

УДК 621.317

М.В. Борисенко

*Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків*

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕКСПЛУАТАЦІЇ ПЕРСПЕКТИВНОЇ ПЕРЕСУВНОЇ ЛАБОРАТОРІЇ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ

*У статті розроблена математична модель експлуатації перспективної лабораторії виміральної техніки, яка заснована на теорії напівмарківських випадкових процесів і теорії оптимізації. Отримана математична модель дозволяє визначити більш точні параметри системи метрологічного обслуговування перспективної лабораторії виміральної техніки, що підвищить ефективність її експлуатації.*

**Ключові слова:** *пересувна лабораторія виміральної техніки, метрологічне обслуговування, математична модель.*

### Вступ

**Постановка проблеми.** Однією зі складових вдосконалення системи метрологічного обслуговування (СМО) складних технічних комплексів (СТК) є визначення оптимальних параметрів (основних характеристик) експлуатації, в тому числі параметрів метрологічного обслуговування (МО), зокрема його періодичності. Одним з найбільш ефективних способів вирішення задачі визначення оптимальних

параметрів експлуатації СТК, а саме, перспективної пересувної лабораторії виміральної техніки (ПЛВТ) є розробка (уточнення) її математичної моделі експлуатації [1 – 3]. Вирішенню однієї з наукових завдань цієї проблеми присвячена ця стаття.

**Аналіз публікацій.** Для розробки математичних моделей експлуатації сучасних СТК використовуються, в основному, марківські випадкові процеси [1 – 6]. Однак марківська модель експлуатації СТК має істотний недолік, що полягає в тому, що перехо-

ди в ній з одного стану в інший підпорядковані експоненціальним законам розподілу, але, як відомо, не всі можливі переходи моделі експлуатації СТК можна описати цим законом. У теорії надійності, наприклад, тривалість контролю та ремонту зазвичай описують розподілом Ерланга, а переходи зі справного стану в стан експлуатації з прихованою відмовою – законом Релея [7]. Тому відомі математичні моделі експлуатації СТК на основі марківських процесів [3, 5, 6] не дозволяють визначати оптимальний вектор параметрів їх експлуатації, що, в свою чергу, призводить до створення неоптимальної СМО СТК. Виключити зазначений недолік марківської моделі дозволяє напівмарківська модель експлуатації [8]. Слід відзначити і те, що модель експлуатації ПЛВТ, яка має процеси з фіксованими переходами (наприклад, період проведення перевірки або калібрування складових ПЛВТ, а саме, засобів вимірювальної техніки (міжповірочний інтервал) постійний), також більш точно описується математичним апаратом напівмарківських випадкових процесів.

**Мета статті** полягає в розробці математичної моделі експлуатації перспективної ПЛВТ із застосуванням теорії напівмарківських випадкових процесів, яка дозволить, порівняно з марківською моделлю, визначити більш точно параметри експлуатації перспективної ПЛВТ, як умовні (справедливі для конкретних напрямів переходів, інтервалів часу), так і безумовні (усереднені по всіх можливих напрямках переходів за часом).

### Основна частина

Побудова математичної моделі СТК в цілому є практично неможливою із складності процесів його функціонування. Тому виникає необхідність розчленити об'єкт, що моделюється, на кінцеве число підсистем при збереженні зв'язків між підсистемами. Так, для цілісної математичної моделі перспективної ПЛВТ можемо визначити наступні елементи, які можуть бути описані математичними моделями – це автомобільне шасі мобільного комплексу та метрологічна лабораторія. В свою чергу, ПЛВТ сама є складним технічним комплексом та складається з певної кількості (в залежності від завдань, які вирішуються) автоматизованих робочих місць (АРМ). Математична модель, яка описувала різноманітні процеси автомобільного шасі, є поширеною та не уявляє інтересу для даної статті. Розглянемо математичну модель АРМ метрологічної лабораторії, як складового елемента в процесі функціонування ПЛВТ. Слід відмітити, що визначена кількість АРМ, у загальному випадку вирішує однотипові завдання та складаються з однакових процесів та явищ. Так, врахувавши всі існуючі зв'язки в підсистемах, робимо висновок, що несправність одного елемента підсистеми – АРМ, веде до непрацездатного стану ПЛВТ. Тому при побудові математичної моделі окремого АРМ, як складового типового елемента

ПЛВТ, та врахувавши зв'язки між ними, будемо вважати отриману модель за модель перспективної ПЛВТ. Всі процеси та явища, які проходять при експлуатації АРМ, цілком залежать від певної кількості засобів вимірювальної техніки (ЗВТ), які складають це автоматизоване робоче місце.

