УДК 681.513

С.Г. Удовенко, Самер Лага, В.Т. Колесник

Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков

МЕТОД СИНТЕЗА ЦИФРОВЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ЗАДАННЫМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ ПОЛЮСОВ

Статья посвящена разработке модифицированного метода синтеза цифровых систем управления с заданным расположением полюсов. Предложенный метод позволяет реализовать LQ-регулирование и учесть дополнительные требования к характеристическому полиному системы. Схема реализации метода с дополнительным блоком идентификации является приемлемой как для минимально-фазовых, так и для неминимально-фазовых объектов управления. Вычислительная трудоемкость этого метода позволяет его реализовать в реальном масштабе времени.

Ключевые слова: *цифровые системы управления, блок идентификации, HSI и RGB пространства.*

Введение

Проектирование цифровых систем управления объектами, описанными редуцированной моделью, сводится, как правило, к построению цифрового регулятора, обеспечивающего устойчивый переходный процесс в замкнутом контуре управления. При этом система цифрового управления должна быть минимально чувствительной или робастной к ошибкам измерений и возмущениям, действующим на объект. Чувствительность системы управления в заданном интервале изменения параметров объекта не должна значительно изменяться [1]. При проектировании робастных регуляторов для систем управления с обратной связью по приближенным или неточным моделям следует устранить негативный эффект смещения устойчивых полюсов разомкнутой системы при ее замыкании. В случае принятия допущения о постоянстве коэффициентов ARMAX модели объекта на интервале квазистационарности эффективным представляется метод синтеза регулятора, основанный на алгебраическом решении задачи требуемого расположения полюсов проектируемой замкнутой системы управления [2]. Этот метод позволяет как реализовать LQ-регулирование, так и учесть дополнительные требования к характеристическому полиному системы.

Представим ARMAX модель стохастического объекта с помощью z-преобразования в следующем виде:

$$A(z^{-1})Y(z^{-1}) = B(z^{-1})U(z^{-1}) + C(z^{-1})e(z), \qquad (1)$$

где $Y(z^{-1})$, $U(z^{-1})$, $e(z)$ – z-преобразования векторов выхода, входа и случайной составляющей соответственно; $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$ – полиномы, полученные в соответствии с известными значениями коэффициентов исходной модели. Рассмотрим метод синтеза робастного регулятора с квадратичным критерием качества.

Алгоритм синтеза регулятора

На рис. 1 представлена схема контура управления, имеющего три корректирующих блока. При синтезе закона управления будем исходить из алгебраической теории дискретного управления, в соответствии с которой динамические свойства системы могут быть представлены некоторым временным рядом, полученным делением соответствующих полиномов.

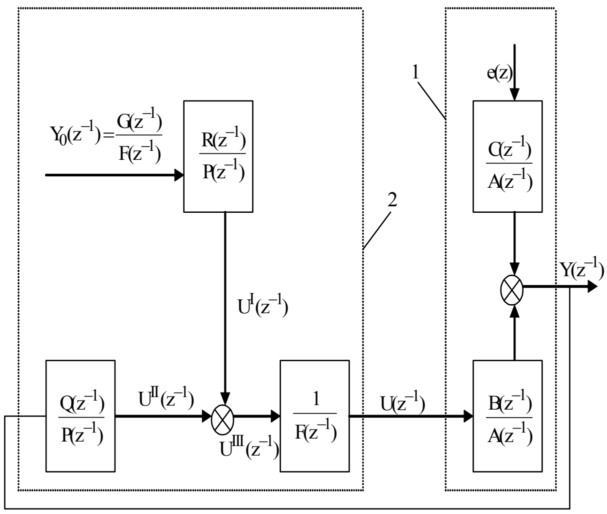

Рис. 1. Схема регулятора с заданным расположением полюсов системы

Такое представление делает возможным частичное подавление аддитивных помех, действующих в различных контурах системы управления (в частности, шумов генератора задающей величины, шумов измерения и дискретного белого шума $e(k)$). На приведенной схеме (рис. 1) приняты следующие обозначения:

1 – объект управления; 2 – регулятор; $G(z^{-1})$, $F(z^{-1})$ – соответственно числитель и знаменатель

помощью z-преобразования требуемого сигнала регулятора $Y_0(z^{-1})$; $R(z^{-1})/P(z^{-1})$, $Q(z^{-1})/P(z^{-1})$, $1/F(z^{-1})$ – дискретные передаточные функции корректирующих блоков регулятора.

