

---

УДК 519.687.1:004.75

Ю.Г. Бусигін

*Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків*

## **ТРЬОХРІВНЕВА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РОЗПОДІЛУ ІНФОРМАЦІЙНОГО РЕСУРСУ ІНФОРМАЦІЙНО-ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ МЕРЕЖІ АВТОМАТИЗОВАНОЇ СИСТЕМИ УПРАВЛІННЯ ВІЙСЬКОВОГО ПРИЗНАЧЕННЯ**

*В статті запропонована трьохрівнева математична модель розподілу інформаційного ресурсу в інформаційно-обчислювальній мережі автоматизованої системи управління військового призначення. Показано, що існує доцільність розробити часткові моделі розподілу інформаційного ресурсу, на підставі яких можна сформулювати трьохрівневу математичну модель розподілу ресурсу ІОМ АСУ, причому залежно від характеристик сховищ даних вибирається відповідний рівень математичної моделі.*

**Ключові слова:** *автоматизована системи управління, інформаційно-обчислювальна мережа, ресурс, оптимальний розподіл, математичне моделювання.*

### **Вступ**

**Постановка проблеми.** Аналіз функціонування системи управління базами даних (СУБД) інформаційно-обчислювальної мережі (ІОМ) автоматизо-

ваної системи управління (АСУ) показав, що метод розподілу інформаційного ресурсу ІОМ АСУ для забезпечення функціонування складових частин системи у значній мірі визначає її продуктивність. При організації СУБД використовується багаторівнева

система обробки та зберігання даних. Для цього при проектуванні системи або її модернізації створюється модель ієрархічного виділення інформаційного ресурсу, що може розглядатися досить автономно та незалежно від взаємодії із зовнішніми абонентами. Така модель застосовується в системах, де для більшості функціонуючих транзакцій існує порівняно великий припустимий час реакції на зовнішні впливи і потрібні більші об'єми пам'яті для зберігання масивів даних і програм.

Кожний наступний рівень моделі ієрархічного виділення інформаційного ресурсу характеризується збільшенням часу доступу до інформації та зниженням вартості зберігання одиниці даних.

Зміна характеристик ресурсу кожного рівня безпосередньо впливає на продуктивність і ефективність роботи ІОМ АСУ в цілому. Для кожної ІОМ АСУ потрібно розв'язувати оптимізаційну задачу розподілу обмеженого інформаційного ресурсу з метою одержання мінімального значення узагальненого показника. Велика кількість параметрів, що впливають на розподіл інформаційного ресурсу, а також розмаїтість показників якості при визначенні характеристик розподілу і труднощі їх поєднання до єдиного критерію досить ускладнюють методи розв'язання задачі розподілу інформаційного ресурсу. Тому доцільно розглядати процес розподілу інформаційного ресурсу у вигляді ряду часткових моделей, безпосередньо пов'язаних з характеристиками розподілу інформаційного ресурсу в ІОМ АСУ.

**Метою статті** є розробка комплексу часткових моделей та методів розподілу інформаційного ресурсу в ІОМ АСУ військового призначення.

**Аналіз літературних джерел.** Дана стаття є продовженням дослідження побудови системи планування ресурсів в ІОМ АСУ військового призначення, що подано в роботі [1]. Задача планування розподілу ресурсів в ІОМ розглядається в роботах [2, 3], однак дані роботи присвячені в першу чергу розподілу ресурсів в ІОМ АСУ промислових підприємств, що не враховує специфіку управління частинами (підрозділами) Повітряних Сил та динаміку ведення бойових дій.

## Основна частина

Найбільш проста модель сховища даних (СД) характеризується реляційними таблицями (РТ) рівного об'єму, причому ймовірності звертання до деяких з них можуть бути однаковими. Назвемо дану модель класичною моделлю СД.

**Математична модель рівня 1.** Розглянемо запит, формований на основі інформації, обираної з  $M$  таблиць СД обсягу  $W$ , причому ймовірність звертання

до  $s$ -ї таблиці ( $s = \overline{1, M}$ ) дорівнює  $p_s$ , де  $\left( \sum_{s=1}^M p_s = 1 \right)$ .