Напівмарківський процес визначений, якщо задані такі дані: безлічі можливих станів і переходів, матриця незалежних функцій розподілу часу перебування процесу в кожному зі станів до переходу в інший стан і початковий стан процесу.

У відомих моделях експлуатації СТК, якщо розглядати безпосередньо ПЛВТ та її складові, можна виділити наступні стани [3, 5, 6]: застосування справного АРМ та АРМ з прихованою відмовою, перевірка (калібрування) працездатного АРМ та АРМ з прихованою відмовою (включаючи самоперевірку і самокалібрування), АРМ непрацездатне, відновлення і помилкове відновлення АРМ, зберігання АРМ та застосування обмінного фонду. Однак ці стани на сучасному етапі розвитку техніки [9], в тому числі і ПЛВТ, є такими, що не повністю охоплюють процес їх експлуатації. Зокрема, застосування самоперевірки (самокалібровки) ЗВТ зі складу АРМ ще не дозволяє з високою вірогідністю говорити про достовірність проведення контролю параметрів АРМ за допомогою такого засобу вимірювання, так як при проведенні контролю можлива відмова самого ЗВТ. Проведення самодіагностування АРМ дозволяє підвищити достовірність контролю параметрів ЗВТ, тому що воно дозволяє говорити про справність АРМ не тільки в момент контролю, але і певний час після його проведення. Крім того, створення універсальних цифрових магістрально-модульних ЗВТ приводить до того, що перевірку та ремонт несправного АРМ можна проводити по складовим елементам [9]. Тому пропонується додатково ввести досить поширений стан серед сучасних вимірювальних комплексів і два перспективних, заснованих на тенденціях їх розвитку: заміна несправного елемента АРМ справним, самодіагностика АРМ та діагностування програмних засобів (ПЗ) АРМ зі складу комплексу.

Стан заміни несправного елемента на справний є окремим випадком відновлення несправних АРМ, проте, на наш погляд, його слід розглядати окремо. Це пов'язано з тим, що заміну несправного елемента АРМ може провести обслуговуючий персонал без залучення ремонтних органів, при цьому зменшується час відновлення і знижуються транспортні витрати з доставки несправних елементів у ремонтні органи.

Проведення самодіагностування АРМ дозволяє підвищити достовірність контролю параметрів вимірювального комплексу, що призводить до збільшення ймовірності його успішного застосування за призначенням за рахунок допуску до експлуатації дійсно справного вимірювального комплексу.

Програмне забезпечення має визначальне значення для розширення функціональних можливос-

тей комп'ютеризованих цифрових вимірювальних приладів (ЦВП) зі складу СТК, у тому числі для підвищення інтелектуалізації розв'язувальних задач при одночасному спрощенні їх експлуатації, і для зменшення середньої вартості виконання однієї вимірювальної задачі. Звичайно в комплект ПЗ комп'ютеризованих ЦВП входять тестові підпрограми, пакет спеціалізованих підпрограм аналізу і синтезу сигналів, а також пакет підпрограм, що управляють всіма операціями вводу-виводу. Діагностування програмних засобів АРМ здійснюється за допомогою інтерфейсу каналу загального користування між ЗВТ та ЕОМ. Використання програмних засобів дозволяє повністю автоматизувати управління самими приборами АРМ та процесами, які виникають при їх взаємодії, що безумовно впливає на збільшення імовірності використання справних зразків та дотримання алгоритму спільних процесів та дій.