Неизвестные полиномы $P(z^{-1})$ и $Q(z^{-1})$ контура обратной связи регулятора могут быть определены решением полиномиального диофантова уравнения, определяющего условие устойчивости замкнутого контура управления:

$$A(z^{-1})P(z^{-1})+B(z^{-1})Q(z^{-1})=E(z^{-1}), \quad (2)$$

где $E(z^{-1})$ – характеристический полином с заданными корнями.

Для определения неизвестного полинома $R(z^{-1})$ в компенсирующем блоке регулятора представим z-преобразования сигналов регулятора (в соответствии с рис. 1) в виде:

$$Y(z^{-1})=\frac{B(z^{-1})R(z^{-1})G(z^{-1})}{F(z^{-1})(A(z^{-1})P(z^{-1})+B(z^{-1})Q(z^{-1}))}+ \\ +\frac{P(z^{-1})G(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1})+B(z^{-1})Q(z^{-1})}, \quad (3)$$

$$U(z^{-1})=\frac{A(z^{-1})R(z^{-1})G(z^{-1})}{F(z^{-1})(A(z^{-1})P(z^{-1})+B(z^{-1})Q(z^{-1}))}+ \\ +\frac{Q(z^{-1})G(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1})+B(z^{-1})Q(z^{-1})}, \quad (4)$$

$$\varepsilon(z^{-1})=Y(z^{-1})-Y_0(z^{-1})= \\ \frac{G(z^{-1})}{F(z^{-1})}\left[1-\frac{B(z^{-1})R(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1})+B(z^{-1})Q(z^{-1})}\right]- \\ -\frac{P(z^{-1})C(z^{-1})}{A(z^{-1})P(z^{-1})+B(z^{-1})Q(z^{-1})}. \quad (5)$$

Из уравнения (5) получаем второе диофантово уравнение для определения полинома $R(z^{-1})$. Последовательность ошибок управления $\varepsilon(k)$, $k=k1,(k1+1),...$ будет устойчивой, если полином $((A(z^{-1})P(z^{-1})+B(z^{-1})Q(z^{-1}))-B(z^{-1})R(z^{-1}))$ делится на $F(z^{-1})$, то есть существует полином $S(z^{-1})=(E(z^{-1})-B(z^{-1})R(z^{-1}))/F(z^{-1})$. Отсюда следует условие:

$$F(z^{-1})S(z^{-1})+B(z^{-1})R(z^{-1})=E(z^{-1}). \quad (6)$$

Подставив (6) и (2) в (3), (4) и (5), получаем:

$$Y(z^{-1})=\frac{G(z^{-1})B(z^{-1})R(z^{-1})}{F(z^{-1})E(z^{-1})}+\frac{P(z^{-1})C(z^{-1})}{E(z^{-1})}, \quad (7)$$

$$U(z^{-1})=\frac{G(z^{-1})A(z^{-1})R(z^{-1})}{F(z^{-1})E(z^{-1})}-\frac{Q(z^{-1})C(z^{-1})}{E(z^{-1})}, \quad (8)$$

$$\varepsilon(z^{-1})=\frac{G(z^{-1})S(z^{-1})}{E(z^{-1})}-\frac{P(z^{-1})C(z^{-1})}{E(z^{-1})}. \quad (9)$$

