

УДК 681.324:621.325

Ю.В. Стасєв, Г.А. Кучук, О.О. Можєєв

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

РОЗРАХУНОК ФРАКТАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРАФІКОВИХ ПРОЦЕСІВ У СИСТЕМАХ З ПОВТОРНИМИ ЗАПИТАМИ

Проведений аналіз трафікових процесів, що виникають у широкосмугових цифрових мережах з інтеграцією служб, які допускають повторні запити, виведені вирази розрахунку фрактальної розмірності цих процесів, визначені їхні спектральні особливості та розраховані основні характеристики. На прикладі служби широкосмугової мережі промодельований фрактальний процес з повторними запитами.

*трафік, фрактальний процес, повторний запит, модель, телекомунікаційна мережа, широко-
смугова цифрова мережа з інтеграцією служб*

Вступ

Постановка задачі та аналіз літератури. Досягнення в розвитку волоконно-оптичних систем передачі, виробництві надвеликих інтегральних схем, а також розвиток нових мережевих рішень дозволили перейти до широкого втілення широкосмугових цифрових мереж з інтеграцією служб (ШЦМІС), які мають практично необмежені можливості щодо передачі великих потоків інформації. Однак, у цих умовах ефективне використання ресурсів мережі не втратило своєї **актуальності**, оскільки при реалізації потенційних можливостей мережі вимоги окремих процесів до потрібного обчислювального ресурсу суттєво збільшуються. Для залучення необхідної кількості користувачів мережа може надавати послуги з передачі різних видів інформації єдиним чином, розподіляючи обчислювальний ре-

сурс мережі на динамічній основі шляхом статистичного мультиплексування.

Проте, враховуючи флуктуаційний характер трафіка і велику територіальну ШЦМІС, заявки на обслуговування запитів мережі створюють локальні перевантаження навіть при обслуговуванні процесів, що сумарно не досягли номінальних значень. Деякі труднощі можуть бути подолані завдяки розвитку структури внутрішньомережевої організації, але хаотичний вплив чинника трафіка на параметри ШЦМІС, виникаючий внаслідок фрактального характеру трафіка, вимагає додаткових досліджень

У [1 – 4] причиною фрактальності трафікових процесів вважається інтегральний характер мереж передачі даних, які використовуються для передачі мови, цифрових даних, зображень і інших видів інформації, що представляються у формі стандартних пакетів. У деяких роботах [5, 6] фрактальність тра-

фіка намагаються пояснити тим, що час обробки вимог на обслуговування має імовірнісний розподіл з важким хвостом.

Метою даної статті є проведення аналізу трафікових процесів, що виникають у ширококутових цифрових мереж з інтеграцією служб, які допускають повторні запити, виведення виразів для розрахунку фрактальної розмірності цих процесів, визначення їхніх спектральних особливостей та проведення розрахунку основних характеристик. Для цього потрібно розглянути спосіб обчислення розмірності Хаусдорфа конкретної реалізації корельованого гаусівського випадкового процесу, провести дослідження спектральних особливостей телекомунікаційного трафіку ширококутової цифрової мережі та на прикладі служби ширококутової мережі провести моделювання фрактального процесу із повторними запитами

1. Фрактальна розмірність трафікового процесу в ширококутовій цифровій мережі

Трафік ШЦМІС описується випадковим процесом, який в загальному випадку має фрактальний характер з властивостями самоподібності і самоафінності (самоподібності при афінних перетвореннях) [5 – 6]. Дані властивості можна розглядати як широкому, так і у вузькому сенсі, тобто самоподібними будуть нестационарні випадкові процеси для яких одомірна щільність ймовірності $w(x, t)$ зберігає свій вигляд при узгодженій зміні масштабів по змінним x і t .

Наприклад, для узагальненого вінерівського процесу $w(b^{-N}x, bt) = b^{-N}w(x, t)$, де $0 < N < 2$ (при $N \neq 1/2$ маємо стандартний вінерівський процес). Якщо ж коефіцієнти при x і t в виразі щільності ймовірності є однаковими, то такий процес має властивість самоподібності [6], детальний аналіз якого при різних розмірностях самоподібних і самоафінних фракталів наведений в [7]. Проте скористатися цими результатами можна лише якщо відома величина показника Херста, яку в [7] пропонується знаходити на основі моделі генератора фрактала. Зважаючи на складність побудови подібної конструкції в деяких випадках простіше безпосередньо обчислити розмірність за визначенням.

У [8] таким чином оцінена розмірність гаусівського корельованого випадкового процесу за допомогою рішення рівняння Ланжевена першого і другого порядку. Розглянемо метод обчислення цієї розмірності істотно простішої, ніж в [7], застосовний також для обчислення самоафінної розмірності.

Розмірність Хаусдорфа множини X визначається таким чином [9].