З урахуванням введення в розгляд трьох нових станів, в процесі експлуатації АРМ зі складу ПЛВТ може знаходитися в одному з наступних 11 станів:  $S_1$  – застосування АРМ за призначенням;  $S_2$  – застосування АРМ з прихованою відмовою;  $S_3$  – періодична перевірка працездатності складових елементів АРМ;  $S_4$  – періодична перевірка працездатності складових елементів АРМ, які мають приховану відмову;  $S_5$  – непрацездатний стан АРМ;  $S_6$  – заміна несправного елемента АРМ справним;  $S_7$  – ремонт несправного (елемента) АРМ;  $S_8$  – ремонт справного (елемента) АРМ (помилковий ремонт);  $S_9$  – самодіагностика АРМ;  $S_{10}$  – діагностування програмних засобів АРМ;  $S_{11}$  – складові елементи АРМ працездатні та знаходяться на збереженні (в резерві чи обміном фондів).

Таким чином, у будь-який фіксований момент часу АРМ може знаходитися в одному зі станів  $S_1 - S_{11}$ , що повно описує його експлуатацію. З одного стану в інший АРМ може переходити з інтенсивністю переходу  $\lambda_{ij}$  з  $i$ -го стану моделі в  $j$ -й стан, де  $i = 1, 11, j = 1, 11, i \neq j$ , відповідно до графа (рис. 1).

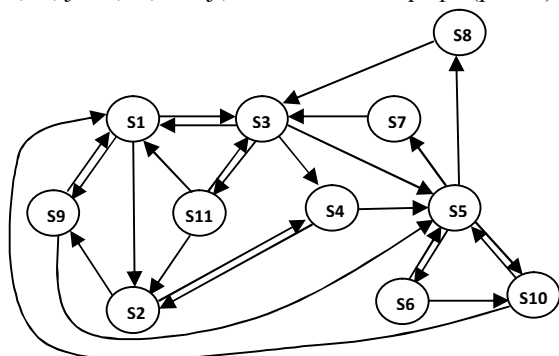


Рис. 1. Граф моделі експлуатації АРМ

Запишемо вирази для незалежних функцій розподілу часу перебування АРМ в  $i$ -му стані перед переходом в  $j$ -й стан –  $Q_{ij}(t)$ :

$$Q_{12} = Q_{34} = 1 - e^{-\lambda_{12} t}; \quad Q_{58} = e^{-\lambda_{58} t};$$

$$Q_{13} = Q_{24} = \begin{cases} 0, & \text{ї дè } t < T_i; \\ 1, & \text{ї дè } t \geq T_i; \end{cases}; \quad Q_{19} = Q_{29} = \begin{cases} 0, & \text{ї дè } t < T_a; \\ 1, & \text{ї дè } t \geq T_a; \end{cases};$$

$$Q_{63} = 1 + \left( \frac{2t}{\tau_{i_i} + \tau_{c_i}} \right) e^{\frac{-2t}{\tau_{i_i} + \tau_{c_i}}};$$

$$Q_{5,10} = e^{-\lambda_{5,10} t}; \quad Q_{57} = e^{-\lambda_{57} t};$$

$$Q_{10,5} = e^{-\lambda_{10,5} t}; \quad Q_{10,6} = e^{-\lambda_{10,6} t};$$

$$Q_{31} = Q_{3,11} = Q_{42} = Q_{35} = Q_{45} = \begin{cases} 0, & \text{ї дè } t < \tau_i; \\ 1, & \text{ї дè } t \geq \tau_i; \end{cases};$$

$$Q_{73} = 1 + \left( \frac{2t}{\tau_i + \tau_a} \right) e^{\frac{-2t}{\tau_i + \tau_a}}; \quad (1)$$

$$Q_{11,3} = \begin{cases} 0, & \text{ї дè } t < T_{i_c}; \\ 1, & \text{ї дè } t \geq T_{i_c}; \end{cases};$$

$$Q_{83} = 1 + \left( \frac{2t}{\tau_i + \tau_{i_a}} \right) e^{\frac{-2t}{\tau_i + \tau_{i_a}}};$$

$$Q_{11,1} = e^{-\lambda_{11,1} t}; \quad Q_{11,2} = e^{-\lambda_{11,2} t};$$

$$Q_{9,1} = Q_{9,10} = \begin{cases} 0, & \text{ї дè } t < \tau_{i_e}; \\ 1, & \text{ї дè } t \geq \tau_{i_e}; \end{cases};$$

