

УДК 621.396.984.2

В.І. Барішев<sup>1</sup>, В.В. Печенін<sup>1</sup>, О.А. Коршець<sup>2</sup><sup>1</sup>Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків<sup>2</sup>Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «ХАІ», Харків

## ЦИФРОВИЙ АЛГОРИТМ ВИМІРЮВАННЯ ДОПЛЕРІВСЬКОЇ ЧАСТОТИ ГАРМОНІЧНОГО СИГНАЛУ

На основі методу максимальної правдоподібності синтезований і досліджений цифровий алгоритм виміру доплерівської частоти за некорельованою виборкою моментів випадання «нулів» гармонічного сигналу, що маскується адитивним шумом. Основною перевагою розробленого цифрового алгоритму є простота обчислень, а отже висока швидкодія, що дуже важливо при оцінці швидкості цілі, яка маневрує на коротких інтервалах часу виміру. Розроблений алгоритм дає істотний вииграш у точності виміру частоти в порівнянні з простим методом рахунку числа.

**Ключові слова:** доплерівська частота, гармонічний сигнал, адитивний шум.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Подальший розвиток і удосконалення радіолокаційних засобів протиповітряної і протиракетної оборони в Збройних силах України значною мірою визначається їх можливостями (оперативністю, точністю) по успішній протидії бойовим літакам і ракетам перспективних технологій і матеріалів, що володіють високою маневреністю, швидкістю та іншими характеристиками, які забезпечують їх високий бойовий потенціал.

Для забезпечення індивідуального ураження цілей у складі щільної групи потрібне істотне поліпшення розрізняючої здатності бортових і наземних радіолокаційних засобів по дальності, швидкості зближення і кутовим координатам бортових радіолокаційних станцій (БРЛС).

Необхідність перехоплення надманеврених цілей визначає істотне підвищення і жорсткість вимог до точності, стійкості і швидкодії спостерігаючих радіолокаційних вимірювачів засобів ураження бойових груп літаків і ракет потенційного супротивника, в умовах створення ними суттєвих маскуючих перешкод.

Таким чином загальний напрямок удосконалювання бортових і наземних радіолокаційних засобів протиракетної і протиповітряної оборони визначається напрямками розвитку літальних апаратів (літаків і ракет), як об'єктів ураження [1 – 3].

Створити радіолокаційні системи, що задовольняють по точності, стійкості і швидкодії можливо на основі впровадження цифрової обробки і комплексування всієї радіолокаційної інформації, що надходить від спостерігаючих вимірювачів дальності, швидкості, кутових координат і їх похідних [4].

**Ціль роботи** складається в розробці (синтезі) та дослідженні цифрового алгоритму виміру частоти гармонічного сигналу, що маскується адитивним шумом, який реалізований по вихідному сигналу доплерівської частоти радіолокаційного спостерігаючого вимірювача швидкості ЛА.

### Основний матеріал

При синтезі цифрових методів виміру параметрів безперервного гармонічного сигналу (частоти або фази) необхідно здійснити нелінійне перетворення суміші сигналу і шуму, що надходить на вхід цифрового вимірювача. На практиці досить зручним є знакове перетворення, що здійснюється за допомогою ідеального двостороннього обмежувача з характеристикою вигляду

$$\text{sign}X(t) = \begin{cases} 1 & x > 0, \\ 0 & \text{при } x = 0, \\ -1 & x < 0. \end{cases} \quad (1)$$

Тут  $X(t) = U(t) = V(t)\cos\Phi(t)$  – квазігармонійне коливання, де  $V(t)$  – огибаюча;  $\Phi(t)$  – повна фаза. У випадку використання перетворення (1), що відповідає моментам переходу  $U(t)$  через нульовий рівень, представимо повну фазу  $\Phi(t)$ , сукупністю моментів часу  $t = t_0, t_1 \dots t_n$ , що відповідає проходженню процесу  $\Phi(t)$  через значення  $k\pi$  або  $k2\pi$  радіан, де  $k$  – фіксоване ціле число.

Для виключення надлишковості при вимірах  $t_i$ , число  $k$  повинно обиратися з умови:

$$\bar{t}_i - t_{i-1} \approx \frac{2\pi}{\Delta\omega}, \quad (2)$$

де  $\Delta\omega$  – ширина смуги пропускання спостерігаючого фільтра на вході цифрового вимірювача частоти;  $\omega$  – частота гармонічного сигналу, що підлягає виміру.