Введемо δ -покриття множини X як

$$K(\delta) = \{X_j, j = 1, 2, \dots\},$$

де $X \subseteq \bigcup_j X_j$; $0 < \text{diam}(X_j) \leq \delta \forall j$; $\text{diam}(X_j)$ –

характерний розмір множини X .

Тоді міра Хаусдорфа s визначається як

$$K_s(X) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \left(\inf_{K(\delta)} \sum_j (\text{diam}(X_j))^s \right). \quad (1)$$

Критичне значення величини s є таким, при якому $K_s(x)$ змінює значення від нуля до нескінченності і називається хаусдорфовою розмірністю D_H множини X (одне із визначень фракталів – множини, хаусдорфова розмірність яких більше за топологічну).

При визначенні розмірності самоподібності траєкторії випадкового процесу припускається, що коефіцієнти при x і t в виразі щільності ймовірності є однаковими. Це означає, що траєкторія випадкового процесу покривається множинами, що мають однаковий характерний розмір по осях x і t , наприклад, квадратами. Тому

$$\text{diam}(X_j) = |X(t_j) - X(t_{j-1})|,$$

тобто мірою Хаусдорфа (1) є s -довжина [7]

$$K_s(X) \equiv L_s[X(t)] = \lim_{\delta \rightarrow 0} \alpha(s, \delta),$$

$$\alpha(s, \delta) = \inf \left[\sum_{j=1}^N |X(t_j) - X(t_{j-1})|^s ; |t_j - t_{j-1}| < \delta \right], \quad (2)$$

де $N = T/\delta$ – кількість інтервалів дискретизації реалізації розглядаемого випадкового процесу за час спостереження T .

Для самоафінних процесів спроба визначення «штучної» розмірності самоподібності, тобто величини, що не враховує властивостей процесу, призведе до деяких аномальних результатів [7]. В цьому випадку треба покривати траєкторію множинами, що враховують різні масштабні коефіцієнти по різних осях, наприклад прямокутниками з розміром

$$|X(t_j) - X(t_{j-1})| \times |t_j - t_{j-1}|^s.$$

Тоді $K_s(X) = \lim_{\delta \rightarrow 0} b(s, \delta)$, де

$$b(s, \delta) = \inf \left(\left(\sum_{j=1}^k |X(t_j) - X(t_{j-1})| \cdot |t_j - t_{j-1}|^s \right)^{1/2} ; |t_j - t_{j-1}|^{s/2} < \delta \right). \quad (3)$$

Розмірність D_H в обох випадках визначається як критичне значення s переходу між нулем і нескінченністю величини $\langle K_s(X) \rangle$ – усередненої за ансамблем реалізацій міри Хаусдорфа [8]. Таким чином, розрахунок самоподібної D_{Hc} і самоафінної

$D_{H\alpha}$ хаусдорфових розмірностей пов'язаний з обчисленням s -го абсолютного моменту приростів випадкового процесу.

Для гаусівського випадкового процесу $X(t)$ з нульовим математичним сподіванням і кореляційною функцією $K(t_1, t_2)$ прирости

$$\Delta X_j = X(t_j) - X(t_{j-1})$$

також мають нульове середнє і дисперсію, співпадаючи із структурною функцією процесу, тобто

$$\begin{aligned} \langle \Delta X_j^2 \rangle &= \\ &= K(t_j, t_j) + K(t_{j-1}, t_{j-1}) - 2 \cdot K(t_{j-1}, t_j) = \\ &= \Psi(t_{j-1}, t_j) \equiv \Psi_{j-1, j} \end{aligned}$$

Далі будемо розглядати лише процеси, структурна функція яких має таку локальну поведінку

$$\Psi(t, t + \delta) = A(t)\delta^\alpha + O(\delta^{\alpha+1}),$$

де $A(t)$ обмежена величиною M , а параметр α знаходиться в фіксованих межах, $0 < \alpha < 2$.

Оскільки

$$\begin{aligned} \langle |\Delta X_j|^s \rangle &= \frac{2}{\sqrt{2\pi\Psi_{j-1, j}}} \int_0^\infty y^s \exp\left(-\frac{y^2}{2\Psi_{j-1, j}}\right) dy = \\ &= \frac{2^{s/2+1}}{\sqrt{\pi}} \Gamma\left(\frac{s+1}{2}\right) \Psi_{j-1, j}^{s/2}; \\ \left\langle \sum_{j=1}^N |\Delta X_j|^s \right\rangle &= f(s) \sum_{j=1}^N \Psi_{j-1, j}^{s/2}, \end{aligned}$$

де $\Gamma(x)$ — гамма-функція, а функція $f(\cdot)$ залежить від s і не залежить від δ , то зважаючи на вираз (2) з точністю до співмножника, залежного лише від s

$$\langle \alpha(s, \delta) \rangle \sim (\delta^\alpha)^{s/2} \cdot N \sim \delta^{\alpha s/2-1}.$$

Границя цього виразу при $\delta \rightarrow 0$, що визначає $\langle K_s(X) \rangle$ в виразі (2) є скінченною лише при виконанні такої умови:

$$\alpha s_0 / 2 - 1 = 0,$$

тобто $s_0 = 2 / \alpha$.

