїми номерами. Упорядкуванням елементів (за аналогією з упорядкуванням вершин) назвемо таку нумерацію, при якій якщо $j \in \sigma(i)$, то i < j, де i, j – номери елементів мережі.

Відзначимо, що елементи кінцевого орграфу G (E, σ) без контурів завжди можна правильно пронумерувати. Дійсно, можна побудувати бієктивне відображення ψ (графа G (E, σ) на граф ℑ (X, Г)), у якого множина вершин X відповідає множині E елементів графа G, а відношення суміжності вершин Г – відношенню наступності елементів σ на графі G. Відомо, що на графах такого виду, як ℑ (X, Г), для вершин завжди можна задати правильну нумерацію [7 – 8]. Отже, її можна задати і на множині E елементів графа G (E, σ), що випливає з бієктивності відображення ψ. Змішаним (s, t)-розрізом або змішаним термінальним розрізом назвемо таку множину Р-елементів мережі, що якщо їх видалити з неї, то не знайдеться жодного термінального шляху.

Елемент l назвемо надлишковим у розрізі Р, якщо множина елементів $\{P \setminus l\}$ теж являється розрізом [9 – 10]. Розріз, що не містить надлишкових елементів, – мінімальний, а розріз, що містить надлишкові елементи, – надлишковий. У надлишковому розрізі завжди найдеться елемент, якій можна видалити, не порушуючи визначеної властивості розрізу. Помітимо, що з одного надлишкового розрізу можна іноді утворити кілька мінімальних розрізів, крім різних надлишкових вершин. Як вихідний розріз візьмемо множину елементів $P_0 = \sigma(s)$.

Ясно, що надлишкових елементів у неї бути не може. У побудованому вихідному розрізі елементи розташовані в порядку зростання номерів. З кожного побудованого розрізу $P = \{l_1, l_2, \dots, l_n\}$ можна сформувати $l \le n$ нових розрізів. Якщо $t \overline{\in} \sigma(l_i)$, то

$$P_i = \left(\left(P \setminus l_i\right) \cup \sigma\left(l_i\right)\right) \setminus I_i, \qquad (7)$$

де I_i – множина надлишкових елементів в P_i.

У кожному знов побудованому розрізі упорядкуємо елементи за зростанням номерів, а елементи з однаковими номерами замінимо одним. Усі сформовані розрізи заносимо в спільний список розрізів у лексикографічному порядку за зростанням номерів складових елементів. Зазначимо, що при породженні розрізів з Р заміною різних елементів l_i на $\sigma(l_i)$ кілька разів може утворюватися той самий мінімальний розріз, якій варто занести в список тільки перший раз.

Завдяки прийнятому упорядкуванню елементів мережі, кожний знов побудований розріз розташовується в лексикографічно упорядкованому списку після того розрізу, за яким він побудований.

Розглянемо спосіб виключення надлишкових елементів з кожного породженого з Р розрізу

$$\tilde{P} = \left(P \setminus l_i\right) \cup \sigma\left(l_i\right). \qquad (8)$$

У розрізі $\tilde{P}$ деякий елемент r_j виявиться надлишковим, якщо всі (s, r_j)-шляхи або всі (r_j, t)-шляхи проходять ще через який-небудь елемент $r_k \in P$. Але для прийнятого способу породження розрізів на (s, r_j)-шляхах подібних елементів r_k у розрізі $\tilde{P}$ бути не може. Тому пошук надлишкових елементів варто робити, враховуючи тільки відрізки (r_j, t)-шляхів.

Упорядкуємо в породженому розрізі $\tilde{P}$ елементи за зростанням номерів. Тоді для перевірки елементів r_j на надмірність можна обмежитися відрізками (r_j, t)-шляхів, на яких номер останнього елемента не більше, ніж номер останнього елемента в $\tilde{P}$.