Если полином $A(z^{-1})$ делится на полином $F(z^{-1})$, то закон управления, гарантирующий устойчивые корни характеристического полинома $E(z^{-1})$, будет иметь вид:

$$P(z^{-1})U(z^{-1})=R(z^{-1})U_0(z^{-1})-Q(z^{-1})Y(z^{-1}).$$

В противном случае необходимо ввести в регулятор (см. рис. 1) компенсирующий блок $1/F(z^{-1})$, после чего полиномы $P(z^{-1})$ и $Q(z^{-1})$ определяются из решения уравнения вида:

$$A(z^{-1})F(z^{-1})P(z^{-1})+B(z^{-1})Q(z^{-1})=E(z^{-1}). \quad (10)$$

Второе диофантово уравнение остается без изменений. При этом закон управления будет соответствовать следующей зависимости:

$$P(z^{-1})F(z^{-1})U(z^{-1})= \\ R(z^{-1})Y_0(z^{-1})-Q(z^{-1})Y(z^{-1}). \quad (11)$$

Решение полиномиальных диофантовых уравнений (8) и (10) получаем путем сравнения коэффициентов для одинаковых степеней z. Если знаменатель z-преобразования установки регулятора имеет вид:

$$F(z^{-1})=1-z^{-1}, \quad (12)$$

то есть $y_0(k)$ задается в форме ступенчатых воздействий или линейного сигнала, то решение диофантовых уравнений значительно упрощается. Подставив в уравнение (6) значение $z^{-1}=1$, можно легко определить полином $R(z^{-1})$, который (при выполнении условия (12)) принимает вид:

$$R(1)=r_0=E(1)/B(1). \quad (13)$$

Требования к динамике синтезируемой системы задаются выбором полинома $E(z^{-1})$. Рассмотрим управление по квадратичному критерию вида

$$\Psi(k,k2)= \\ M\{(x^T(k)Qx(k)+\Psi(k+1,k2)\big|d_{(k-1,1)}u(k)\}, \quad (14)$$

где $k=k2,k2-1,...,k1$; $\Psi(k2+1,k2)=0.$

В этом случае необходимо, чтобы корни полинома $E(z^{-1})$ соответствовали уравнению спектральной факторизации:

$$A^*(z)q_uA(z^{-1})+B^*(z)q_yB(z^{-1})= \\ E^*(z)E(z^{-1}), \quad (15)$$

где индекс * означает, что произвольный полином $M^*(z)$ является сопряженным по отношению к исходному полиному $M(z^{-1})$, то есть он формируется путем замены аргумента z^{-1} на аргумент z, а q_u и

q_y соответствуют постоянным коэффициентам штрафной матрицы квадратичного функционала качества.

Решение уравнения (15) осуществляется в два этапа: определение полинома $K(z^{-1})$, соответствующего левой части (15); определение устойчивого полинома $E(z^{-1})$ степени l.

Для ARMAX модели порядок n соответствует степени полиномов $A(z^{-1})$ и $B(z^{-1})$, что позволяет представить $K(z^{-1})$ в следующем виде:

$$\begin{gathered}K(z^{-1}) = k_0 + k_1(z^{-1} + z) + ... \\ + k_{n-1}(z^{1-n} + z^{n-1}) + k_n(z^{-n} + z^n)\end{gathered}, \qquad (16)$$

$$k_j = q_u \sum_{i=0}^{n-j} a_i a_{i+j} + q_y \sum_{i=1}^{n-j} b_i b_{i+j}\,;\; j = 0,1,...,n.$$

Степень искомого полинома не превышает порядка модели n и зависит от конкретной структуры штрафной матрицы квадратичного функционала, а также от величины транспортного запаздывания в структуре регрессора $z(k)$.

Коэффициенты с индексом $n \ge j > 1$ обнуляются, то есть:

$$k_{j+1} = k_{j+2} = ... = k_n = 0.$$

Для полинома первой степени спектральная факторизация соответствует следующим зависимостям:

$$\delta = k_0/2 + (k_0^2/4 - k_1^2)^{1/2},\; e_0 = 1,\; e_1 = k_1/\delta\,.$$

Для полинома второй степени эти зависимости принимают вид:

$$\lambda = k_0/2 - k_2 + ((k_o/2 + k_2)^2 - k_1^2)^{1/2},$$

$$\delta = \lambda + (\lambda^2 - 4k_2^2)^{1/2},\; e_0 = 1,\; e_1 = k_1/(\delta + k_2),$$

$$e_2 = k_1/\delta\,.$$

Для полиномов более высокой степени факторизация осуществляется итеративно:

$$e_j^* = k_j - \sum_{i=1}^{l-i} e_i e_{i+j}^*,\; j = l, l-1, ..., 0,$$

$$\delta = e_0^*, e_j = e_j^*/\delta,\; j = 0,1,...,l.$$

Полином $E(z^{-1})$ с полученными коэффициентами e_j имеет устойчивые корни, которые в результате синтеза регулятора описанным методом будут соответствовать полюсам замкнутого контура управления.