Отже, відповідно до раніш викладеного

$$D_{H\alpha} = 2 / \alpha \quad (4)$$

Аналогічні обчислення, проведені для міри, що задається співвідношенням (3) дають такий вираз:

$$\langle b(s, \delta) \rangle \sim \delta^{\alpha/2-1/2} \cdot \delta^{s/2} \cdot N \sim \delta^{\alpha/4+s/2-1},$$

який приводить до виразу хаусдорфовой самоафінної розмірності

$$D_{H\alpha} = 2 - \alpha / 2 \quad (5)$$

Розглянемо фрактальний броунівський рух (узагальнений вінерівський процес)

$$B_H(t) = \int_0^t (t-\tau)^{H-1/2} n(\tau) d\tau, \quad (6)$$

де $n(\tau)$ — білий гаусівський шум, приріст $B_H(t)$ пропорційний згідно з виразом

$$|t_1 - t_2|^H, \quad 0 < H < 1,$$

а кореляційна функція має вигляд

$$K_H(t_1, t_2) = \frac{t_1^{2H} + t_2^{2H} - |t_1 - t_2|^{2H}}{2}$$

При $H = 1/2$ отримуємо вінерівський процес з приростом порядку $|t_1 - t_2|^{1/2}$ і кореляційною функцією

$$K_{1/2}(t_1, t_2) = [t_1 + t_2 - |t_1 - t_2|] / 2 = \min(t_1, t_2).$$

Структурна функція для $B_H(t)$ задається співвідношенням $\Psi(t_1, t_2) = |t_1 - t_2|^{2H}$.

Тому $\Psi(t, t + \delta) = \delta^{2H}$, $\delta > 0$, отже $\alpha = 2H$,

$$D_{H\alpha} = 1/H, \quad D_{H\alpha} = 1 - H \quad (7)$$

Зокрема для вінерівського процесу ($H = 1/2$) маємо загальновідомі значення, які інтерпретуються як розмірність сліду багатовимірного броунівського руху [7]: $D_{H\alpha} = 2$; $D_{H\alpha} = 3/2$.

2. Спектральні особливості Зелекомунікаційного Трафіку широкосмугової цифрової мережі

Враховуючи вирази для визначення фрактальної розмірності широкосмугової цифрової мережі, спробуємо визначити спектральні особливості її трафікового процесу. Для цього зазначимо, що швидкість передачі інформації, доступна користувачу конкретної служби широкосмугової ЦМІС, є стохастичним процесом $\xi(t)$ і має імовірнісний опис, причому через фізичні причини завжди існує обмеження максимальної швидкості передачі [10]:

$$\xi_{\max} = \max \xi(t).$$

Середня швидкість передачі інформації за час сеансу дорівнює:

$$m = M[\xi(t)] = \frac{1}{T} \int_0^T \xi(t) dt.$$

У ШЦМІС при використанні технології АТМ однієї з основних характеристик трафіка, що дозволяє оцінити необхідну пропускну спроможність ланок мережі зв'язку, є берстність або коефіцієнт пахчечності [5]:

$$B = \tau_{\max} / m$$

Проте дана характеристика не дає можливості оцінити швидкість розвитку випадкового процесу $\xi(t)$ за часом, оскільки не пов'язана з його спектральними, а, отже, кореляційними властивостями. Щоб врахувати часовий масштаб випадкової функції, відповідно до рекомендацій Міжнародної спілки електрозв'язку

(МСЕ) для опису швидкості передачі інформації введена ще одна характеристика трафіку – середній час пікової швидкості T_p . З аналізу випадкових процесів

виходить, що тривалість викиду залежить від рівня, на якому проводиться вимірювання. Обґрунтований вибір рівня вимірювань тривалості піку дозволяє однозначно визначити:

- необхідний об'єм буферної пам'яті;
- уточнити поняття еквівалентної ширини смуги бітових швидкостей передачі (ШСБШП) для класу користувачів з трафіком швидкості передачі, що змінюється;
- оцінити джиттер, тобто частоту пульсацій часу затримки.

Основні теоретичні положення базуються на теорії викидів випадкових процесів. На рис. 1 наведена реалізація випадкового процесу $\xi(t)$ тривалістю T (наприклад, тривалість сеансу зв'язку), де C – фіксований рівень; $\tau = \tau_1 + \tau_2$ – сумарна тривалість викидів; $S = S_1 + S_2$ – сумарна площа викидів.