Оскільки ймовірності звертання до деяких РТ однакові, то серед значень  $p_s$  ( $s = \overline{1, M}$ ) деякі рівні. Згрупуємо в наборі значень ймовірностей звертання до РТ однакові ймовірності й позначимо їх  $g_i$  – кількість РТ із ймовірністю звертання  $p_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ , де  $m$  – кількість отриманих груп;  $m \leq M$   $\left( \sum_{i=1}^m p_i g_i = 1 \right)$ .

Вочевидь, що  $g_i \in \overline{1, M}$ , а також  $M = \sum_{i=1}^m g_i$ . Для ро-

зміщення реляційних таблиць розподіленої бази даних може бути надано  $N$  різних типів реалізацій апаратно-програмних засобів (АПЗ) із такими характеристиками  $j$ -го типу ( $j = \overline{1, N}$ ):  $t_j$  – середній час доступу до даних для АПЗ  $j$ -го типу;  $V_j$  – обсяг стандартного інформаційного блоку АПЗ типу  $j$  (причому  $V_j > W \quad \forall j \in \overline{1, N}$ );  $n_j$  – максимально можлива кількість блоків, наданих для запиту на АПЗ типу  $j$ ;  $f_j$  – наведені середні витрати на один блок АПЗ типу  $j$ . Надамо кожному з наявних блоків порядковий номер, незалежний від типу АПЗ. При цьому заповнені блоки виключаються з розгляду. Тоді загальна кількість доступних блоків  $K_{\text{„}} = \sum_{j=1}^N n_j$ .

Позначимо через  $\tau_k$  час доступу до блоку АПЗ с номером  $k$ . З урахуванням нумерації блоків уведемо змінні розподіли таблиць СД, що обробляються ІОМ АСУ:  $x_{ijk}$  – кількість реляційних таблиць із ймовірністю звертання до них  $p_i$ , що обробляються  $k$ -м блоком АПЗ  $j$ -го типу,  $i = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, N}$ ,  $k = \overline{1, n_j}$ .

Позначимо через  $u_j$  кількість задіяних блоків АПЗ типу  $j$ ,  $j = \overline{1, N}$ . Впорядкуємо типи АПЗ по убаванню часу доступу, тобто  $t_j \geq t_{j+1}$ ,  $j = \overline{1, N-1}$ , а РТ – по убаванню ймовірності звертання до них, тобто  $p_i \geq p_{i+1}$ ,  $i = \overline{1, M-1}$ .

У даних позначеннях сумарний час доступу до реляційних таблиць складе:

$$T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{n_j} p_i \cdot x_{ijk} \cdot \tau_k. \quad (1)$$

Сформулюємо обмеження задачі:

– кожна РТ обробляється тільки в одному блоці, це не впливає на загальність постановки задачі, тому що  $V_j > W$ , причому всі реляційні таблиці повинні розміщатися в доступних блоках АПС, тобто:

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{n_j} x_{ijk} = g_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad (2)$$

– сумарний об'єм РТ, що обробляються в  $k$ -му блоці АПЗ  $j$ -го типу, не повинен перевищувати обсяг блоку, тобто:

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{n_j} x_{ijk} = g_i, \quad i = \overline{1, m}; \quad (3)$$

– сумарні наведені витрати на необхідне число блоків АПЗ не повинні перевищувати максимально припустимого розміру витрат F:

$$\sum_{j=1}^N f_j y_j \leq F. \quad (4)$$

Крім того, значення змінних  $x_{ijk}$  однозначно визначаються набором значень  $y_j$ :

$$x_{ijk} \geq 0, \quad y_j = \left[ V_j^{-1} \cdot W \cdot \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^{n_j} x_{ijk} \right]. \quad (5)$$

Вимога мінімізації часу доступу до РТ СД приводить до лінійної задачі цілочисельного програмування із цільовою функцією:

$$T = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^{n_j} p_i \cdot x_{ijk} \cdot \tau_k \rightarrow \min \quad (6)$$

та обмеженнями (3) – (5).