де  $\dot{O}_i$  – періодичність проведення перевірки працездатності складових елементів АРМ;  $\dot{O}_a$  – час самодіагностування АРМ;  $\dot{O}_{i_c}$  – періодичність повірки (калібрування) складових елементів АРМ, що знаходяться на збереженні (в резерві чи обміном фондів);  $\tau_i$  – тривалість проведення повірки (калібрування) складових елементів АРМ в цілому;  $\tau_{i_i}$  – тривалість проведення повірки (калібрування)  $i$ -го елемента АРМ;  $\tau_{c_i}$  – тривалість заміни  $i$ -го елемента АРМ;  $\tau_a$  – тривалість відновлення АРМ;  $\tau_{i_a}$  – тривалість помилкового відновлення АРМ.

Вирази (1) представляють напівмарківську математичну модель експлуатації ПЛВТ, початковий стан якої – АРМ справне і застосовується за призначенням. Використовуючи ці вирази, визначимо стаціонарні значення ймовірностей переходів АРМ з  $i$ -го стану в  $j$ -й стан –  $\dot{E}_{ij}$ :

$$P_{ij} = \int_0^{\infty} \prod_{0 \leq k, j; k \neq j}^{11} [1 - Q_{ik}(t)] dQ_{ij}(t), \quad (2)$$

де  $i, j, k$  – стан моделі експлуатації СТК,  $i = 1, 11, j = 1, 11, k = 1, 11$ .

Знаючи значення ймовірностей  $\dot{E}_{ij}$ , знайдемо ймовірність  $\dot{I}_i$  станів вкладеного марківського ланцюга досліджуваної напівмарківської моделі експлуатації АРМ (марківські ймовірності), для чого вирішимо систему рівнянь

$$\dot{I}_i = \sum_{j=1}^{11} \dot{I}_j P_{ij} \quad (3)$$

з урахуванням нормувальної умови  $\sum_{i=1}^{11} \bar{I}_i = 1$ .

Марківські ймовірності  $\bar{I}_i$  мають фізичний зміст відносного числа влучень напівмарковської моделі в  $i$ -й стан. Ймовірності не враховують часу, проведеного ЗВТ в тому чи іншому стані напівмарківської моделі, тому можуть істотно відрізнятись від істинних ймовірностей  $\bar{E}_i$ , для визначення яких необхідні значення тривалості перебування напівмарківської моделі в  $i$ -му стані.

Визначимо безумовний час перебування  $\mu_i$  напівмарківської моделі в  $i$ -му стані за формулами

$$\mu_i = \int_0^{\infty} \prod_{k=1}^{11} [1 - Q_{ik}(t)] dt, \quad (4)$$

а за ними – стаціонарні ймовірності  $\bar{E}_i$  перебування АРМ в кожному зі станів напівмарківської моделі:

$$\bar{E}_i = \mu_i \bar{I}_i / \mu, \quad (5)$$

де  $\mu = \sum_{i=1}^{11} \bar{I}_i \mu_i$  – середня тривалість перебування

АРМ в можливих станах напівмарківської моделі експлуатації між переходами.

Вираз (5) наочно показує, що марківська модель є окремим випадком напівмарківської. Так, якщо  $\mu_1 = \dots = \mu_{11} = \mu$ , то  $\bar{E}_i = \bar{I}_i$ , тобто стаціонарні ймовірності  $\bar{P}_i$  перебування АРМ в кожному зі станів напівмарківської моделі відповідають марківським ймовірностям  $\bar{P}_i$ .

Отримані співвідношення (1) – (5) дозволяють визначити значення ймовірностей  $\bar{E}_1 - \bar{E}_{11}$  знаходження АРМ в станах моделі експлуатації. Їх доцільно розраховувати чисельним методом за допомогою ЕОМ, наприклад, за допомогою пакета прикладних програм версії Matchad-2000 [10].

Запропонована напівмарківська модель експлуатації АРМ зі складу ПЛВТ (1) для визначення ймовірностей знаходження АРМ у відповідних станах

$S_1 - S_{11}$  моделі експлуатації може бути використана при розрахунку оптимальних значень параметрів експлуатації перспективної ПЛВТ.