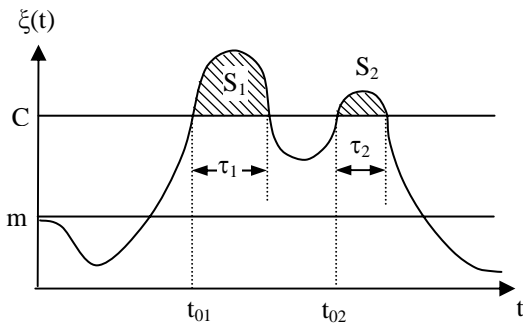


Рис. 1. Приклад реалізації випадкового процесу $\xi(t)$

Реальні випадкові процеси є безперервними функціями часу з обмеженим спектром через інерційні властивості як самого джерела повідомлення, так і пристроїв обробки, що діють як фільтр нижніх частот. Зокрема, такі поняття, як короткі і тривалі повідомлення і паузи між ними, є відносними і залежать від швидкодії засобів реалізації системи комутації. Джерело трафіка вважається пульсуючим, якщо сумарний час на встановлення і роз'єднання наскрізного каналу менше інтервалу появи наступного повідомлення. Це дає підставу надалі при виведенні основних формул користуватися параболічною апроксимацією. Такі функції мають кінцеве число максимумів і мінімумів на обмеженому інтервалі часу T .

Реалізація процесу $\xi(t)$ може кілька разів перетинати рівень від низу до верху (з позитивною похідною). Число таких перетинів відповідає числу позитивних викидів випадкового процесу над рівнем C , для якого існує достатньо строгий математичний вираз [3]:

$$N^+(C, T) = \int_0^T dt \int_0^\infty \xi' P(C, \xi'; t) d\xi', \quad (8)$$

де штрих визначає диференціювання по t .

Для стаціонарних випадкових процесів формула (8) значно спрощується:

$$N^+(C, T) = P(C) \int_0^\infty \xi' P(\xi') d\xi', \quad (9)$$

Вираз (9) дозволяє визначити середнє число викидів для довільного закону розподілу випадкового процесу $\xi(t)$.

Якщо гаусів процес є стаціонарним, то середнє значення повного числа перетинів процесом рівня C в одиницю часу складе

$$N(C) = \frac{1}{\pi} \sqrt{-\rho_0''} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{c-m}{\sigma} \right)^2 \right], \quad (10)$$

де ρ_0'' – друга похідна від коефіцієнта кореляції; σ – середньоквадратичне відхилення.

При достатньо високих рівнях $C \gg 0$ переважна частина викидів має малу тривалість і дорівнює числу максимумів, що перевищують рівень C . Плавний випадковий процес $\xi(t)$, що змінюється (якщо він є диференцуючим), в невеликій околиці максимуму можна апроксимувати параболою.

Нехай t_0 – момент часу початку розглядаємого позитивного викиду, тобто

$$\xi(t_0) = C, \quad \xi'(t_0) > 0.$$

Розкладемо функцію $\xi(t)$ в ряд Тейлора в околиці точки t_0 і обмежимося квадратичним членом ряду:

$$\xi(t) = \xi(t_0) + \xi'(t_0)(t-t_0) + \frac{1}{2} \xi''(t_0)(t-t_0)^2. \quad (11)$$

Враховуючи, що

$$\xi(t_0) = \xi(t_0 + \tau) = C,$$

одержуємо:

$$\tau = -\frac{2\xi'(t_0)}{\xi''(t_0)}. \quad (12)$$

Таким чином, завдання зводиться до обчислення сумісної щільності ймовірності $W_0(\xi_0', \xi_0'')$ початкових похідних.

Застосовуючи одержані співвідношення до нормального стаціонарного процесу з функцією кореляції $K(\tau) = \sigma^2 r(\tau)$, знайдемо щільність ймовірності тривалості викидів при високих позитивних рівнях C :

$$P(\tau, C) = \frac{1}{12\sqrt{\pi}} (-\rho_0'') \frac{C\tau}{\sigma} \exp \left[-\frac{1}{8} (-\rho_0'') \frac{C^2 \tau^2}{\sigma^2} \right]. \quad (13)$$

Параболічна апроксимація форми викидів дозволяє знайти розподіл викидів за площею:

$$S = \int_{t_0}^{t_0+\tau} [\xi(t) - C] dt. \quad (14)$$

З урахуванням виразу (4)

$$S = \frac{2}{3} (\xi'_0)^3 (\xi''_0)^2. \quad (15)$$

При відомій сумісній щільності ймовірності $W_0(\xi'_0, \xi''_0)$ для першої і другої похідних у момент початку позитивного викиду на рівні C щільність ймовірності розподілу викидів за площею складе:

$$P(S, C) = \frac{1}{3} \lambda^{2/3} S^{-1/3} \exp\left[-\frac{1}{2}(\lambda S)^{2/3}\right], \quad (16)$$