Таким чином функцію  $\Phi(t)$ , яка зветься повним фазовим сигналом, можна замінити послідовністю моментів випадання нулів

$$\bar{t} = t_0, t_1, t_2 \dots t_n, \quad (3)$$

що задовольняє такій системі рівнянь, у якій  $\omega$  – початкова фаза гармонічного коливання;  $\xi_i$  – випадкові флуктуації  $\Phi(t)$  в точках  $\bar{t}$ :

$$\begin{aligned} \Phi(t_0) &= \omega t_0 + \phi + \xi_0 = 0; \\ \Phi(t_1) &= \omega t_1 + \phi + \xi_1 = k2\pi, \\ &\dots\dots\dots \\ \Phi(t_{n-1}) &= \omega t_{n-1} + \phi + \xi_{n-1} = k(n-1)2\pi, \\ \Phi(t_n) &= \omega t_n + \phi + \xi_n = kn2\pi. \end{aligned} \quad (4)$$

Якщо величини  $\xi_i$  з різними індексами  $i$  пок-ласти нормальними статистичними незалежними величинами з нульовим математичним очікуванням і дисперсією  $\sigma_{\xi_i}^2$ , що вірно для випадку сильного сигналу

$$q^2 = \frac{P_c}{P_{ш}} \gg 1, \quad (5)$$

де  $P_c$  – потужність сигналу;  $P_{ш}$  – потужність шуму, то функція правдоподібності [5] може бути представ-лена у вигляді:

$$P\left(\frac{\bar{t}}{\omega, \phi}\right) = k \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{\xi_i}^2} \sum_{i=1}^n (ik2\pi - \omega t_i - \phi)^2\right\}. \quad (6)$$

При  $\phi = 0$

$$P\left(\frac{\bar{t}}{\omega}\right) = k \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{\xi_i}^2} \sum_{i=1}^n (ik2\pi - \omega t_i)^2\right\}. \quad (7)$$

Мінімальна помилка виміру частоти відповідно до інформаційної матриці Фішера [6] буде дорівню-вати:

$$\sigma_{\omega}^2 = \frac{12N_0}{S_c^2 T^3}, \quad (8)$$

де  $N_0$  – спектральна щільність потужності адитив-ного шуму;  $S_c^2$  – квадрат амплітуди гармонічного сигналу;  $T$  – тривалість інтервалу спостереження.

Отримане значення  $\sigma_{\omega}^2$  для тимчасової вибірки  $\bar{t}$  цілком збігається з дисперсією оптимальної оцін-ки  $\sigma_{\omega_{opt}}^2$ , що одержується при обробці безперервно-го процесу  $U(t)$  [7].

Перейдемо тепер до синтезу цифрового алго-ритму оцінки частоти в припущенні про те, що пе-ретворення виду  $\eta(t) = \text{sign}(t)$  можна використув-вати при формуванні цифрового еквівалента функції правдоподібності,  $\tilde{M}(t, \omega, \phi)$  логарифма функції пра-вдоподібності:

$$\begin{aligned} M(t, \omega, \phi) &= \int_0^T U(t) \cos(\omega t + \phi) dt; \\ \tilde{M}(t, \omega, \phi) &= \int_0^T \eta(t) \cos(\omega t + \phi) dt. \end{aligned} \quad (9)$$

Проведемо деякі перетворення цифрового екви-валента логарифма функції правдоподібності

$\tilde{M}(t, \omega, \phi)$ , для чого представимо його у вигляді:

$$\tilde{M}(t, \omega, \phi) = \frac{1}{2} \int_{-0,5T}^{0,5T} \text{sign}U(t) d\left[\frac{\sin(\omega t + \phi)}{\omega}\right]. \quad (10)$$

Вирішуючи інтеграл вроздріб з відкиданням не-гативних переходів  $\text{sign}U(t)$ , остаточно одержимо:

$$\tilde{M}(t, \omega, \phi) = -\sum_{i=1}^n \sin(\omega t + \phi). \quad (11)$$

У випадку великого співвідношення сиг-нал/шум  $q^2 \gg 1$  і здійснення настроювання на  $\omega_{ок}$ , близької до оцінки частоти  $\omega^*$ :

$$\begin{aligned} \tilde{M}(\omega^*) &= \text{Макс.макс} |\tilde{M}(t, \omega, \phi)| = \\ &= \text{Макс.макс} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n \sin \omega t_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \cos \omega t_i\right)^2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Наближена методика перебування цифрового алгоритму оцінки частоти  $\omega^*$ , обумовлена форму-лою (9) з підстановкою формули (12) безпосередньо дає при  $\frac{\partial}{\partial \omega} \tilde{M}(t, \omega, \phi) = 0$ , наступну рівність:

$$\frac{\sum_{i=1}^n t_i \cos \omega_{ок} t_i}{\sum_{i=1}^n \cos \omega_{ок} t_i} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i \sin \omega_{ок} t_i}{\sum_{i=1}^n \sin \omega_{ок} t_i}. \quad (13)$$

Виконання рівності (13) буде свідчити про те, що в настроєному каналі  $\omega^* = \omega_{ок}$ .

