

Моделювання в економіці, організація виробництва та управління проектами

УДК 691.396.669

Н.С. Антоненко

Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ ПЕТРИ ДЛЯ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА ПЛАНОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЦИКЛОВ ПРОИЗВОДСТВА

Проанализированы особенности применения метода имитационного моделирования с использованием стохастических сетей Петри для оценки качества планов технологических циклов производства. Предложен и проведен модельный эксперимент с применением имитационного моделирования процесса реализации технологических циклов производства, в котором использовались стохастико-детерминированные временные сети Петри.

Ключевые слова: стохастические сети Петри, технологический цикл производства, имитационное моделирование, вероятностные характеристики.

Введение

Постановка проблемы. Процесс управления конкретным технологическим процессом можно представить как временную последовательность технологических циклов производства (ТЦП). Каждый ТЦП содержит всю необходимую совокупность операций, которые выполняются рабочим персоналом. Каждая операция привязана ко времени выполнения ("временному окну") и рабочему месту оператора (заданному оборудованию, средству). При формировании технологических графиков управления и плана работы предприятия (цеха, участка и т.п.) продолжительности всех операций считаются детерминированными. Исходя из этого, рассчитываются и временные параметры сетевого графика. В то же время, продолжительности многих операций (особенно тех, выполнение которых связано с действиями персонала, либо с вероятностным характером функционирования оборудования и аппаратуры) представляют собой случайные величины, распределенные по некоторому закону. Поэтому необходимо произвести переход от детерминированной сетевой модели к рассмотрению стохастической сетевой модели процесса выполнения ТЦП, что можно достичь построением модели в виде одной из разновидностей стохастических сетей Петри (СП).

В стохастических сетевых моделях длительности всех операций (работ) t_i представляют собой случайные величины, распределенные по некоторому закону (как правило, это одно из следующих распределений: равномерное, нормальное, экспоненциальное, β -распределение).

Используя значения математического ожидания $M(t_i)$ и дисперсии $\sigma^2(t_i)$ времени выполнения каждой операции, и полагая случайные длительности операций в каждом пути независимыми, можно рассчитать математическое ожидание $M(L_k)$ и дисперсию $\sigma^2(L_k)$ каждого пути сетевой модели путем простого суммирования соответственно математических ожиданий и дисперсий длительностей операций данного пути. Опираясь на центральную предельную теорему теории вероятностей, обычно предполагают, что длительности путей подчинены нормальному закону (это предположение справедливо, если число работ, входящих в путь, достаточно велико). Тем самым при знании $M(L_k)$ и $\sigma^2(L_k)$ полностью определяются вероятностные характеристики пути.

Знание вероятностных характеристик каждого пути в сетевой модели плана ТЦП в общем случае не дает возможности определить вероятностные характеристики и другие параметры сетевого плана, так как действие вероятностного механизма таково, что любой путь может оказаться критическим с большей или меньшей вероятностью.

Анализ последних исследований и публикаций. В настоящее время для определения характеристик стохастического сетевого плана проведения ТЦП используется приближенный аналитический метод [1 – 3]. Этот метод предполагает нахождение вероятностных характеристик при расчете стохастического сетевого плана ТЦП производить в виде детерминированной модели, в которой в качестве

длительностей операций и путей выступают соответствующие математические ожидания. Соответственно, за условно критический путь принимается путь, у которого математическое ожидание максимально. Далее, так как дисперсия этого пути известна, возможно рассчитать вероятность не превышения длительности данного пути $t_{кр}$ величины заданного срока $T_{зад}$.

Поскольку в действительности критический путь может не совпадать с путем, для которого математическое ожидание максимально, величина $P(t_{кр} < T_{зад})$ дает лишь некоторую оценку вероятности того, что критический путь не превысит заданный срок. Эта оценка позволяет исключить из рассмотрения явно неприемлемые планы. Однако, при оптимизации плана ТЦП по критерию оптимального быстродействия, данная оценка может оказаться слишком грубой. В особенности, если существует несколько путей близких к критическому по значению математического ожидания или (и) превосходящих по значению дисперсии, и, естественно, не может быть использована при расчете эффективности того или иного технологического процесса.