Для визначення оптимальних значень параметрів експлуатації ПЛВТ необхідно задати значення неваріюваних параметрів експлуатації (наприклад, час напрацювання ПЛВТ на відмову, час проведення контролю параметрів ПЛВТ) та, змінюючи значення варіюваного (такого, що оптимізується) параметра (наприклад, періодичність проведення перевірки (калібрування) складових елементів АРМ), домогтися максимуму ймовірності  $\bar{P}_1$  основного стану ПЛВТ. Отрима-

не при цьому значення періодичності проведення перевірки (калібрування) складових елементів АРМ буде оптимальним. Із застосуванням напівмарківської моделі експлуатації АРМ зі складу ПЛВТ можна розробити економічну модель експлуатації ПЛВТ, яка дозволить проводити тактико-економічне обґрунтування тих чи інших операцій при проведенні метрологічного обслуговування як окремих АРМ, так і ПЛВТ.

## Висновки

Запропонована напівмарківська модель експлуатації більш повно описує процес експлуатації перспективної пересувної лабораторії вимірювальної техніки і дозволяє визначити більш точні параметри СМО ПЛВТ, що підвищить її ефективність експлуатації. Подальші дослідження необхідно спрямувати на розробку показників ефективності експлуатації перспективної ПЛВТ, які засновані на напівмарківській моделі експлуатації.

## Список літератури

1. Барзилович Е.Ю. Модели технического обслуживания сложных систем / Е.Ю. Барзилович. – М.: Высшая школа, 1982. – 231 с.
2. Маслов А.Я. Оптимизация радиоэлектронной аппаратуры / А.Я. Маслов, Л.Н. Немудрук, А.Г. Гуца. – М.: Радио и связь, 1982. – 200 с.
3. Крецук В.В. Метрологическое обеспечение эксплуатации сложных изделий / В.В. Крецук. – М.: Издательство стандартов, 1989. – 200 с.
4. Дмитриев А.К. Основы теории построения и контроля сложных систем / А.К. Дмитриев, П.А. Мальцев. – Ленинград: Энергоатомиздат, 1988. – 192 с.
5. Чинков В.Н. Математическая модель эксплуатации измерительной техники с учетом применения обменного фонда / В.Н. Чинков, А.П. Флорин // Информационные системы. – Х.: НАНУ, ПАНИ, ХВУ, 1994. – Вып. 2. – С. 32-36.
6. Демидов Б.О. Математична модель експлуатації перспективного зразка пересувної лабораторії вимірювальної техніки військового призначення / Б.О. Демидов, М.В. Борисенко // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2013. – Вып. 6(113). – С. 66-70.
7. Гриданюк В.В. Надійність промислової електроніки / В.В. Гриданюк. – К.: Техніка, 1992. – 126 с.
8. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Высшая школа, 2000. – 480 с.
9. Чинков В.Н. Основные тенденции развития цифровой измерительной техники / В.Н. Чинков // Украинский метрологический журнал. – 1996. – №2 – 3. – С. 27-30.
10. Дьяконов В.В. Matchad 2000 / В.В. Дьяконов. – СПб.: Питер, 2000. – 592 с.

Надійшла до редколегії 19.05.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.О. Демидов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭКСПЛУАТАЦИИ ПЕРСПЕКТИВНОЙ ПОДВИЖНОЙ ЛАБОРАТОРИИ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

М.В. Борисенко

В статье разработана математическая модель эксплуатации перспективной подвижной лаборатории измерительной техники, которая основана на теории полумарковских случайных процессов и теории оптимизации. Полученная

*математическая модель позволяет определить более точные параметры системы метрологического обслуживания перспективной лаборатории измерительной техники, что повысит эффективность ее эксплуатации.*

**Ключевые слова:** *подвижная лаборатория измерительной техники, метрологическое обслуживание, математическая модель.*

**MATHEMATICAL MODEL OF USE PERSPECTIVE  
MOBILE LABORATORY MEASUREMENT TECHNIQUE**

M.V. Borisenko

*We develop a mathematical model of operation promising mobile laboratory measurement technique, which is based on the theory of semi-Markov random processes and optimization theory. The resulting mathematical model allows to define more precise parameters of the metrological service promising laboratory measuring equipment that will increase the efficiency of its operation.*

**Keywords:** *mobile laboratory measuring equipment, metrological service, mathematical model.*