Позначимо як $\tilde{P} = \{r_1, \dots, r_m\}$ розріз, що утворено з розрізу $P = \{l_1, l_2, \dots, l_n\}$ заміною l_i на $\sigma(l_i)$. Процедура виключення надлишкових елементів буде мати такий вигляд.

Розрізи, що переглядаються, вибираються зі списку побудованих розрізів у лексикографічному порядку по номерах складових їхніх елементів. При перегляді розрізу з нього породжуються нові розрізи заміною тих елементів l_i, для яких $\sigma(l_i)$ не містить стоку t. Розглянемо спосіб перетворення списку розрізів у мережу. У формалізованому вигляді цю задачу можна сформулювати так.

Є список μ, що складається з М рядків $S_1, \dots, S_M$, що має такі властивості.

1. Рядок $S_i = (a_{i1}, \dots, a_{im})$ містить m_i неповторюваних символів алфавіту $A = \{a_i\}_{i=1}^{N}$.

2. Допускається будь-яка перестановка символів у рядку.

3. Не існує S_i, $S_j \in \mu$, таких, що $S_i \le S_j$.

4. Найдеться хоч одна пара символів a_i, a_j, для яких не існує рядка $S_k \in \mu$ такого, що $a_i \in S_k$, $a_j \in S_k$. У цьому випадку будемо говорити, що символи a_i і a_j несумісні.

Потрібно побудувати мінімальний за кількістю вершин орграф, що володіє такими властивостями.

Фактично це означає, що потрібно визначити такий порядок символів у рядках списку, щоб об'єднати максимальну кількість співпадаючих символів у рядках і при цьому неспільні символи не виявилися б в одному рядку.

Виберемо трійку символів a_i, a_j і a_k таку, що символ a_i належить одночасно двом рядкам S_p і S_q.

Введемо такі поняття форми, як пряма форма:

$$f = a_i(a_j, a_k), \qquad (9)$$

та зворотна форма

$$\overline{f} = (a_j, a_k)a_i. \qquad (10)$$

Форми f_1 і f_2 назвемо еквівалентними, якщо $f_1 = a_i(a_j, a_k)$, а $f_2 = a_i(a_k, a_j)$. Форми f_1 і f_2 назвемо альтернативними по відношенню друг до друга, якщо $f_1 = \overline{f_2}$ або $f_2 = \overline{f_1}$. Будемо говорити, що f_i суперечить f_j, якщо загальна система нерівностей, утворена формами f_i і f_j, є неспільною. Очевидно, що форма $f = a_i(a_j, a_k)$ може суперечити тільки формам вигляду ($l \in \overline{1, N}$):

$$f_1 = a_j(a_i, a_l);\ f_2 = a_k(a_i, a_l);$$
$$f_3 = (a_j, a_l)a_i;\ f_4 = (a_k, a_i). \qquad (11)$$

Складемо початкову систему форм $\Sigma = \Sigma_0$, що містить прямі форми для всіх подібних трійок символів. Пронумеруємо форми цієї системи (нехай їх буде Q штук) і складемо матрицю протиріч форм.

Будемо змінювати систему форм Σ, заміняючи, де потрібно, форми, що складають її, на альтернативні так, щоб у результаті одержати систему $\Sigma = \Sigma^*$, що містить мінімальну кількість суперечних один одному форм. Покажчиком необхідності заміни форми f_i на f_i^* служить величина $\delta_i > 0$.