Однак, розглянуту класичну модель СД можна застосовувати далеко не на всіх рівнях ієрархії ІОМ АСУ, тому що істотним її недоліком є умова використання реляційних таблиць однакового об'єму, що веде до низької ефективності використання АПЗ.

При залученні декількох рівнів ієрархії зростає об'єм вхідних параметрів задачі, що, природно, приведе до збільшення часу її розв'язання. Урахування специфіки обмежень отриманої моделі дозволяє перейти до ускладненої моделі, що є подальшим узагальненням розглянутої задачі.

**Математична модель рівня 2.** У сучасних СД при обробці більших інформаційних масивів швидкість обробки запиту (що досить важливо для ІОМ АСУ військового призначення) істотно залежить від розміщення реляційних таблиць, що описують однотипні об'єкти. Відповідно до оперативно-тактичних задач, які виконуються АСУ, при проектуванні складних запитів до розподіленої бази даних великої інформаційної ємності необхідно вкластися в задані часові граници. При цьому суть задачі розподілу інформаційного ресурсу полягає у раціональному розміщенні реляційних таблиць БД по різних типах АПЗ, що надають інформаційний ресурс. Це дає можливість скоротити часові витрати на обробку запитів, з огляду на характер оброблюваних даних.

Розглянемо запит, що сформований на основі інформації, обраної з M таблиць СД об'єму W, причому ймовірність звертання до i-ї реляційної таблиці ( $i = \overline{1, M}$ ) дорівнює  $p_i$ . Введемо булеві змінні розподілу таблиць СД, які будуть розміщені в ІОМ АСУ:

$$x_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{коли } i\text{-та таблиця розміщується в } k\text{-му блоці;} \\ 0, & \text{коли } i\text{-та таблиця не використовує } k\text{-й блок.} \end{cases}$$

Тоді кількість реляційних таблиць, які можуть

оброблятися в одному блоці j-го типу визначається як  $l_j = [V_j / W]$ . Впорядкуємо типи АПЗ по зростанню часу доступу, тобто:  $t_j \leq t_{j+1}$ ,  $j = \overline{1, N-1}$ , а реляційні таблиці – по убаванню ймовірності звертання до них, тобто  $p_i \geq p_{i+1}$ ,  $i = \overline{1, M-1}$ . Тоді сумарний час доступу до розміщених таким чином РТ складе:

$$T = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^{K_C} p_i \cdot x_{ik} \cdot \tau_k. \quad (7)$$

Зазначену задачу будемо розглядати при наступних обмеженнях:

– кожна реляційна таблиця обробляється тільки в одному блоці, це не впливає на загальність постановки задачі, тому що  $V_j > W \quad \forall j \in \overline{1, N}$ :

$$\sum_{k=1}^{K_C} x_{ik} = 1, \quad i = \overline{1, M}; \quad (8)$$

– кількість задіяних блоків типу j не повинне перевищувати максимально можлива кількість блоків даного типу, що треба з визначення змінних  $y_j$ :

$$y_j \leq n_j, \quad j = \overline{1, N}; \quad (9)$$

– сумарні наведені витрати на необхідне число блоків АПЗ не повинні перевищувати максимально припустимого розміру витрат F, що задається як

$$\sum_{j=1}^N f_j y_j \leq F; \quad (10)$$

– вимога про достатність числа блоків типу j для обробки реляційних таблиць СД:

$$\sum_{i=1}^M \sum_{k=\varphi(j-1)+1}^{\varphi(j)+y_j} x_{ik} \leq l_j \cdot y_j \quad \forall j \in \overline{1, N}, \quad (11)$$

де  $\varphi(j)$  – функція зміщення номеру на множині типів обчислювальних вузлів, що показана нижче;

– змінні задачі повинні належати заданій області та бути цілочисельними:

$$x_{ik} \in \{0, 1\}, \quad y_j \in \{0, 1, \dots, n_j\}. \quad (12)$$

Функцію зміщення номеру на множині  $0, \dots, N-1$  задамо в такий спосіб:

$$\varphi(0) = 0; \quad \varphi(j-1) = \sum_{k'=1}^{j-1} n_{k'}; \quad j = \overline{2, N}. \quad (13)$$

