

# Математичне та комп'ютерне моделювання складних систем

УДК 681.515

В.В. Альчаков, В.А. Крамарь

Севастопольский национальный технический университет, Севастополь

## МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ ПРОФИЛЕМЕРА В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ

*В работе рассматривается управляемое движение профилимера с изменяемой за счет переменного объёма плавучестью. Приведен вывод математической модели, описывающей динамику вертикального движения, построена компьютерная модель в пакете Matlab&Simulink. Приведены результаты моделирования.*

**Ключевые слова:** *дрифтеры, модели движения, регуляторы, Matlab, Simulink.*

### Введение

Профильные измерения морской среды являются важной составной частью глобального мониторинга Мирового океана. В рамках этих измерений осуществляется регистрация вертикальной структуры полей температуры, солёности, концентрации растворенного кислорода и прозрачности морской воды. Результаты измерений имеют большое значение в оценках тепло- и солёности запаса, прогнозировании глобальных изменений климата, расчете дальности действия гидролокационных систем, а также в оценке экологического состояния океана.

В роли технических средств, обеспечивающих профильные измерения, выступают морские профиломеры – подвижные платформы сбора данных, конструктивно выполненные в форме морских буев. Измерения, выполняемые с помощью профиломеров SBE9+ и Mark-IIIС, проводятся с борта научно-исследовательских судов. При этом в процессе измерений профиломер жестко связан с бортом судна с помощью кабель-троса, в результате чего возможно возникновение погрешностей измерений, вызванных качкой судна.

В работах В.И. Забурдаева, А.Ю. Лазарюка и В.И. Пономарева показано, что в практике профильных измерений наблюдается изменчивость температуры и солёности, которая значительно возрастает в верхнем слое океана. Это может привести к появлению динамических ошибок, вызванных инерционностью первичных измерительных преобразователей. С целью коррекции динамической погрешности измерений в области глубин с максимальными вертикальными градиентами по температуре и солёности ставится задача обеспечения скорости движения профиломера в диапазоне  $V_{\text{доп}} \leq (0,12 \dots 0,025)$  м/с. Модели автономных профиломеров АРЕХ, SOLO и

PROVOR выполняют измерения в процессе погружения и всплытия с постоянной нерегулируемой скоростью порядка 0,1 м/с, что может вызвать появление ошибок измерений тонких структур океанской среды, вызванных инерционностью бортовых датчиков. Обеспечить заданную скорость вертикального движения можно за счет введения устройства управления (регулятора) в структуру профиломера.

Другая задача, требующая регулирования вертикальной скорости погружения или всплытия, связана с выполнением синхронных измерений группировкой буев в определенном ареале Мирового океана. При этом для каждого буя, входящего в группировку, должны быть обеспечены равные скорости погружения или всплытия, или достижение заданного горизонта дрейфа за установленное время, что на сегодняшний день является нерешенной задачей. Выполнение этих условий возможно за счет оснащения профиломера функциями терминального управления.

Морские профиломеры как объекты управления обладают специфическими свойствами, которые проявляются в существенном изменении их динамических характеристик вследствие изменения плотности воды в процессе погружения, а также при различных начальных условиях их движения. Это приводит к тому, что обычные регуляторы с постоянными параметрами настройки не могут обеспечить управление платформой сбора данных во время ее погружения или всплытия, что может привести к существенным ошибкам в результатах измерений.

Таким образом, разработка и исследование законов адаптивного управления профиломерами является актуальной научно-технической задачей. Рассмотрим получение модели движения профиломера при движении в вертикальной плоскости.

## 1. Математическая модель движения профилемера в вертикальной плоскости

При движении в вертикальной плоскости на профилемер действуют следующие силы:  $F_b$  – выталкивающая или Архимедова сила (направлена вертикально вверх),  $F_c$  – сила гидродинамического сопротивления (направлена в сторону, противоположную движению),  $P$  – вес профилемера (направлен вертикально вниз).

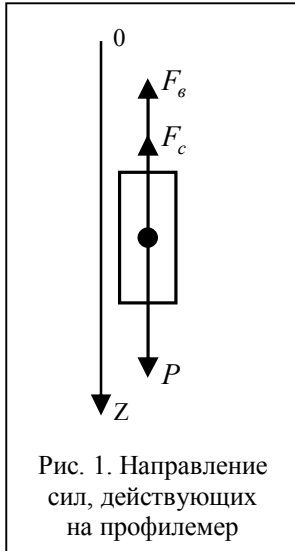


Рис. 1. Направление сил, действующих на профилемер

Направление действия сил представлено на рис. 1. При этом движение вниз принято за положительное направление.

