

# Моделювання в економіці, організація виробництва та управління проектами

УДК 658.012.32:331.108

И.А. Гончар, А.И. Лысенко, Ю.Ю. Жебель

Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

## ОЦЕНКА ЭФФЕКТИВНОСТИ КОМАНДЫ ПРОЕКТА ПО КРИТЕРИЮ ГАРАНТИРОВАННОГО РЕЗУЛЬТАТА В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ТРУДОЗАТРАТ

*В стохастической постановке решается задача оценки качества команды проекта по критерию эффективности гарантированной реализации в заданные сроки комплексов работ различной степени сложности в условиях неопределенности трудозатрат исполнителей различной квалификации. Объемы комплексов работ различной степени сложности и расходы финансовых средств на их реализацию рассматриваются как непрерывные случайные величины, подчиняющиеся закону бета-распределения. Согласно принципа гарантированного результата эффективность реализации проекта оценивается отношением оптимистической оценки случайной величины общего объема комплекса работ к пессимистической оценке случайной величины суммарных расходов финансовых средств. Полученные результаты актуальны при формировании команды проекта в условиях неполной информированности лица, принимающего решение.*

**Ключевые слова:** эффективность реализации проекта, принцип гарантированного результата, закон бета-распределения, нормальный закон распределения, правило «трех сигм», математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, пессимистическая и оптимистическая оценки непрерывной случайной величины.

### Введение

Одним из основных вопросов задачи управления проектами является выбор качественного состава исполнителей различной квалификации, определяющего эффективность реализации запланированных комплексов работ различной степени сложности [1, 2].

Эффективность реализации проекта характеризуется отношением общего объема выполненного комплекса работ различной степени сложности к суммарным расходам финансовых средств на трудозатраты исполнителей различной квалификации [3].

В рыночных условиях, когда процессы реализации проекта подвержены воздействию множества труднопрогнозируемых и трудноучитываемых факторов, общий объем требуемых разработок и суммарные расходы финансовых средств на их реализацию являются случайными величинами [4].

В современной практике управления проектами отсутствуют формализованные модели и методы количественной оценки эффективности состава исполнителей различной квалификации в условиях риска и неопределенности рыночной экономики [5].

Целью данной статьи является разработка стохастической модели количественной оценки ка-

чества состава команды проекта по критерию гарантированной эффективности выполнения запланированного комплекса работ различной степени сложности в условиях неопределенности трудозатрат исполнителей различной квалификации.

### Основная часть

Рассматриваются вопросы планирования реализации командой проекта  $\{n_k\}$  в заданные сроки  $\{t_k\}$  объемов комплексов работ  $\{Q_k\}$  различной степени сложности  $k = \overline{1, m}$  в условиях неопределенности трудозатрат.

Ставится задача из возможного набора  $k = \overline{1, N}$  команд проекта  $\{n_k\}_i$ , содержащего комплексы работ различной степени сложности выбрать наиболее эффективный состав исполнителей  $\{n_k^*\}$  различной квалификации  $k = \overline{1, m}$  по критерию Вальда (Wald) соответствующего принципу гарантированного результата [6].

Эффективность реализации проекта  $E_i$   $i$ -м составом исполнителей  $\{n_k\}_i = (n_{i1}, \dots, n_{im})$  характеризуется отношением общего объема выполняемых комплексов работ различной степени сложности

$$Q_i = \sum_{k=1}^m Q_{ik}, \forall i \in \overline{1, N}; \quad (1)$$

к сумме расходов финансовых средств на их реализацию

$$R_i = \sum_{k=1}^m R_{ik}, \forall i \in \{\overline{1, N}\}. \quad (2)$$

Другими словами эффективность  $i$ -го состава команды проекта  $\{n_k\}_i$  количественно оценивается отношением

$$E_i = \frac{\sum_{k=1}^m Q_{ik}}{\sum_{k=1}^m R_{ik}}; \quad (3)$$

где  $Q_{ik}$  – объем комплекса работ  $k$ -й степени сложности, выполняемых  $i$ -м составом команды проекта;

$R_{ik}$  – расходы финансовых средств на реализацию комплекса работ  $k$ -й степени сложности, выполняемых  $i$ -м составом команды проекта.