Таким образом, целью статьи является применение метода имитационного моделирования с использованием стохастических сетей Петри для оценки качества планов технологических циклов производства.

Изложение основного материала

Пусть для выполнения какого-либо ТЦП (момент Z) требуется окончание некоторого множества операций, которое при составлении оптимального по быстродействию плана удалось представить в виде n параллельно выполняемых технологических цепочек $L_{кр_i}$. Моменты окончания выполнения этих цепочек X_1, X_2, \dots, X_n независимы и имеют плотности $f_1(x_1), f_2(x_2), \dots, f_n(x_n)$. Тогда случайная величина $Z = \max_{i=1, n} X_i$ будет иметь следующую функцию распределения:

$$G(z) = P\{Z < z\} = \prod_{i=1}^n F_i(z),$$

$$\text{где } F_i(z) = \int_{-\infty}^z f_i(x_i) dx_i \quad (i = \overline{1, n}).$$

Дифференцируя, получаем сумму произведений производных отдельных функций распределения $F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)$ на произведения всех остальных функций, кроме той, которая продифференцирована. Таким образом, плотность распределения случайной величины Z можно записать в виде:

$$g(z) = \sum_{j=1}^n \frac{f_j(z)}{F_j(z)} \prod_{i=1}^n F_i(z).$$

Математическое ожидание случайной величины Z :

$$m_z = \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} x_i f_i(x_i) \prod_{\substack{1 \leq j \leq n \\ i \neq j}} F_j(x_i) dx_i.$$

Дисперсия $D_z = M[Z^2] - m_z^2$, где

$$M[Z^2] = \sum_{i=1}^n \int_{-\infty}^{\infty} x_i^2 f_i(x_i) \prod_{\substack{1 \leq j \leq n \\ i \neq j}} F_j(x_i) dx_i.$$

Приведенные выражения можно применить для более строгого аналитического решения задачи определения характеристик стохастического сетевого плана проведения ТЦП. Но их применение требует наличия определенных условий, основными из которых являются: независимость операций в различных технологических цепочках, возможность получения точных функций распределения (плотности) вероятностей каждой технологической цепочки.

Таким образом, применение аналитического аппарата в качестве точного инструмента исследования стохастических сетевых моделей ТЦП нецелесообразно и достаточно сложно, с одной стороны, в силу специфики самого процесса проведения ТЦП (большое число параметров и критериев оценки), а с другой стороны – возросшими возможностями средств имитационного моделирования (как технических, так и программных). Поэтому полное решение задачи определения характеристик стохастического сетевого планирования ТЦП требует привлечения имитационной сетевой модели.

Для описания стохастической модели процесса выполнения ТЦП предлагается использовать стохастическое расширение СП [2,5,6] – стохастическо-детерминированные сети Петри (СДСП). СДСП называется такая сеть Петри, в которой каждому переходу может быть поставлена в соответствие временная переменная, являющаяся детерминированной или случайной величиной, распределенной по определенному закону, а также стохастическая переменная, влияющая на изменение структуры в соответствии со случайным выбором.

Математической моделью СДСП служит набор вида

$$S = \{P, T, F, H, GD, GV, GS, \mu_0\},$$

где $P = \{p_0, p_1, \dots, p_n\}$ – конечное множество позиций;

$T = \{t_0, t_1, \dots, t_m\}$ – конечное множество переходов;

$F : P \times T \rightarrow \{0,1\}$ – функция предшествования множества позиций P и переходов T ;

$H : T \times P \rightarrow \{0;1\}$ - функция следования множества позиций P и переходов T ;

$GD : T \times RD$ - функция соответствия между множеством переходов T и множеством детерминированных величин времени RD ;

$GV : T \times RV = f(Z_v)$ функция соответствия между множеством переходов T и множеством стохастических величин времени RV , распределенных по случайному закону Z_v ;

$GS : T \times RS = f(Z_s)$ - функция соответствия между множеством переходов T и множеством стохастических величин структуры RS , распределенных по случайному закону Z_s ;

μ_0 - начальная маркировка;

$$P \cup T = \emptyset; P \cap T = \emptyset .$$

Для каждой операции (а, следовательно, для каждого перехода, соответствующего времени выполнения операции), кроме детерминированной RD или стохастической величины времени RV , ставится в соответствие вектор переменных RS_i с двумя компонентами: r_i (вероятность выполнения i -й операции) и $s_i = 1 - r_i$, значения которых принадлежат интервалу $[0; 1]$.