В соответствии со вторым законом Ньютона динамика объекта описывается следующим уравнением

$$m\ddot{z} = \sum F, \quad (1)$$

где  $m$  – масса объекта,  $\ddot{z}$  – ускорение объекта,  $\sum F$  – результирующая сила, действующих на объект.

Будем считать, что движение профилемера происходит в морской воде, плотность которой есть величина постоянная, тогда выталкивающая сила может быть представлена соотношением

$$F_b(t) = \rho_v V_6(t)g, \quad (2)$$

где  $\rho_v$  – плотность морской воды,  $V_6(t)$  – переменный объем профилемера,  $g$  – ускорение свободного падения.

Переменный объем  $V_6(t)$  может быть представлен как сумма двух составляющих – постоянной и переменной, а именно

$$V_6(t) = V_6^0 + V_{кп}(t), \quad (3)$$

где  $V_6^0$  – номинальный объем корпусной части профилемера,  $V_{кп}(t)$  – объем камеры плавучести.

Сила гидродинамического сопротивления вычисляется из соотношения

$$F_c(t) = \frac{C_x S \rho_v}{2} \dot{z}^2(t), \quad (4)$$

где  $C_x$  – коэффициент гидродинамического сопротивления,  $S$  – площадь поперечного сечения корпуса профилемера,  $\dot{z}(t)$  – скорость погружения профилемера.

Для вычисления веса воспользуемся уравнением

$$P = mg, \quad (5)$$

где  $m$  – постоянная масса профилемера.

Подставив (2) – (5) в (1) и обозначив  $a = \ddot{z}$ , получим уравнение

$$m\ddot{z}(t) = mg - \frac{C_x S \rho_v}{2} \dot{z}^2(t) - \rho_v g (V_6^0 + V_{кп}(t)). \quad (6)$$

Разделим обе части (6) на  $m$  и перенесем слагаемые, содержащие  $\dot{z}(t)$  и  $\ddot{z}(t)$  в левую часть. Имеем

$$\ddot{z}(t) + \frac{C_x S \rho_v}{2m} \dot{z}^2(t) = g - \frac{\rho_v g}{m} V_6^0 - \frac{\rho_v g}{m} V_{кп}(t). \quad (7)$$

Далее, положим  $\dot{z}^2(t) = \dot{z}_{ср} \dot{z}(t)$ , где  $\dot{z}_{ср}$  – средняя скорость погружения профилемера. В таком случае (7) может быть переписано в виде

$$\ddot{z}(t) + a_1 \dot{z}(t) = -a_0 + b V_{кп}(t), \quad (8)$$

где  $a_1 = \frac{C_x S \rho_v \dot{z}_{ср}}{2m}$ ,  $a_0 = \frac{\rho_v g}{m} V_6^0 - g$ ,  $b = -\frac{\rho_v g}{m}$ .

При такой записи переменный объем камеры плавучести  $V_{кп}(t)$  выступает в качестве управляющего воздействия. Принимая во внимание, что объем камеры плавучести зависит от положения поршня насоса, управляемого электрогидравлическим приводом, можно записать выражение для объема камеры плавучести как функцию времени

$$V_{кп}(t) = l(t) S_c, \quad (9)$$

где  $l(t)$  – линейное перемещение поршня насоса  $0 \leq l(t) \leq l_{\max}$ ,  $S_c$  – площадь цилиндра, в котором движется поршень. При этом будем считать, что нейтральная плавучесть достигается при  $l(t) = \frac{l_{\max}}{2}$ .

Так как перемещение поршня осуществляется под действием электрогидравлического привода, то, пренебрегая постоянной времени, дифференциальное уравнение движения поршня можно записать в виде

$$\frac{dl(t)}{dt} = k_{эгп} u(t), \quad (10)$$

где  $k_{эгп}$  – коэффициент усиления электрогидравлического привода,  $u(t)$  – управляющее напряжение.