Введемо в розгляд допоміжні вектори D^+, D^- і Δ, у яких при заміні форми f_i на $\overline{f_i}$ змінюються i-й рядок і i-й стовпець матриці V, а також деякі компоненти векторів D^+, D^- і Δ за таким правилом: у i-му рядку матриці V заміняємо v_{ij} на $-v_{ij}$, при цьому

$$d_i^+(\text{нов}) = d_i^-(\text{стар});\ d_i^-(\text{нов}) = d_i^+(\text{стар}); \quad \delta_i(\text{нов}) = -\delta_i(\text{стар}). \quad (12)$$

Далі у i-му стовпці матриці V заміняємо v_{ki} на $-v_{ki}$, $k = 1, \dots, Q$. Роблячи подібним чином для тих f_i, у яких $\delta_i > 0$, поступово зменшуємо спільну кількість протиріч у системі Σ, поки не виявиться, що всі $\delta_i \le 0$, $i = 1, \dots, Q$, і одержимо систему форм $\Sigma = \Sigma^*$ із мінімальним числом протиріч. Вона задасть частковий (або повний) порядок на множині символів A, що дозволить об'єднати максимальне число символів у рядках, щоб побудувати граф необхідного вигляду. У результаті отримаємо розбиття

$$\bigcup_{c=1}^{m'} F_c' = F, \quad \left| F_{c_1} \cap F_{c_2} = \varnothing. \right. \quad (13)$$

При $m' \le m$ остаточне рішення знаходиться без зусиль. При $m' > m$ необхідно укрупнити отримані множини F_c', тобто знайти відображення

$$\psi : \left\{ F_c' \middle| \, c = \overline{1, m'} \right\} \to \left\{ F_c'' \middle| \, c = \overline{1, m} \right\}. \quad (14)$$

Для зменшення кількості несумісних ФД необхідно реалізовувати відображення ψ таким чином, щоб зв'язність вершин, що утворюють F_c'', була мінімальною. При цьому можна здійснювати перехід від вихідного графа G до нового графа G', вершинами якого будуть елементи F_c'', а ваги вершин та дуг будуть перераховані відповідно до топології графів G і G'. Визначимо для кожної пари вершин зведену вагу зв'язку $q_{ij} = (f_{ij} + f_{ji})/(r_i + r_j)$, яка характеризує частоту конфліктних ситуацій за одиницю ОР БІМ ПД, тобто при розрізі графа G' послідовність вибору дуг, що розриваються, повинна здійснюватися в порядку убування величин q_{ij}.

Висновки

Розроблено метод рішення задачі оптимального розподілу фрагментів даних інформаційних систем у середовищі базової мережі передачі даних, який базується на алгоритмі розрізів орієнтованого графа з двома термінальними вершинами, що має можливість швидкої реалізації. Розглянутий підхід пропонується використовувати як при проектуванні розподілених інформаційних систем, так і при їхній експлуатації.

Списоклі2ера2урия

1. *Ромашкова О.Н. Обработка пакетной нагрузки в информационных сетях. – М.: МИИТ, 2001. – 244 с.*
2. *Кучук Г.А., Гахов Р.П., Пашнев А.А. Управление ресурсами инфотелекоммуникаций. – М.: Физматлит, 2006. – 220 с.*
3. *National Institute of Standarts and Technology Scientific and Technical Databases [Електрон. ресурс]. – Режим доступу: http://www.nist.gov/data.*
4. *Авен О.И., Гурин Н.Н., Коган Я.А. Оценка качества и оптимизация ВС. – М.: Наука, 1982. – 464 с.*
5. *Кристофидес Н. Теория графов. – М.: Мир, 1978. – 432 с.*
6. *Кофман А. Введение в прикладную комбинаторику. – М.: Наука, 1975. – 480 с.*
7. *Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети и алгоритмы. – М.: Мир,1984. – 455 с.*
8. *Зубов В.С. Справочник программиста. Базовые методы решения графовых задач и сортировки. – М.: ИИД Дом «Филинъ», 1999. – 256 с.*
9. *Оре О. Теория графов. – М.: Наука, 1968. – 336 с.*
10. *Бурков В.Н., Заложнев А.А. Теория графов в управлении оргсистемами. – М.: Синтег, 2001. – 124 с.*

Надійшла до редколегії 6.12.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.І. Сухаревський, Харківський університет Повітряних сил ім. І. Кожедуба, Харків.