Для синтезу алгоритму оцінки частоти по вимі-рах сукупності  $\bar{t}$  складемо, користуючись співвід-ношенням (6) систему рівнянь правдоподібності:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \omega} \lg P(\bar{t} / \omega^*, \phi^*) \\ \frac{\partial}{\partial \phi} \lg P(\bar{t} / \omega^*, \phi^*) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Звідки:

$$\omega^* = 2\pi kn \frac{\sum_{i=1}^n it_i - \frac{n+1}{2} \sum_{i=1}^n t_i}{n \sum_{i=1}^n t_i^2 - \left[\sum_{i=1}^n t_i\right]^2}. \quad (15)$$

При розбивці інтервалу  $T$  на два приблизно рі-вних інтервали ( $T_1$ ) і ( $T_2$ ) на кожному з яких випадає по  $n/2$  нулів алгоритм (15) істотно спрощується:

$$\omega^* = \frac{2\pi kn}{t_{2cp} - t_{1cp}}, \quad (16)$$

$$\text{де } t_{1cp} = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n/2} t_i; \quad t_{2cp} = \frac{2}{n} \sum_{i=\frac{n}{2}+1}^n t_i.$$

Розрахунок дисперсії оцінки частоти, отриманої по алгоритму (16) дає:

$$\sigma_{\omega}^2 = \frac{\omega^2 n \omega_{\xi}^2}{\left[2\pi k(n/2)^2\right]^2} = \frac{16N_0}{S_c^2 T^3} \quad (17)$$

Порівнюючи формули (17) і (8) бачимо, що точність алгоритму (16) трохи гірше оптимального (приблизно в 1,3 рази), але він істотно простіше оптимального (13) при практичній реалізації.

**Експериментальні результати обчислення** оцінок частоти по моментах випадання нулів суміші гармонічного сигналу і вузькополосного нормального шуму.

Результати дослідження отримані на основі фізичного експерименту реалізованого на експериментальній установці, що дозволила формувати некорельовані вибірки моментів випадання нулів  $\bar{t} = t_0, t_1, t_2 \dots t_n$  при наступних вихідних умовах: частота сигналу встановлювалася рівною 2,438 кГц; смуга пропускання вузькополосного фільтра складала 100 Гц і 50 Гц на рівні 0,7 по напрузі; центральна частота настройки фільтра збігалася з частотою сигналу; при смугі 50 Гц досліджувався вплив розстройки фільтра на  $\pm 25$  Гц щодо частоти сигналу; величина співвідношення сигнал/шум складала 2, 3, 5, 10, 20; початкова фаза встановлювалася рівною 1.44 рад. і 2.8 рад.; величина часу спостереження встановлювалася в межах 1 с; 0,5 с; 0,1 с.; число незалежних тимчасових інтервалів  $n_1 = 110$  при  $\Delta f = 100$  Гц і  $n_2 = 50$  при  $\Delta f = 50$  Гц; нормований час виміру при  $\Delta f = 100$  Гц,  $Q = T$ ,  $\Delta f_3 = 160; 80; 16$  при  $\Delta f = 50$  Гц  $Q = 80; 40; 8$  при  $\Delta f_3 = \pi / 2\Delta f_{0,7}$ .

Вихідний сигнал формувався за допомогою високостабільного кварцового генератора.

В експериментальній установці використаний генератор шуму Г2-12, а також генератор звукової частоти Г3-53; вимірювач нелінійних відхилень С6-1; вольтметр змінного струму МВЛ-5; генератор тактових імпульсів МГИ-1 і ряд інших приладів.

Установка формувала послідовності моментів випадання  $\bar{t}$  при вирівнюванні узкополосного параметрів  $q^2, \Delta f, Q$ , розстройки фільтра, що через погоджуючи схему вводилися в ЕОМ.

На рис. 1 приведені нормовані залежності  $\beta_{\omega} = F(q^2, \Delta f)$  при  $\Delta f = 50$  Гц при  $\Delta f = 0$  і трьох значеннях  $Q$ .

На рис. 2 приведені нормовані залежності  $\beta_{\omega} = F(q^2, \Delta f)$  при  $T = 0,1$  с і  $\Delta f_1 = 50$  Гц,  $\Delta f_2 = 100$  Гц.