С учетом (9) и (10) уравнение, описывающее динамику погружения профилемера (8), примет вид

$$\begin{cases} \ddot{z}(t) + a_1 \dot{z}(t) + a_0 = b_0 l(t) \\ \frac{dl(t)}{dt} = k_{эгп} u(t) \end{cases}, \quad (11)$$

где  $b_0 = -\frac{\rho_v g S_c}{m}$ .

## 2. Расчет управляющей функции

Поставим задачу нахождения управляющей функции в соответствии с [2] в форме обратных связей  $u = u(z, \dot{z})$  при которой система переходит из

некоторого начального состояния  $t = 0: z(0) = z_0, \dot{z}(0) = \dot{z}_0$  в стационарное состояние  $z = \bar{z} = \text{const}, \dot{z} = 0$ . При этом потребуем, чтобы процесс  $z(t) \rightarrow \bar{z}, \dot{z}(t) \rightarrow 0$  в замкнутой системе (11) проходил в малой окрестности эталонного процесса  $z^*(t) \rightarrow \bar{z}, \dot{z}^*(t) \rightarrow 0$ , который определяется дифференциальным уравнением эталонной модели

$$\ddot{z}^*(t) + \alpha_1 \dot{z}^*(t) + \alpha_0 z^*(t) = \alpha_0 \bar{z}, \quad (12)$$

где  $\alpha_0, \alpha_1 = \text{const} > 0$  при соответствующих начальных условиях.

Коэффициенты эталонной модели  $\alpha_0, \alpha_1$  выбираются такими, чтобы динамика эталонной модели соответствовала требованиям к динамике проектируемой системы – по быстрдействию, характеру переходных процессов и т.д.

Степень приближения процессов в системе и в эталонной модели будем оценивать величиной функционала [2]:

$$G(f) = \frac{1}{2} [\ddot{z}^* - \ddot{z}(f)]^2. \quad (13)$$

где  $f$  – управляющая функция.

Заметим, что  $G(f)$  представляет собой нормированное по массе или моменту значение энергии ускорения, вычисляемой в окрестности траектории движения эталонной модели. Очевидно, что чем меньше  $G(f)$ , тем в большей степени процессы в системе (11) приближаются к процессам в эталонной модели (12).

В первом уравнении системы (11) в качестве управляющего воздействия выступает перемещение поршня насоса  $l(t)$ , поэтому можем записать следующее соотношение для производной функционала (13) по управляющей функции

$$\frac{\partial G(l)}{\partial l} = [\ddot{z}^* - \ddot{z}(l)] \frac{\partial (\ddot{z}^* + a_1 \dot{z}(t) + a_0 - b_0 l(t))}{\partial l} = -b_0 [\ddot{z}^* - \ddot{z}(l)]. \quad (14)$$

Абсолютное соблюдение эталонного движения реальной системой практически не достижимо, поэтому потребуем, чтобы в процессе управления значение функционала  $G(l)$  принадлежало некоторой малой окрестности экстремума-минимума. С этой целью движение в окрестность экстремума организуем в соответствии с дифференциальным соотношением

$$\frac{dl}{dt} = -\lambda \frac{dG(l)}{dl}, \lambda = \text{const}. \quad (15)$$

Выражение (15) представляет собой аналитическую запись градиентного метода поиска экстремума. При этом параметр  $\lambda$  определяет скорость движения к экстремуму.

Подставим (14) в (15)

$$\frac{dl(t)}{dt} = \lambda b_0 [\ddot{z}^* - \ddot{z}(t)] = \lambda b_0 [\ddot{z}^* + a_1 \dot{z}(t) + a_0 - b_0 l(t)]. \quad (16)$$

Из (12) имеем

$$\ddot{z}^*(t) = \alpha_0 [\bar{z} - z^*(t)] - \alpha_1 \dot{z}^*(t).$$

Тогда, с учетом последнего результата, выражение (16) примет вид

$$\frac{dl(t)}{dt} = \lambda b_0 [\alpha_0 [\bar{z} - z^*(t)] - \alpha_1 \dot{z}^*(t) - \ddot{z}(t)] = \lambda b_0 [\alpha_0 [\bar{z} - z^*(t)] - \alpha_1 \dot{z}^*(t) + a_1 \dot{z}(t) + a_0 - b_0 l(t)]. \quad (17)$$