Функцію зміщення номеру дозволяє для обчислювального вузла типа j визначити порядковий номер першого з блоків, які представлені для запиту  $k_j^{(1)} = \varphi(j-1)+1$ . Тоді кількість реляційних таблиць, розміщених у блоках типу j, дорівнює:

$$\left[ \left( \sum_{i=1}^M \sum_{k=\varphi(j-1)+1}^{\varphi(j)+y_j} x_{ik} \right) / l_j \right].$$

Вимога щодо мінімізації часу доступу до розподілених таблиць баз даних при обробці та розміщенні СД приводить до задачі цілочисельного нелінійного програмування з цільовою функцією:

$$T = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^{K_C} p_i \cdot x_{ik} \cdot \tau_k \rightarrow \min \quad (14)$$

та обмеженнями (8) – (13).

Наявність змінної  $y_j$  у межах суми обмеження (11) не дозволяє розв'язати задачу цілочисельного програмування (14) стандартними методами, оскільки дане обмеження не є лінійним, а, відповідно до цього, стандартні методи не можуть бути використані. Тому для рішення даної задачі необхідно використати методи рішення задачі цілочисельного програмування, що базується на специфіці обмежень та цільової функції. Використання умови про різні ймовірності звертання до реляційних таблиць однакового об'єму дозволяє значно знизити розмірність задачі, яка розв'язується. Особливостями даної моделі є: 1) нелінійний взаємозв'язок змінних і обмежень; 2) наявність реляційних таблиць рівного об'єму.

Розглянуті моделі розподілу інформаційного ресурсу не охоплюють усього спектра завдань, що функціонують у середовищі ІОМ АСУ військового призначення. Найбільш загальною моделлю розподілу інформаційного ресурсу є модель, що враховує наявність реляційних таблиць даних різного об'єму, інформаційної структури та характеру використання.

**Математична модель рівня 3.** Подальшим узагальненням розглянутої задачі є розгляд моделі, що характеризується як реляційними таблицями різного об'єму, так і різними ймовірностями звертання до них. При створенні СД великої інформаційної ємності потрібне виділення інформаційного ресурсу, надаваного різними типами вузлів ІОМ АСУ, що відрізняються своїми характеристиками.

Розглянемо запит, формований на основі інформації, обраної з  $M$  таблиць СД об'єму  $W_i$ .

Ймовірність звертання до  $i$ -ої реляційної таблиці дорівнює  $p_i$ . Для обробки та розміщення реляційних таблиць розподіленої бази даних може бути надано  $N$  різних типів вузлів ІОМ АСУ, характеристики яких визначаються  $t_j, f_j$ .

Визначимо показник відносної частоти звертання до  $i$ -ї реляційної таблиці як:

$$\omega_i = \frac{p_i}{W_i}, \quad i=\overline{1, M}. \quad (15)$$

Вочевидь, що середній час доступу до  $M$  таблиць довільного об'єму, для розміщення та обробки яких інформаційний ресурс надають  $N$  типів вузлів ІОМ АСУ, буде мінімальним, якщо завантажувати реляційні таблиці, починаючи з вузлів, що мають найбільшу швидкодію в порядку зменшення величини  $\omega_i$ .

Пронумеруємо типи вузлів ІОМ АСУ в порядку зменшення швидкодії, тобто  $t_j \leq t_{j+1}, \quad j=\overline{1, N-1}$ , а реляційні таблиці – по убутанню відносної частоти об'їгу, тобто  $\omega_i \geq \omega_{i+1}, \quad i=\overline{1, M-1}$ .