На рис. 3 приведені нормовані залежності  $\beta_{\omega} = F(q^2, \Delta f)$  при  $Q = 8$ ;  $\Delta f = 5$  Гц.

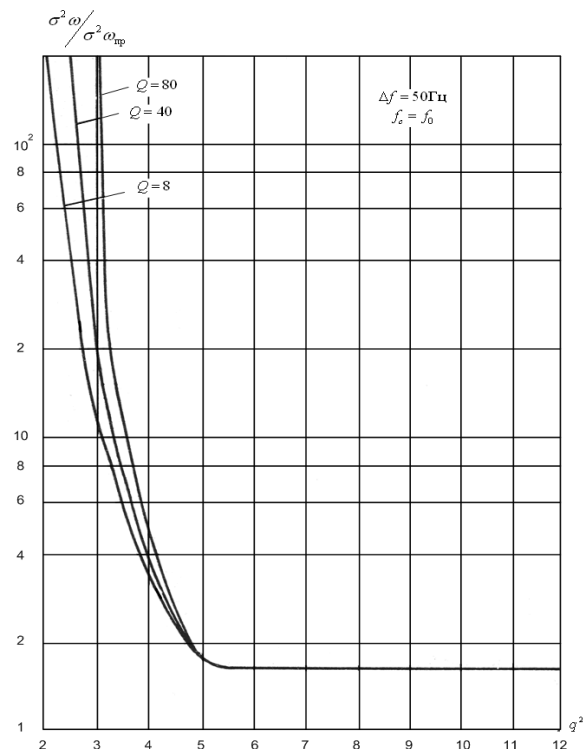


Рис. 1. Нормовані залежності  $\beta_{\omega} = F(q^2, \Delta f)$  при  $\Delta f = 50$  Гц при  $\Delta f = 0$  і трьох значеннях  $Q$

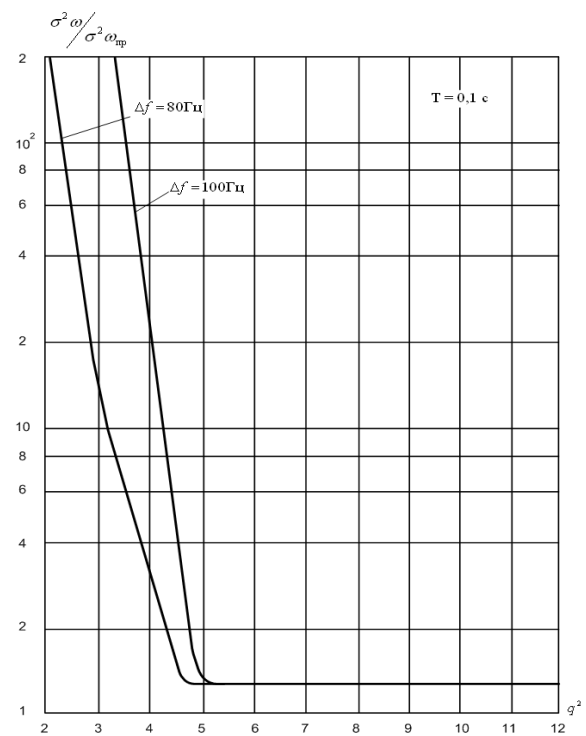


Рис. 2. Нормовані залежності  $\beta_{\omega} = F(q^2, \Delta f)$  при  $T = 0,1$  с і  $\Delta f_1 = 50$  Гц,  $\Delta f_2 = 100$  Гц

Величина  $\beta_{\omega} = \sigma_{\omega}^2 / \sigma_{\omega_{opt}}^2$  – відношення обміряної дисперсії оцінки до оптимальної дисперсії, що обчислюється за формулою (8).

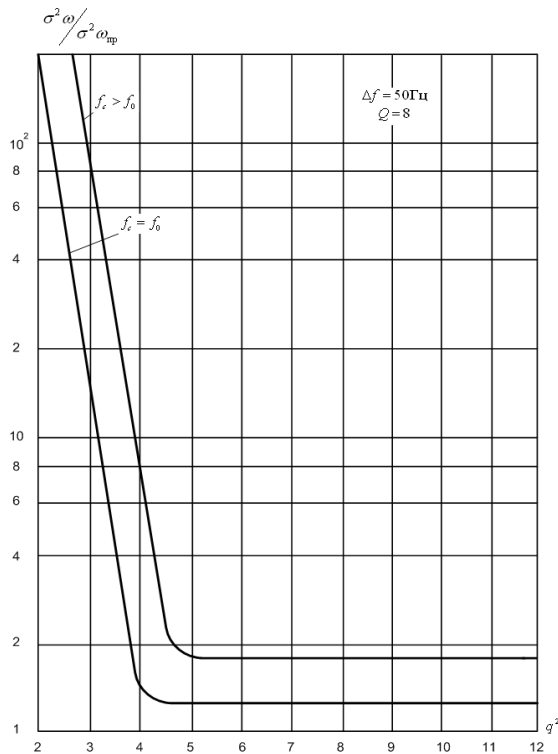


Рис. 3. Нормовані залежності  $\beta_{\omega} = F(q^2, \Delta f)$  при  $Q = 8$ ;  $\Delta f = 5$  Гц.