Далее делаем замену  $z^* = z, \dot{z}^* = \dot{z}$  в результате (17) перепишем в виде

$$\frac{dl(t)}{dt} = \lambda b_0 [\alpha_0 [\bar{z} - z(t)] - \alpha_1 \dot{z}(t) + \dots + a_1 \dot{z}(t) + a_0 - b_0 l(t)]. \quad (18)$$

Согласно второму уравнению системы (18) искомое управления может быть найдено из соотношения

$$u(t) = \frac{\lambda b_0}{k_{\text{эпг}}} [\alpha_0 [\bar{z} - z(t)] - \alpha_1 \dot{z}(t) + \dots + a_1 \dot{z}(t) + a_0 - b_0 l(t)]. \quad (19)$$

Уравнение (19) описывает закон управления, позволяющий изменять текущую глубину погружения профилемера.

Параметры  $a_0, a_1$  и  $b_0$  определяются в соответствии с (8) и зависят от конструктивных параметров профилемера.

Выполним формализацию синтеза системы управления по следующему алгоритму: 1) в соответствии с конструктивными параметрами профилемера вычисляются коэффициенты  $a_0, a_1$  и  $b_0$ ; 2) для требуемых значений времени регулирования и терминального времени вычисляются параметры  $\alpha_0$  и  $\alpha_1$ .

Из второго уравнения системы (11) следует, что искомое управление может быть найдено из соотношения

$$u(z, \dot{z}) = \frac{\lambda b_0}{k_{\text{эпг}}} (\alpha_0 (\bar{z} - z^*(t)) - \alpha_1 \dot{z}^*(t) - \ddot{z}(t)) = \frac{\lambda b_0}{k_{\text{эпг}}} (\alpha_0 (\bar{z} - z^*(t)) - \alpha_1 \dot{z}^*(t) + \dots + a_1 \dot{z}(t) + a_0 - b_0 l(t)). \quad (20)$$

Эталонная модель системы описывается уравнением (12). Параметры этого уравнения  $\alpha_0, \alpha_1$  выберем в соответствии с рекомендациями [2]:

$$\alpha_0 = \frac{25}{t_f^2}, \alpha_1 = \frac{5\sqrt{2}}{t_f}, \quad (21)$$

где  $t_f$  – время переходного процесса в эталонной системе.

### 3. Результаты моделирования

Результаты моделирования эталонной системы в пакете Matlab приведены на рис. 2.

Выполним синтез управления (19) и моделирование погружения профилемера, на который подается синтезированное управление с помощью пакета Simulink.

Simulink модель профилемера приведена на рис. 3.

Simulink модель подсистемы эталонной системы приведена на рис. 4.

Результаты моделирования погружения профилемера под действием управления (19) приведены на рис. 5.