де $\lambda = \frac{2}{3} \frac{C^2}{\sigma^3} \sqrt{-\rho''_0}; C \gg \sigma. \quad (17)$

Одержана формула (16) надзвичайно важлива, оскільки площу викиду можна розглядати як об'єм буферної пам'яті в вузлах комутації, необхідний для того, щоб уникнути втрати пакетів при відсутності необхідного обчислювального ресурсу (рівень C в цьому випадку визначає доступну швидкість передачі). Затримані в пам'яті пакети можуть бути передані в моменти зниження інтенсивності трафіка нижче вказаного рівня, причому допустимий час затримки, очевидно, визначиться з вимог часової прозорості мережі, що гарантує встановлену якість обслуговування абонента, який користується послугами відповідної служби.

Проведемо детальніший аналіз формули (16). Залежність розподілу площі S викидів нормального стаціонарного процесу над рівнем C надана на рис. 2.

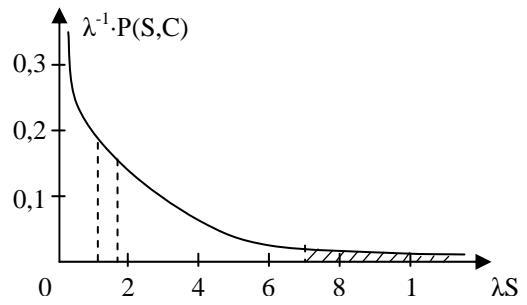


Рис. 2. Розподіл площі викидів

Визначимо середнє значення площі викиду.

$$S_{cp} = [MP(C, S)] = \int_0^\infty S \lambda^{2/3} S^{-1/3} \exp\left[-\frac{1}{2}(\lambda S)^{2/3}\right] ds = \frac{1}{3} \lambda^{2/3} \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} \lambda^{2/3}\right)^{-5/2} \Gamma\left(\frac{5}{2}\right) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \frac{3}{\lambda},$$

або із врахуванням (17)

$$S_{cp} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{9\sigma^3}{2C^2 \sqrt{-\rho''_0}}. \quad (18)$$

Середнє значення тривалості викиду, що визначає додаткову затримку із-за зберігання надмірних осередків в буферній пам'яті дорівнює

$$\tau_{cp} = \frac{2\pi\sigma}{C \sqrt{-\rho''_0}}. \quad (19)$$

Як конкретні вирази для $\rho(\tau)$ прийемо найбільш поширені коефіцієнти кореляції. Для широко-смугових процесів вони наведені в табл. 1.

Таблиця 1

Аналіз найбільш поширених коефіцієнтів кореляції

№ з/п	Коефіцієнт кореляції $\rho(t) = \int_0^\infty S(t) \cos(2\pi f/\tau) df$	$-\rho''_0$	Частотний спектр коефіцієнта кореляції $S(f) = 2 \int_0^\infty \rho(\tau) \cos(2\pi f/\tau) d\tau$	Δf_e	$\sqrt{-\rho''_0}$
1	$(1 + \alpha \tau) \exp(-\alpha \tau)$	α^2	$4\alpha^3 / (\alpha^2 + (2\pi f)^2)^2$	$\alpha / 8$	$8\Delta f_e$
2	$\exp(-\alpha\tau^2)$	2α	$\sqrt{\pi/\alpha} \exp(-\pi^2 f^2/\alpha)$	$0,5 \cdot \sqrt{\alpha/\pi}$	$3,54\Delta f_e$
3	$[1 + \alpha \tau] + \frac{1}{3}(\alpha\tau)^2 \exp(-\alpha \tau)$	$\frac{1}{3}\alpha^2$	$16\alpha^5/3 / (\alpha^2 + (2\pi f)^2)^3$	$(3/32)\alpha$	$6,02\Delta f_e$
4	$(1 + (\alpha\tau)^2)^{-1}$	$2\alpha^2$	$(\pi/\alpha) \cdot \exp(-2\pi f/\alpha)$	$(1/(2\pi))\alpha$	$8,85\Delta f_e$
5	$\operatorname{sech}(\alpha\tau)$	α^2	$(\pi/2) \cdot \operatorname{sech}(\pi^2 f/\alpha)$	$(1/(2\pi))\alpha$	$6,28\Delta f_e$

Примітка: Δf_e - ефективна смуга частотного спектру трафіка.

У даній таблиці, наприклад, коефіцієнт кореляції рядка 2 найчастіше використовується при аналізі телевізійних зображень і, отже відповідає трафіку телевізійного сигналу.