В условиях неопределенности трудозатрат при выполнении работ различной степени сложности  $k = \overline{1, m}$  планируемые объемы комплексов работ проекта  $\{Q_k\}$  и расходы финансовых средств на их реализацию  $\{R_k\}$  рассматриваются как непрерывные случайные величины

$$x_k \in [x_k^{\min}, x_k^{\max}], \forall k \in \{\overline{1, m}\}; \quad (4)$$

подчиненные закону бета-распределения

$$\varphi(x_k) = c(x_k - x_k^{\min})^\alpha \cdot (x_k^{\max} - x_k)^\beta; \quad (5)$$

где  $x_k^{\min}$  – минимальная оценка непрерывной случайной величины  $x_k$ ;

$x_k^{\max}$  – максимальная оценка непрерывной случайной величины  $x_k$ ;

$\alpha, \beta, c$  – параметры закона бета-распределения непрерывной величины  $x_k$ , которые определяются на основе статистических данных с помощью регистрационного и корреляционного анализов.

Для случая [7]:

$$\alpha = 1; \beta = 2; c = 12(x_k^{\max} - x_k^{\min})^{-4}; \quad (6)$$

справедливы следующие эмпирические выражения математического ожидания

$$\bar{x}_k = 0,6x_k^{\min} + 0,4x_k^{\max}; \quad (7)$$

и дисперсии

$$D_k = 0,04(x_k^{\max} - x_k^{\min})^2; \quad (8)$$

непрерывной случайной величины (4).

Исходя из аналитического выражения для дисперсии непрерывной случайной величины (4), которая подчинена закону распределения (5), с учетом соотношений (6), (7) и (8) получим систему уравнений относительно переменных  $x_k^{\min}, x_k^{\max}$  при заданной величине математического ожидания  $\bar{x}_k$ :

$$\bar{x}_k = 0,6x_k^{\min} + 0,4x_k^{\max};$$

$$(x_k^{\max} - x_k^{\min})^6 = 300 \times \quad (9)$$

$$\times \int_{x_k^{\min}}^{x_k^{\max}} (x_k - x_k^{\min})(x_k - \bar{x}_k)^2 (x_k^{\max} - x_k)^2 dx_k,$$

Решение полученной системы уравнений (9) сводится к нахождению действительного корня

$$0 < x_k^{\min} < \bar{x}_k \quad (10)$$

уравнения четвертой степени, имеющего два действительных и два комплексных корня

$$9,18(x_k^{\min})^4 - 54\bar{x}_k(x_k^{\min})^3 + 117(\bar{x}_k)^2(x_k^{\min})^2 - 110(x_k^{\min})^3 x_k^{\min} + 37,5(\bar{x}_k)^4 = 0. \quad (11)$$

Решение уравнения (11), соответствующее минимальной оценке  $x_k^{\min}$ , позволяет определить с учетом соотношений (7) и (8) максимальную оценку  $x_k^{\max}$  и дисперсию  $D_k$  непрерывной случайной величины (4). Общий объем работ (1) и суммарные расходы финансовых средств (2) на их выполнение  $i$ -й командой проекта как суммы непрерывных случайных величин

$$x_k = \begin{cases} Q_{ik} \in [Q_{ik}^{\min}, Q_{ik}^{\max}]; \\ R_{ik} \in [R_{ik}^{\min}, R_{ik}^{\max}]; \\ k = \overline{1, m}; \forall i \in \{\overline{1, N}\}; \end{cases} \quad (12)$$

являются также непрерывными случайными величинами

$$x = \begin{cases} Q_i \in [Q_i^{\min}, Q_i^{\max}]; \\ R_i \in [R_i^{\min}, R_i^{\max}]; \\ \forall i \in \{\overline{1, N}\}; \end{cases}$$

которые с учетом соотношений (1), (2), (6) – (9), (12) соответственно характеризуются

– математическим ожиданием

$$\bar{x} = \begin{cases} \bar{Q}_i = \sum_{k=1}^m \bar{Q}_{ik}; \\ \bar{R}_i = \sum_{k=1}^m \bar{R}_{ik}; \\ \forall i \in \{\overline{1, N}\}; \end{cases} \quad (13)$$

где  $\bar{Q}_{ik}$  – математическое ожидание непрерывной случайной величины объема комплекса работ  $k$ -й степени сложности  $Q_{ik}$ , выполняемых  $i$ -м составом исполнителей проекта;

$\bar{R}_{ik}$  – математическое ожидание непрерывной случайной величины финансовых расходов  $R_{ik}$  на реализацию комплекса работ  $k$ -й степени сложно-

сти, выполняемых  $i$ -м составом исполнителей проекта;  
 – дисперсией

$$D_i = \sum_{k=1}^m D_{ik} = \begin{cases} 0,04 \sum_{k=1}^m (Q_{ik}^{\max} - Q_{ik}^{\min})^2, \\ 0,04 \sum_{k=1}^m (R_{ik}^{\max} - R_{ik}^{\min})^2, \end{cases} \forall i \in \{1, N\}; \quad (14)$$