### Висновки

У статті приведені результати статистичного синтезу і експериментальних досліджень цифрового алгоритму оцінки частоти за некоррельованою вибіркою моментів випадання нулів  $\bar{t}$ .

Як видно з аналізу експериментальних результатів, приведених на рис. 1 – 3, синтезований алгоритм має різко виражений граничний ефект. Величина якого лежить в області  $q^2 \approx 4$ .

Зменшення смуги пропускання знижує поріг  $q^2$  у 1.5 рази у випадку однакових  $\beta$ .

Основною перевагою розробленого цифрового алгоритму є простота обчислень, а отже висока швидкодія, що дуже важливо при оцінці швидкості цілі, яка маневрує, (літака, ракети) на коротких інтервалах часу виміру. Розроблений алгоритм дає істотний вигравш у точності виміру частоти в порівнянні з простим методом рахунку числа нулів (методом частотоміра), який широко застосовується у доплерівських вимірниках швидкості.

При використанні сучасної елементної бази і мікропроцесорної техніки, розроблений цифровий алгоритм може бути використаний для модернізації вже існуючих радіолокаційних вимірювачів швидкості, а також при розробці нових.

### Список літератури

1. Бабич В. *Сверхманевренность истребителя // Зарубежное военное обозрение.* – 1994. – №2. – С. 21-26.
2. Антипов В.Н., Исаев С.Л., Лавров А.А., Меркулов В.И. *Многофункциональные радиолокационные комплексы истребителей / Под ред. Г.С. Кондратьева.* – М. Воениздат, 1994. – 312 с.
3. Меркулов В.И., Лепин В.Н. *Авиационные системы радиоуправления Ч.1 Методы синтеза и анализ систем радиоуправления, Ч.2. Радиоэлектронные системы самонаведения.* – М.: Радио и связь, 1997. – 290 с.
4. Меркулов В.И., Чернов В.С. *направления совершенствования радиоэлектронных систем самонаведения ракет «воздух-воздух» // Радиолокация и радиометрия.* – 1999. – №1. – С. 31-36.
5. Фалькович С.Е. *Оценка параметров сигналов.* – М.: Сов. радио. 1970. – 336 с.
6. Тихонов В.И., Харисов В.Н. *Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем.* – М.: Радио и связь, 1991. – 621 с.
7. Тихонов В.И. *Оптимальный прием сигналов.* – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.

Надійшла до редколегії 4.03.2008

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. О.М. Фоменко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## ЦИФРОВОЙ АЛГОРИТМ ИЗМЕРЕНИЯ ДОПЛЕРИВСКОЙ ЧАСТОТЫ ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА

В.И. Барышев, В.В. Печенин, Е.А. Коршец

На основе метода максимальной правдоподобности синтезирован и исследован цифровой алгоритм измерения доплеривской частоты за некоррелируемой выборкой моментов выпадения «нулей» гармонического сигнала, который маскируется аддитивным шумом. Основным преимуществом разработанного цифрового алгоритма является простота вычислений, а следовательно высокое быстродействие, что очень важно при оценке скорости цели, которая маневрирует на коротких интервалах времени измерения. Разработанный алгоритм дает существенный выигрыш в точности измерения частоты по сравнению с простым методом счета числа.

**Ключевые слова:** доплеровская частота, гармонический сигнал, аддитивный шум.

## DIGITAL ALGORITHM OF MEASURING OF DOPPLERIVSKOY OF FREQUENCY OF HARMONIC SIGNAL

V.I. Barishev, V.V. Pechenin, E.A. Korshec

On the basis of method of maximal plausibility synthesized and investigational digital algorithm of measuring of Doppleriv frequency after uncorrelated excretion moments of fall of «zeros» of harmonic signal which masks адитивним шумом. Basic advantage of the developed digital algorithm is simplicity of calculations, and consequently high fast-acting, that is very important at the estimation of speed of purpose which manoeuvres on short measuring time domains. The developed algorithm is given by the substantial winning in exactness of measuring of frequency as compared to the simple method of account of number.

**Keywords:** Doppler frequency, harmonic signal, additive noise.