Последовательность определения управлений $u(k)$ в соответствии с рассмотренным алгоритмом имеет следующий вид:

– ввод исходных данных;

– определение коэффициентов модели для z-преобразования $A(z^{-1})$, $B(z^{-1})$, $C(z^{-1})$;

– определение характеристического полинома $E(z^{-1})$;

– определение полиномов контура обратной связи $P(z^{-1})$ и $Q(z^{-1})$;

– определение характеристического полинома $R(z^{-1})$ компенсирующего блока;

– определение полинома $U(z^{-1})$;

– определение значений управляющих воздействий $u(k)$.

Применение описанного подхода для робастного управления квазистационарными объектами предполагает периодическую подстройку (с периодом T_c) коэффициентов полиномов $A(z^{-1})$ и $B(z^{-1})$, что вызывает необходимость использования соответствующего контура идентификации. Схема цифрового регулятора с таким контуром представлена на рис. 2.

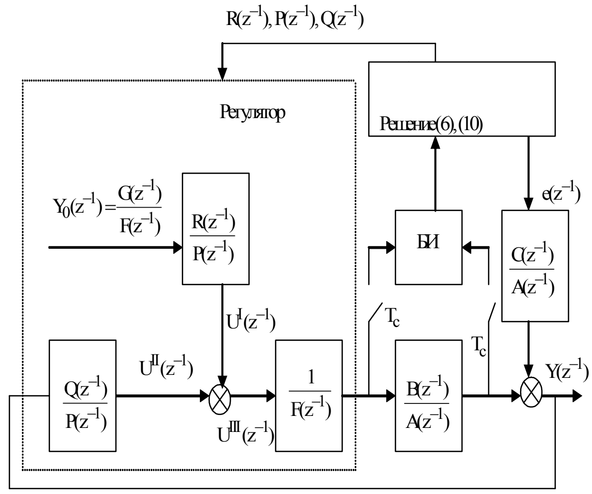

Рис. 2. Схема регулятора с заданным расположением полюсов и блоком идентификации

На рис. 2 принято обозначение: БИ – блок текущей идентификации с интервалом T_c. Остальные обозначения совпадают с соответствующими обозначениями на рис. 1.

Рассмотрим пример синтеза регулятора в соответствии с предложенным подходом.

Результаты моделирования

Рассмотрим задачу цифрового управления SISO-объектом 3-го порядка с передаточной функцией вида:

$$W(p) = \frac{2p+1}{(3p+1)(24p^2 + 5{,}2p + 1)}\,. \qquad (17)$$

В качестве критерия управления зададим минимизацию квадратичной функции следующего вида:

$$J(k) = \sum_{k=0}^{35} [0{,}1[u(k) - u(k-1)]^2 + [y(k) - y_0(k)]^2],$$

где $y_0(k)$ – заданное значение выхода на k-м такте.

Очевидно, что переход к дискретному описанию рассматриваемой системы позволяет определить полиномы $B(z^{-1})$ и $A(z^{-1})$ третьего порядка, содержащие вектор настраиваемых параметров $\theta = (a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3)^T$. Текущие оценки этих параметров по алгоритму байесовского оценивания, приведенному в [3], использовались для определения коэффициентов полиномов $P(z^{-1})$, $Q(z^{-1})$, $R(z^{-1})$ цифрового регулятора, представленного на рис. 3.