Позначимо  $k_j$  – кількість реляційних таблиць, розміщених у типах вузлів ІОМ АСУ із номерами  $1, \dots, j$ . Кількість реляційних таблиць, розміщених в  $j$ -му типі вузла, визначається як  $k(j) = k_j - k_{j-1}$ , при цьому  $k_0 = 0, k_N = M$ . Розглянемо дискретну випадкову величину  $\Theta$  – задіяний ресурс для обробки та розміщення реляційних таблиць із можливими значеннями  $\theta \in \{y_1, \dots, y_N\}$ , де

$$y_j = \sum_{i=1}^{k_j} W_i, \quad j=\overline{1, N}. \quad (16)$$

Тоді сумарний обсяг задіяних вузлів ІОМ АСУ  $j$ -го типу визначається як:

$$y_j^0 = \sum_{i=k_{j-1}+1}^{k_j} W_i, \quad j=\overline{1, N}. \quad (17)$$

Для всіх типів вузлів ІОМ АСУ можна розглядати  $N$ -мірний вектор  $\bar{y}^0 = \{y_1^0, \dots, y_N^0\}$ . Можна відмітити, що змінні  $y_j$  та  $y_j^0$  пов'язані як

$$y_j = y_1^0 + \dots + y_j^0, \quad j=\overline{1, N}. \quad (18)$$

З аналізу виразів (16) і (18) можна зробити висновки, що сумарний обсяг задіяних вузлів ІОМ АСУ  $j$ -го типу однозначно визначається за допомогою змінних  $y_j$  у такий спосіб:

$$y_j^0 = y_j - y_{j-1}, \quad j=\overline{1, N}, \quad (19)$$

якщо покласти  $y_0 = 0$ .

Функція розподілу випадкової величини  $\Theta$  має вигляд:

$$F(\theta) = \sum_{y_r < \theta} P(\Theta=y_r). \quad (20)$$

З аналізу виразів (16) і (20) можна зробити висновки, що в точках розриву функція  $F(\theta)$  приймає наступні значення:

$$F(y_1) = 0, \quad F(y_j) = \sum_{i=1}^{k_{j-1}} p_i, \quad j=\overline{2, N+1}, \quad (21)$$

де  $y_{N+1} = y_N + c, c = \text{const} \neq 0$ , тобто

$$F(\theta) = \begin{cases} 0, & \theta \leq y_1; \\ \sum_{i=1}^{k_{j-1}} p_i, & \theta \in (y_{j-1}, y_j], \quad j = \overline{2, N+1}. \end{cases} \quad (22)$$

Для отримання залежності між імовірністю звертання до реляційних таблиць і сумарним об'ємом пам'яті для їх розміщення введемо в розгляд функцію  $\psi$ , визначену в точках розриву дискретної випадкової величини  $\Theta$  у такий спосіб:

$$\psi(y_j) = \sum_{i=1}^{k_j} p_i, \quad j=\overline{1, N}. \quad (23)$$

Можна побачити, що  $\psi(y_j) = F(y_{j+1}), \quad j=\overline{1, N}$ , тобто

$$\psi(\theta) = \begin{cases} 0, & \theta < y_0; \\ \sum_{i=1}^{k_j} p_i, & \theta \in (y_{j-1}, y_j], \quad j = \overline{1, N}. \end{cases} \quad (24)$$

Апроксимація функції за результатами аналітичної обробки даних дає такий результат:

$$F(\theta) = 1 - e^{-(\beta + \alpha \theta)}, \quad (25)$$

де  $\alpha, \beta$  – коефіцієнти, що залежать від об'єму реляційних таблиць і ймовірностей звертання до них і що розраховуються, у такий спосіб:

$$\alpha = \frac{C \cdot y_1}{y_{N+1} - y_1}; \quad \beta = -\frac{C}{y_{N+1} - y_1}; \quad C = 20.$$

Сумарні наведені витрати на необхідне число обчислювальних вузлів не повинні перевищувати максимально допустимого розміру наведених витрат  $f$  на модернізацію ІОМ АСУ при розподілі ресурсів, виділених для забезпечення функціонування СД, що записується нерівністю:

$$\Phi(\bar{y}^0) = \sum_{j=1}^N f_j y_j^0 \leq F_{\max}. \quad (26)$$

Враховуючи (16), обмеження відносно сумарних затрат (26) в термінах змінних  $y_j$  записується як:

$$\begin{aligned} \Phi(\bar{y}) &= \sum_{j=1}^N f_j (y_j - y_{j-1}) = \\ &= f_1 (y_1 - y_0) + f_2 (y_2 - y_1) + \dots + f_N (y_N - y_{N-1}) = \\ &= \sum_{j=1}^N (f_j - f_{j+1}) y_j \leq F_{\max}, \quad f_{N+1} = 0. \end{aligned} \quad (27)$$