Динамика процесса отражается распространением меток по всем позициям сети, соответствующим условиям успешного выполнения операций, согласно правилам для детерминированных сетей со следующими особенностями.

Запуск разрешенного к срабатыванию перехода t_i и помещение фишки соответствующего веса в выходную позицию перехода происходит в случае выполнения условия

$$D_i \leq r_i = f_i(Z_s), \quad (1)$$

где D_i - величина, распределенная на $[0; 1]$ по случайному закону Z_s .

В случае невыполнения неравенства (1) процесс реализации операции повторяется до k_i^{\max} раз (где k_i^{\max} - максимальное число повторений i -й операции, определяемое "временным окном" для проведения операции и ее вероятностными характеристиками). В выходную позицию i -го перехода помещается фишка, вес которой определяется по формуле

$$w_i = \max_{j \in F_i} w_j + k_i \cdot R_i,$$

где F_i - множество входных позиций i -го перехода, k_i - число повторений i -й операции ($1 \leq k_i \leq k_i^{\max}$), R_i -детерминированная RD_i либо стохастическая RV_i величина времени срабатывания i -го перехода (соответствует времени выполнения i -й операции).

Для описания и моделирования процесса выполнения ТЦП с помощью аппарата СДСП необходимо в дополнение к обычным исходным данным для детерминированных СП, представить следующие исходные данные:

- вектор $T^{\text{доп}}$, включающий номера тех переходов, по которым необходимо получить статистическую информацию;

- вектор детерминированных времен срабатывания переходов $T^{\text{дет}}$, куда записываются временные переменные, соответствующие детерминированным величинам срабатывания переходов (детерминированные величины длительностей операций и времен ожиданий);

- вектор характеристик видов законов времен операций $V^{\text{звб}} = \{v_1^{\text{звб}}, \dots, v_q^{\text{звб}}\}$. Если i -я операция имеет детерминированное время выполнения, то $v_i^{\text{звб}} = 0$, если же времени выполнения i -й операции соответствует стохастическая переменная, то компоненте $v_i^{\text{звб}}$ ставится в соответствие цифра, характеризующая определенный вид закона распределения;

- матрицу случайных параметров времен операций $V^{\text{слп}}$, в которой для различных законов распределения длительностей операций описываются параметры, необходимые для работы генератора случайных чисел и реализации заданного распределения;

- вектор вероятностей выполнения операций $V^{\text{вво}} = \{r_1, \dots, r_q\}$.

В процессе имитационного моделирования будем использовать случайные величины, имеющие следующие виды распределений: равномерное, нормальное, экспоненциальное, β -распределение. Равномерное, нормальное и β -распределение служат для задания длительностей операций, а экспоненциальное – для формирования потока отказов [7 – 9].

Также в процессе стохастического моделирования процесса выполнения ТЦП необходимо учитывать вероятность выполнения отдельных операций.

Необходимое число реализаций n имитационной модели можно определить по формуле

$$n \geq \left(\Phi^{-1}(P/2) / 2\varepsilon \right)^2,$$

где ε - точность, P – доверительная вероятность.

Однако последняя формула получена в расчете на наихудший случай, когда, например искомая вероятность не превышения времени выполнения ТЦП заданного времени $p = 1 - p = q = 0,5$. Количество необходимых опытов можно значительно уменьшить следующим образом. Вначале провести

сравнительно небольшое количество опытов n^* (например, $n^* = 300$). Затем оценить значения \tilde{p} и \tilde{q} , определить необходимое количество опытов n , и при $n > n^*$, провести оставшееся количество опытов. Таким образом, процесс оценки качества плана проведения ТЦП может быть представлен в виде последовательности следующих этапов.

Этап 1. Ввод исходных данных (порядок выполнения операций, законы распределения длительностей операций, "временные окна" и т.д.).

Этап 2. В соответствии с заданными законами распределения генерируются длительности операций. Сетевой план рассматривается как детерминированный, но с учетом вероятностей выполнения отдельных операций. Рассчитываются все необходимые характеристики.