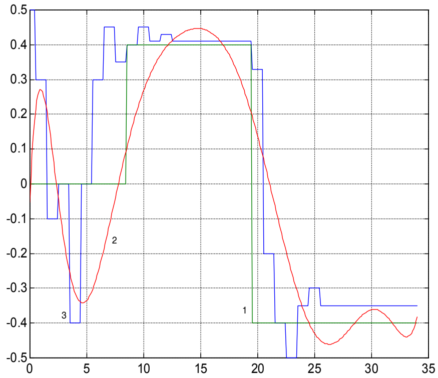

Рис. 3. Изменение значений выходных и управляющих параметров для системы управления объектом (17)

На рис. 3 приняты следующие обозначения сигналов:

1 – $y_0(k)$ (уставка регулятора);

2 – $y(k)$ (выход регулятора);

3 – $u(k)$ (управляющее воздействие).

Значение управляющего воздействия в начальный момент времени было принято равным $u(0) = 0,5$ из соображений более интенсивной коррекции параметров θ используемой модели.

На 22-м такте управления и идентификации полиномы $P(z^{-1})$, $Q(z^{-1})$, и $R(z^{-1})$ имели следующую структуру:

$$P(z^{-1}) = 1 + 0,21z^{-1} - 0,082z^{-2};$$

$$Q(z^{-1}) = 3,46 - 2,987z^{-1} + 0,65z^{-2};$$

$$R(z^{-1}) = 2,31.$$

Значение функционала $J(k)$ с учетом динамического ограничения вида

$$|\Delta u| = |u(k) - u(k-1)| \le 0,3$$

составило $J(k) = 3,75$.

Выводы

Предложенный метод основан на алгебраическом решении задачи требуемого расположения полюсов проектируемой замкнутой системы управления. Этот метод позволяет как реализовать LQ-регулирование, так и учесть дополнительные требования к характеристическому полиному системы. Следует подчеркнуть, что предложенный метод является приемлемым как для минимально-фазовых, так и для неминимально-фазовых объектов управления. Вычислительная трудоемкость этого метода позволяет его реализовать в реальном масштабе времени, что в частности, подтверждается приведенным примером моделирования. Перспективным представляется развитие предложенного подхода для управления существенно нестационарными процессами.

Список литературы

1. Вадутов О.С. Синтез регуляторов пониженного порядка по заданному расположению полюсов замкнутой системы / О.С. Вадутов // Известия Томского политехнического университета. – 2007 №5. – С. 14-18.

2. Соколов Ю.Н. Компьютерный анализ и проектирование систем управления / Ю.Н. Соколов. – Х.: ХАИ, 2005. – 184 с.

3. Удовенко С.Г. Адаптивное управление стохастическими процессами с использованием рандомизированных стратегий / С.Г. Удовенко, А.А. Шамраев // Вестник Херсонского национального техн. университета. – Херсон: ХГТУ, 2013. – №1(46). – С. 280-283.

Поступила в редколлегию 23.06.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.Г. Руденко, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.

МЕТОД СИНТЕЗУ ЦИФРОВИХ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ З ЗАДАНИМ РОЗТАШУВАННЯМ ПОЛЮСІВ

С.Г. Удовенко, Самер Лага, В.Т. Колесник

Роботу присвячено розробці модифікованого метода алгебраїчного синтезу систем керування з заданим характеристичним поліномом. Застосування наведеного підходу для робастного керування квазістаціонарними процесами передбачає періодичне налаштування коефіцієнтів поліномів дискретної передатної функції об'єктів керування, що викликає необхідність використання відповідного блоку ідентифікації. Запропонований метод иоже бути застосовано як для мінімально-фазових, так і для немінімально-фазових об'єктів керування.

Ключові слова: *цифрові системи управління, блок ідентифікації, HSI і RGB простори.*

METHOD OF SYNTHESIS OF DIGITAL CONTROL SYSTEM WITH THE SET LOCATION OF POLES

S.G. Udovenko, Samer Laga, V.T. Kolesnik

The given work is devoted to development of the modified method of algebraic synthesis for control system with the set characteristic equalization. Application of the described approach for a robust control of quazistationary processes requires periodic correction of coefficients of polynomials for discrete transmission function of objects under control, that causes the necessity of use of corresponding authentication loop. The offered method can be used both for minimum-phase and for nonminimum-phase objects.

Keywords: *digital control system, block of authentication, HSI and RGB spaces.*