Вирази (10), (13), (16) з урахуванням табл. 1 приймають такий вигляд:

$$N(C) = A\Delta f_e \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(C-m)^2}{\sigma^2}\right]; \quad (20)$$

$$P(\tau, C) = \frac{1}{3\sqrt{\pi}} B\Delta f_e^2 \frac{C^2 \tau^2}{\sigma^2} \exp\left[-\frac{1}{2} B\Delta f_e^2 \frac{C^2 \tau^2}{\sigma^2}\right]; \quad (21)$$

$$\lambda = D \frac{C^2}{\sigma^3} \Delta f_e \quad (22)$$

Значення констант A, B, D залежно від виду функції кореляції міняються в наступних межах: A = 1,13...2,82; B = 0,05...0,30; D = 2,36...5,9

Комбінацією виразів(18) та (19) можна знайти співвідношення між тривалістю і площею викиду:

$$S_{cp} = \frac{9}{4} \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \frac{\sigma^2}{C} \tau_{cp} \quad (23)$$

Якщо S_{cp} ототожнювати з необхідним об'ємом буферної пам'яті, то вираз середнього об'єму пам'яті через середній час піку має таку залежність:

$$\bar{S}_6 = \frac{9}{4} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma^2}{C} \tau_{cp} = \frac{9}{4} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sigma^2}{C} T_p \quad (24)$$

Проте на практиці навряд чи доцільно пов'язувати необхідний об'єм буферної пам'яті з середнім значенням площі викиду, оскільки це посилює вимоги до системи зв'язку.

Рівень обмеження $C = C_n$ можна вибрати таким, щоб площа викиду з ймовірністю P_0 не перевищувала задану величину S_n , сумісну з наявними ресурсами мережі.

На рис. 2 значення нижньої межі заштрихованої області визначимо як $(\lambda S)_n$ – ймовірність появи викиду з площею, що перевищує задану величину. Отже

$$P_0(S) = P(S \leq S_n) = 1 - \int_{+S_n}^{\infty} P(S, C) ds = 1 - \exp\left(-\frac{1}{3} \lambda^{2/3} S_n^{2/3}\right), \quad (25)$$

де λ визначається формулою (15).

Криві залежності (18) при $\lambda = \text{Const}$ представлені на рис. 3.

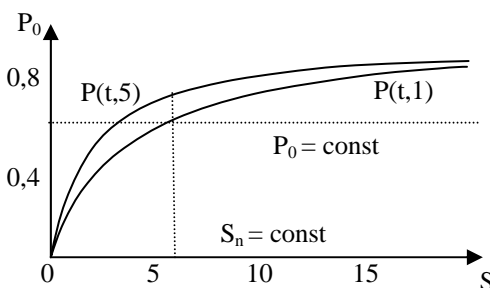


Рис. 3. Залежність ймовірності P_0 від площі викиду

Вони дозволяють обчислити поріг C_n , що визначає допустиму швидкість передачі для кожної служби широкосмугової цифрової мережі, задаючись значеннями ρ_0 і S_n , по яких параметр λ_n визначається однозначно згідно із таким виразом:

$$C_n = \sqrt{\frac{\lambda_n \sigma^3}{D \Delta f_e}} \quad (26)$$

При цьому поріг відлічується від середнього значення трафіка, тобто

$$C_n = C - m$$

і відповідає геометричному місцю точок кривої (25), що проходить через точку перетину прямих $P_0 = \text{Const}$ і $S_n = \text{Const}$.

3. Моделювання системи передачі з повторними запитами

Спираючись на отримані у підрозділах 1 та 2 результатах, проведемо дослідження фрактальних властивостей трафіка систем з повторними запитами на прикладі окремої служби ШЦМІС, яку структурно можна розглядати як сукупність радіотехнічної підсистеми передачі службової інформації (що забезпечує реєстрацію і з'єднання користувачів) і підсистеми обслуговування запитів (забезпечення розмови). Розглянемо модель, що описує взаємодію цих підсистем.

Зважаючи на наявність шумів в радіоканалі радіотехнічна підсистема передачі службової інформації є схильною до помилок. Їхні ймовірнісні характеристики при визначених припущеннях визначаються відношенням сигнал-шум і прийнятим способом кодування службового повідомлення (кодограми). Помилки при передачі кодограми приводять до виникнення повторних запитів на обслуговування в підсистему масового обслуговування. Запити повинні реєструватися і обслуговуватися, тому повторні запити виникають також у зв'язку із зайнятістю пристрою реєстрації, який надалі будемо вважати одноканальним [11].

Структура даної підсистеми передачі службової інформації представлена на рис. 4.