Второй этап повторяется n^* раз. Затем рассчитывается необходимое количество реализаций модели, после чего, при необходимости второй этап повторяется до накопления статистического материала требуемого объема.

Этап 3. Обработка данных, расчет вероятностных характеристик всего плана в целом, выдача результатов.

Выводы

Таким образом, аппарат СДСП является эффективным средством моделирования процесса реализации ТЦП с учетом параллельно-синхронного выполнения операций со случайной длительностью. Возможность по случайным законам менять структуру модели ТЦП и время выполнения операций позволяет с достаточно высокой степенью адекватности описывать реально проводимые ТЦП. Модели, описанные с помощью СДСП, имеют возможность учета большого количества параметров, влияющих на эффективность функционирования всего производственного предприятия в целом.

Проведенный модельный эксперимент показал, что применение имитационного моделирования процесса реализации ТЦП с использованием стохастико-детерминированных временных сетей Петри позволяет получать более точные характеристики оценки качества различных планов проведения ТЦП, что позволит повысить эффективность планирования ТЦП с учетом стохастической длительности операций.

Список литературы

1. Филипс Д. Методы анализа сетей: Пер. с англ. / Д. Филипс, А. Гарсиа-Диас. – М.: Мир, 1984. – 496 с.
2. Котов В.Е. Сети Петри / В.Е. Котов. – М.: Наука, 1984. – 160 с.
3. Ачасова С.М. Корректность параллельных вычислительных процессов / С.М. Ачасова, О.Л. Бандман. – Н-ск.: Наука, 1990. – 253 с.
4. Слепцов А.И. Автоматизация проектирования управляющих систем гибких автоматизированных производств / А.И. Слепцов, А.А. Юрасов Под ред. Б.Н. Малиновского. – К.: Техніка, 1986. – 160 с.
5. Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем / Дж. Питерсон. – М.: Мир, 1984. – 264 с.
6. Вальковский В.А. Потокосовые вычислительные системы / В.А. Вальковский, И.Б. Вирбицкайте // Системная информатика. Вып. 2. – Новосибирск: Наука, 1993. – 247 с.
7. Virbitskaite I. An observations emetics for timed event structures / I. Virbitskaite // Lect. Notes Comput. Sci. – 2001. – Vol. 2244. – P. 215–225.
8. Вирбицкайте И.Б. Сети Петри: модификации и расширения. Уч. пос. / И.Б. Вирбицкайте. – НГУ, 2005. – 126 с.
9. Rozenberg, J. Engelfriet. Elementary net systems / Rozenberg, J. Engelfriet // Lect. Notes Comput. Sci. – 1998. – Vol. 1491. – P. 12–121.

Поступила в редколлегию 23.06.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.И. Барсов, Украинская инженерно-педагогическая академия, Харьков.

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ІМІТАЦІЙНОГО МОДЕЛЮВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ СТОХАСТИЧНИХ МЕРЕЖ ПЕТРІ ДЛЯ ОЦІНКИ ЯКОСТІ ПЛАНІВ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ЦИКЛІВ ВИРОБНИЦТВА

Н.С. Антоненко

Проаналізовано особливості застосування методу імітаційного моделювання з використанням стохастичних мереж Петрі для оцінки якості планів технологічних циклів виробництва. Запропоновано та проведено модельний експеримент із застосуванням імітаційного моделювання процесу реалізації технологічних циклів виробництва, в якому використовувались стохастико-детерміновані часові мережі Петрі.

Ключові слова: стохастичні мережі Петрі, технологічний цикл виробництва, імітаційне моделювання, ймовірнісні характеристики.

APPLICATION OF SIMULATION METHOD, USING STOCHASTIC PETRI NETS FOR PLANS QUALITY ESTIMATING OF TECHNOLOGICAL CYCLES OF PRODUCTION

N.S. Antonenko

The features of simulation method application using stochastic Petri nets for plans quality estimating of technological cycles of production are analyzed. A model experiment with the use of imitation modeling of realization process of technological cycles of production is proposed and carried out, in which the stochastic- deterministic temporal Petri nets have been used.

Keywords: stochastic Petri nets, technological cycle of production, imitation modeling, probabilistic descriptions.