Вищевикладені міркування приводять до постановки задачі математичного програмування:

– потрібно знайти вектор  $\bar{y} \in R^N$ , при якому досягається мінімум функції:

$$T(\bar{y}) = \sum_{j=1}^N (t_j - t_{j+1}) \psi(y_j) \quad (28)$$

при обмеженні на середній час доступу:

$$\sum_{j=1}^N (f_j - f_{j+1}) y_j \leq F_{\max}, \quad f_j, y_j \in R^N \quad \forall j = \overline{1, N}. \quad (29)$$

Сформульована задача класифікується як задача нелінійного програмування в силу нелінійності функції  $\psi(\bar{y})$ . Розв'язання даної задачі дозволяє в самому загальному випадку на будь-яких рівнях ієрархії ІОМ АСУ обробити та розмістити раціональним методом реляційні таблиці БД.

## Висновки

Таким чином, в статті розроблено комплекс моделей та методів рішення задачі розподілу інформаційного ресурсу в ІОМ АСУ військового призначення. На підставі розроблених часткових моделей розподілу ресурсів формується трьохрівнева математична модель розподілу інформаційного ресурсу ІОМ АСУ, причому залежно від характеристик реляційних таблиць баз даних вибирається відповідний рівень математичної моделі.

## Список літератури

1. Тристан А.В. Модель системи планування розподілу ресурсу в інформаційно-обчислювальній мережі автоматизованої системи управління / А.В. Тристан, Ю.Г. Бусигін, М.Г. Чернега // Сучасні інформаційні технології в сфері безпеки та оборони. – К.: НУОУ, 2014. – С. 93-96.
2. Гвишиани Д.М. Многокритериальные задачи принятия решений [Текст] / Д.М. Гвишиани; под ред. Д.М. Гвишиани и С.В. Емельянова. – М.: Машиностроение, 1978. – 192 с.: ил.
3. Логинов И.В. Оптимизация модели распределенной гетерогенной вычислительной системы, используемой для планирования обработки запросов [Текст] / И.В. Логинов, Е.В. Лебедеко // Информатика и системы управления. – 2009. – №3(21). – С. 118-124.

Надійшла до редколегії 20.08.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. О.О. Можасв, Національний технічний університет «ХПІ», Харків.

### ТРЕХУРОВНЕВАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОГО РЕСУРСА ИНФОРМАЦИОННО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ СЕТИ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ВОЕННОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Ю.Г. Бусигин

В статье предложена трехуровневая математическая модель распределения информационного ресурса в информационно-вычислительной сети автоматизированной системы управления военного назначения. Показано, что целесообразно разработать частичные модели распределения информационного ресурса, на основании которых можно сформировать трехуровневую математическую модель распределения ресурса ИВС АСУ, причем в зависимости от характеристик реляционных таблиц баз данных выбирается соответствующий уровень математической модели.

**Ключевые слова:** автоматизированная системы управления, информационно-вычислительная сеть, ресурс, оптимальное распределение, математическое моделирование.

### THE THREE-LEVEL MATHEMATICAL MODEL OF DISTRIBUTING OF INFORMATIVE RESOURCE OF INFORMATION-COMPUTER NETWORK OF AUTOMATED CONTROL THE SYSTEM MILITARY-ORIENTED

Yu.G. Busigin

In the article the three-level mathematical model of distributing of informative resource is offered in the information-computer network of automated control the system military-oriented. It is rotined that exists expedience to develop partial models and methods of distributing of informative resource, on the basis of the developed partial models of allocation of resources it is possible to form the three-level mathematical model of distributing of resource of ICN ACS, thus the proper level of mathematical model gets out depending on descriptions of реляционных tables of databases.

**Keywords:** automated control the system, information-computer network, resource, optimum distributing, mathematical design.