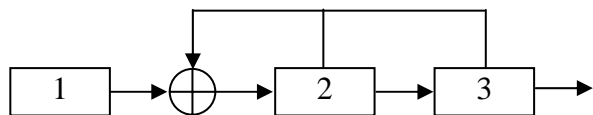


Рис. 4. Схема передачі службової інформації:
1 – джерело запитів на обслуговування (навантаження),
2 – приймач службової інформації, 3 – одноканальний пристрій реєстрації запитів на обслуговування

У схемі рис. 1 вважається, що джерело генерує пуассонівський потік первинних запитів з інтенсивністю λ , якій обслуговується пристроєм реєстрації випадковий час, розподілений за експоненціальним законом із параметром, рівним одиниці ($\mu = 1$). Якщо пристрій реєстрації зайнятий, то виникають повторні запити на обслуговування. Для опису поведінки абонента при відмові в обслуговуванні використовуємо модель абсолютно наполегливого користувача, що повторює запит до тих пір, поки його не буде обслуговано. Тоді кількість повторних запи-

тів в одиницю часу задається співвідношенням $Y = Y_1 \cdot Y_2$, де Y_1 – число джерел повторних запитів, а Y_2 – число запитів в одиницю часу, створюваних одним джерелом, що генерує пуассонівський потік із інтенсивністю ν . Число повторних запитів у момент часу t задається співвідношенням

$$Z(t) = \int_0^t Y(t-\tau) d\tau \quad (27)$$

Для системи, представленої на рис. 1, можуть бути отримані динамічні рівняння для часової залежності середньої (за ансамблем) кількості обслужених $x(t)$ і повторних $y(t)$ запитів в одиницю часу. Опишемо стисло спосіб отримання рівнянь. На основі рівнянь для перехідної ймовірності [12] виводяться закони збереження середніх значень кількості обслужених і повторних запитів, що дозволяє одержати такі співвідношення для пустої системи

$$\begin{aligned} \dot{x} &= q\lambda + \nu y - x - (1+\nu) \left(\frac{x^2}{1-x} + \frac{p}{q} x \right); \\ y &= -\nu y + (1+\nu) \left(\frac{x^2}{1-x} + \frac{p}{q} x \right); \\ x(0) &= 0, y(0) = 0, \end{aligned} \quad (28)$$

де p — ймовірність помилок при передачі службового повідомлення $q=1-p$, λ і ν — інтенсивність потоку первинних і повторних запитів, а середній час обслуговування запиту вважається рівним одиниці ($\mu=1$). Стационарне рішення цієї системи рівнянь має такий вигляд:

$$x_0 = q\lambda; \quad y_0 = \frac{\nu+1}{\nu} \left(\frac{q^2 \lambda^2}{1-q\lambda} + p\lambda \right).$$

Дослідження системи (28) показали, що при $p \neq 0$ вона має єдину стационарну точку — стійкий вузол в точці (x_0, y_0) при $0 < \lambda < 1$, $0 < \nu < \infty$. З результатів дослідження (28) витікає, що характерні часи збіжності до стійкого стану рівноваги суттєво розрізняються для $x(t)$ і $y(t)$ (на 1-2 порядки). Таким чином, якщо стационарний стан обслуженого навантаження $x(t)$ досягається достатньо швидко, то «черга» з повторних запитів довго перебуває в нерівноважному стані. Слід зазначити, що співвідношення (28) достатньо просто можуть бути узагальнені для довільного розподілу часу обслуговування запитів і довільного типу поведінки наполегливого користувача.

Аналіз залежностей $x(t)$ і $y(t)$ в подвійному логарифмічному масштабі при $x < 0,5$ дозволяє використовувати такі наближені вирази:

$$x(t) \sim t^\beta (\beta \sim 1); \quad y(t) \sim t^\alpha (\alpha \sim 3).$$

Оцінимо фрактальну розмірність процесу $Z(t)$ (27) при високій інтенсивності потоку запитів, що надходять. Оскільки кожне джерело повторних запитів генерує пуассонівський потік з інтенсивністю ν , то залежність числа запитів від часу описується пуассонівським процесом. При великих інтенсивностях він апроксимується дифузійним вінерівським процесом. Тому число запитів за малий інтервал часу (прирости вінерівського процесу) є гаусів білий шум і, отже, в даному наближенні

$$Y_2(t) = n(t).$$

У зв'язку з суттєвою відмінністю характерних часів зміни процесів $Y_1(t)$ і $Y_2(t)$ у (27) можна приблизно замінити $Y_1(t)$ на середню кількість $\langle Y_1(t) \rangle$ джерел запитів, що поступають, у момент t . Тому через стационарність $n(t)$ співвідношення (27) може бути записано у вигляді інтеграла Дюамеля:

$$Z(t) = \int_0^t h(t-\tau) n(\tau) d\tau; \quad h(t) = \langle Y_1(t) \rangle,$$

де $n(t)$ — імпульсна характеристика. Рішення системи рівнянь (28) визначають перехідні процеси пустої системи, однак по них можна оцінити і характеристики перехідного процесу в непустій системі. Насправді, середнє число повторних запитів у момент часу t зростає пропорційно $y(t)$ і убуває як $x(t)$ (за рахунок зростання числа обслужених запитів), тобто пропорційно $t^{\alpha-\beta}$. Тому середнє число повторних запитів в одиницю часу (похідна) задає перехідну характеристику системи $g(t) \sim t^{\alpha-\beta-1}$. Оскільки $h(t) = g'(t)$, то остаточно одержимо вираз, що визначає модель числа повторних запитів у момент часу t на основі характеристик рішення системи рівнянь (28) в умовах високої інтенсивності потоку запитів, що поступають.