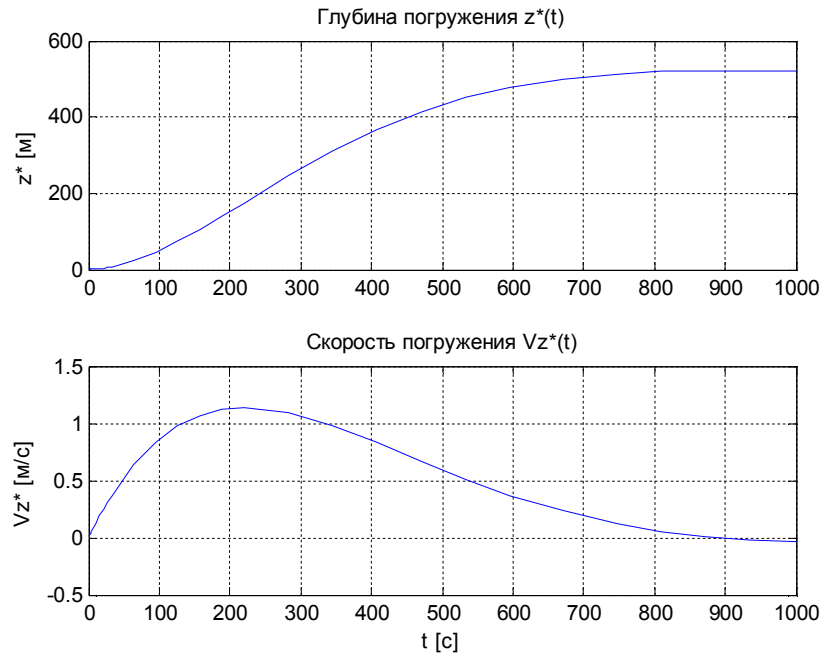


Рис. 2. Simulink модель подсистемы эталонной системы

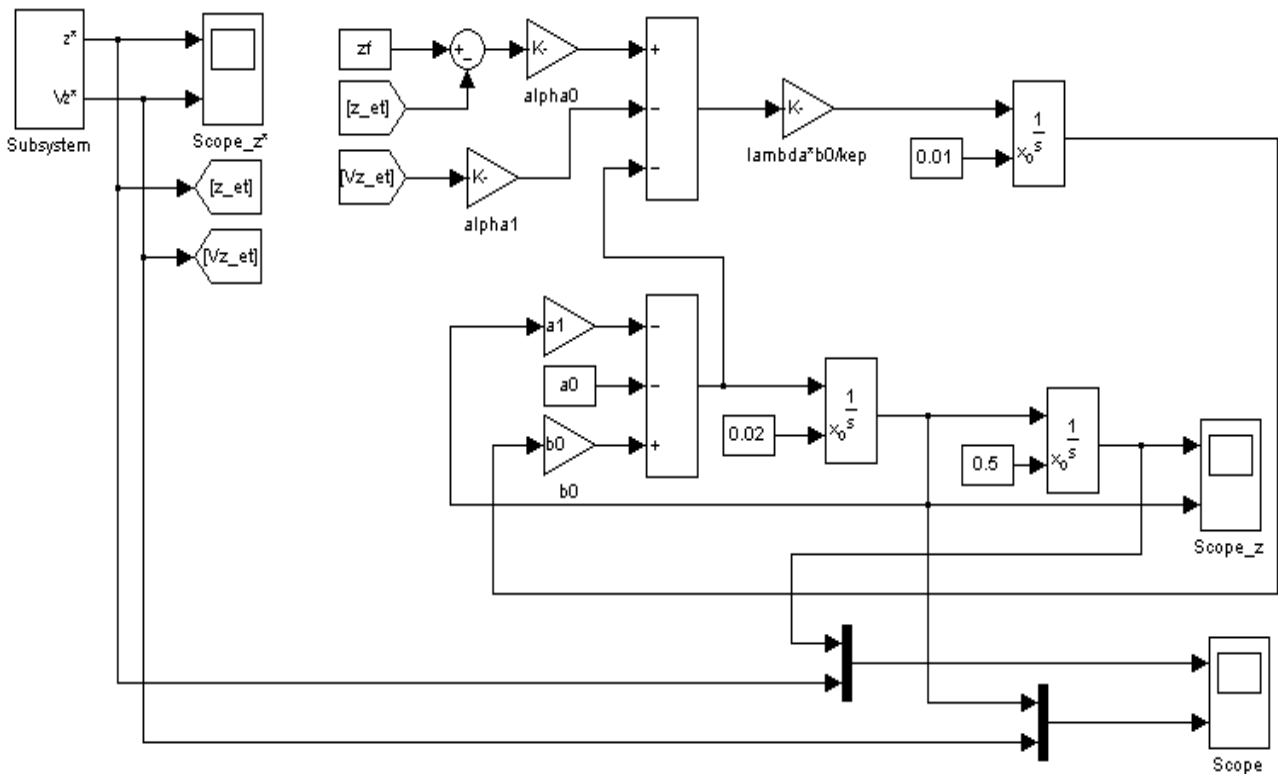


Рис. 3. Simulink модель профилемера

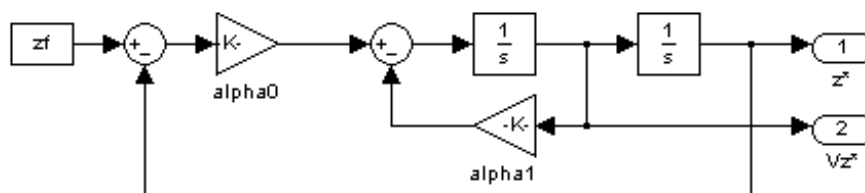


Рис. 4. Simulink модель підсистеми еталонної системи

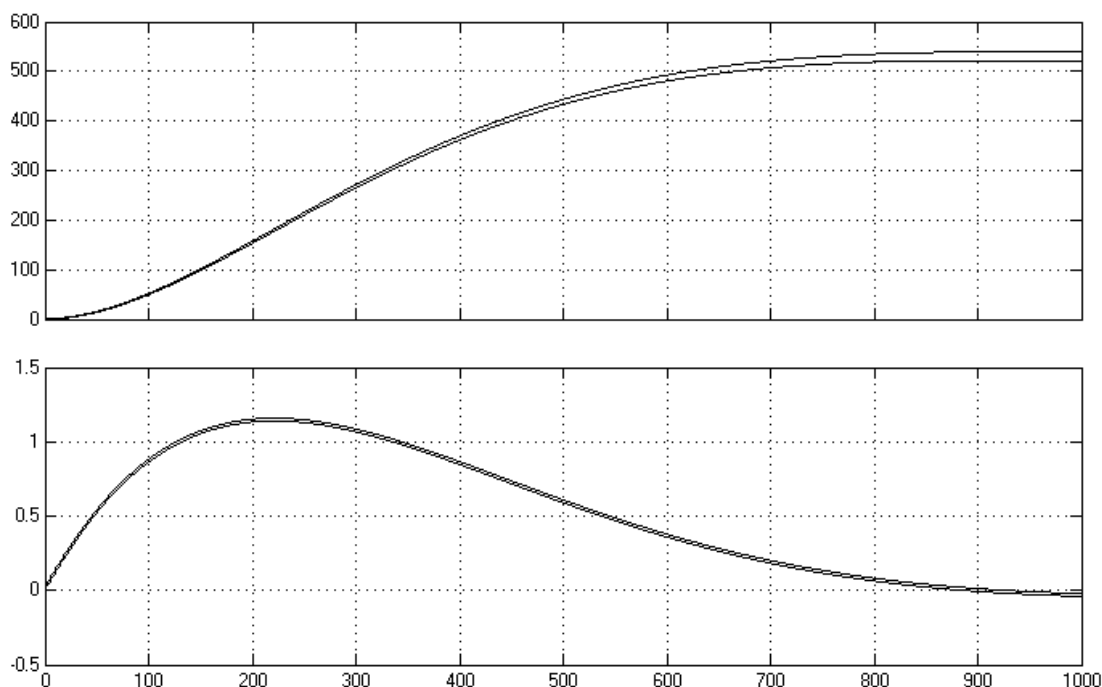


Рис. 5. Результати моделювання погруження профілемера под действием управления (19)

### Заключение

Как следует из результатов моделирования системы, полученная управляющая функция позволяет реализовать управляемое вертикальное движение профилемера на заданную глубину в течение заданного интервала времени.

Дальнейшее направление исследований связано с синтезом дискретной системы управления для разработанной модели профилемера.

### Список литературы

1. Смирнов Г.В. *Океанология: средства и методы океанологических исследований* / Г.В. Смирнов, В.Н. Еремеев, М.Д. Агеев и др. – М.: Наука, 2005. – 795 с.
2. Крутько П.Д. *Обратные задачи динамики управляемых систем: нелинейные модели* / П.Д. Крутько. – М.: Наука, 1988. – 328 с.

Поступила в редколлегию 5.06.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. М.М. Дивизинюк, Институт геохимии окружающей среды НАН Украины, Киев.

### МОДЕЛЮВАННЯ КЕРОВАНОГО РУХУ ПРОФІЛЕМЕРА У ВЕРТИКАЛЬНІЙ ПЛОЩИНІ

В.В. Альчаков, В.О. Крамарь

У роботі розглядається задача модулювання в пакеті Matlab&Simulink руху профілемера, що використовується у морському середовищі. Отримані математична модель та закон керування, який забезпечує заданий режим руху. У статті наводяться результати моделювання.

**Ключові слова:** модель руху, керування, Simulink.

### MODELING OF CONTROLLED MOTION OF SEA PROBE IN THE VERTICAL DIRECTION

V.V. Alchakov, V.A. Kramar

The problem of constructing a model of sea probe motion in vertical direction is discussed. The mathematical model and a control equation are obtained. The simulation results are presented.

**Keywords:** model of motion, control, Simulink.