$$Z(t) = \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-\beta-2} n(\tau) d\tau. \quad (29)$$

Відповідно до (10) $Z(t)$ є процесом фрактального броунівського руху (6) з показником Херста

$$H = \alpha - \beta - 3/2 \quad (30)$$

і хаусдорфовою самоафінною розмірністю

$$D_{Ha} = 2 - H.$$

Система рівнянь (28) може бути розв'язана чисельно.

Наприклад при $\lambda = 0,75$, $\nu = 10$, $\mu = 1$, отримуємо такі результати:

$$\alpha \approx 2,86, \quad \beta \approx 0,96, \quad H \approx 0,4.$$

Висновки

У статті наведено метод виявлення та розрахунку фрактальної розмірності трафікового процесу в ширококутовій цифровій мережі. Встановлений зв'язок між спектральними властивостями трафіку і основними параметрами Ш-ЦМІС, рекомендованими МСЕ. На основі теорії викидів випадкових процесів одержані основні розрахункові співвідношення для класів трафіка, що представляється у вигляді стаціонарного нормального випадкового процесу з відомими середніми значеннями (дисперсією σ^2 і математичним сподіванням m) і функцією кореляції.

Виведені співвідношення для середнього числа викидів в одиницю часу, середніх значень тривалості викиду і його площі дозволяють оцінити допустимі межі часової і семантичної прозорості мережі. Отримані результати можуть бути використані для визначення допустимої швидкості передачі в режимі, не орієнтованому на з'єднання при неспецифікованій бітовій швидкості передачі, використовуючи для цих цілей наявні ресурси.

З використанням виведених результатів та співвідношень показано, що система з повторними запитами і одноканальним пристроєм обслуговування має фрактальний трафік з показником Херста $H \neq 0,5$ навіть при виконанні класичних припущень про експоненціальність розподілу часу обслуговування вимог і пуассонівському вхідному потоці однотипних вимог.

Напрямок подальших досліджень є розробка імітаційної моделі проаналізованої системи на основі запропонованих теоретичних результатів

Список літератури

1. Leland W., Taqqu M., Willinger W. *On the self-similar nature of IP-traffic* // *IEEE/ACM Transactions on Networking*. – 1997. – № 3. – P. 423-431.

2. Фрактальный анализ процессов, структур и сигналов: Коллективная монография // Г.А. Кучук, А.А. Можяев, Р.Э. Пащенко и др. – Х.: ЭкоПерспектива, 2006. – 360 с.

3. Кучук Г.А. *Управління трафіком мультисервісної розподіленої телекомунікаційної мережі* // *Системи управління, навігації та зв'язку*. – К.: ЦНДІ НІУ, 2007. – Вип. 2. – С. 18-27.

4. Можяев О.О. *Моделирование трафика телекоммуникационных сетей на базе масштабной инвариантности* // *Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил*. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вип. 6 (12). – С. 79-82.

5. Кучук Г.А., Гахов Р.П., Пашнев А.А. *Управление ресурсами инфотелекоммуникаций*. – М.: Физматлит, 2006. – 220 с.

6. Tutschku K., Leskien T., Tran-Gia P. *Traffic estimation and characterization for the design of mobile communication networks* // *COST257TD (97) 47*. – 1997. – P. 332-339.

7. Ромашкова О.Н. *Обработка пакетной нагрузки в информационных сетях*. – М.: МИИТ, 2001. – 244 с.

8. Можяев А.А. *Оценка достоверности определения параметров телекоммуникационного трафика* // *Системи обробки інформації*. – Х.: ХУ ПС, 2006. – Вип. 9 (58). – С. 53-55.

9. Кучук Г.А., Можяев А.А. *Прогнозирование трафика для управления перегрузками интегрированной телекоммуникационной сети* // *Радиоэлектронні і комп'ютерні системи*. – 2007. – № 8 (27). – С. 261-271.

10. Mouly M., Pautet M.-B. *The GSM System for Mobile Communication* // *Elisee Reclus, F-91120. – Palaiseau, France, 1992. – P. 112-126.*

11. Jain A.K., Dubes R.C. *Algorithms for Clustering Data*. – Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1988. – 456 p.

12. Willinger W., Taqqu M.S., Sherman R., Wilson D.V. *Self-Similarity Through High-Variability: Statistical Analysis of Ethernet LAN Traffic at the Source Level* // *ACM SIGCOMM'91*. – 1991. – P. 149-157.

Надійшла до редколегії 5.12.2007

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.І. Стрелков, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.