и подчиняются нормальному закону распределения, качественный характер которого приведен на рис. 1:

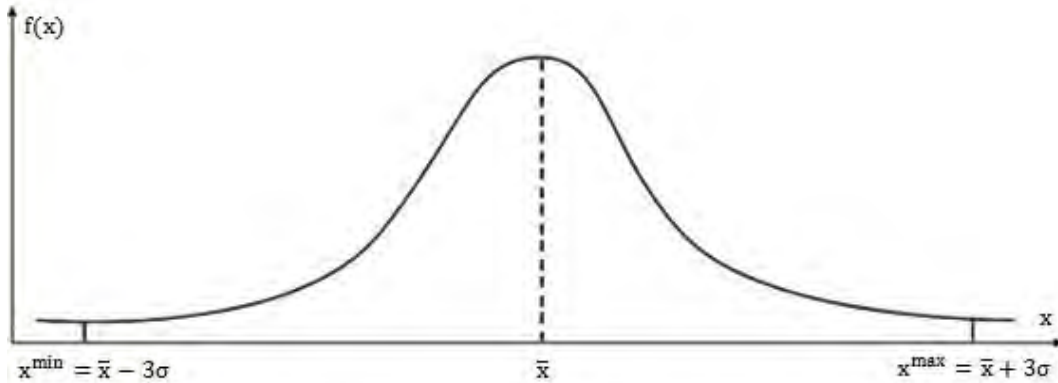


Рис. 1. Качественный характер нормального закона распределения  $f(x)$  непрерывной случайной величины  $x$

Исходя из принципа гарантированного результата, согласно с правилом «трех сигм» показатель гарантированной эффективности выполнения в заданные сроки  $\{t_k\}$ ,  $i$ -м составом исполнителей  $\{n_k\}_i$  с часовыми ставками  $\{S_k\}$ , в условиях неопределенности трудозатрат на реализацию запланированных комплексов работ различной степени сложности  $k = \overline{1, m}$  определяется отношением оптимистической оценки необходимых объемов работ к пессимистической оценке суммы требуемых расходов финансовых средств

$$E_i^* = \frac{\overline{Q}_i - 3\sigma_{Q_i}}{R_i + 3\sigma_{R_i}}, \forall i \in \{1, N\}; \quad (16)$$

где  $\overline{Q}_i$  – математическое ожидание случайной величины необходимого объема комплексов работ различной степени сложности;

$\overline{R}_i$  – математическое ожидание случайной величины суммарных расходов финансовых средств, требующихся для выполнения запланированных комплексов работ проекта;

$\sigma_{Q_i}$  – среднее квадратическое отклонение случайной величины общего объема комплексов работ различной степени сложности, выполняемых  $i$ -й командой проекта;

$\sigma_{R_i}$  – среднее квадратическое отклонение случайной величины суммарных расходов финансовых средств  $i$ -й командой проекта.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\overline{x})^2}{2\sigma^2}};$$

где  $\sigma$  – среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины  $x \in [x^{\min}, x^{\max}]$  определяемое из

$$\sigma = \sqrt{D}; \quad (15)$$

$\overline{x}$  – математическое ожидание непрерывной случайной величины  $x \in [(\overline{x} - 3\sigma), (\overline{x} + 3\sigma)]$ .

С учетом соотношений (1) – (3), (7), (8) и (13) – (15), выражение (16) принимает вид

$$E_i^* = \frac{\sum_{k=1}^m (1,5Q_{ik}^{\min} + Q_{ik}^{\max}) - 1,5\sqrt{\sum_{k=1}^m (Q_{ik}^{\max} - Q_{ik}^{\min})^2}}{\sum_{k=1}^m (1,5R_{ik}^{\min} + R_{ik}^{\max}) - 1,5\sqrt{\sum_{k=1}^m (R_{ik}^{\max} - R_{ik}^{\min})^2}}; \quad (17)$$

где значения переменных  $Q_{ik}^{\min}$ ,  $Q_{ik}^{\max}$ ,  $R_{ik}^{\min}$ ,  $R_{ik}^{\max}$  определяются из решения уравнения (11) совместно с соотношением (7), в которых соответственно принимается:

$$x_k^{\min} = Q_{ik}^{\min}, R_{ik}^{\min};$$

$$x_k^{\max} = Q_{ik}^{\max}, R_{ik}^{\max};$$

$$\overline{x}_k = \overline{Q}_{ik}, \overline{R}_{ik};$$

$$\overline{Q}_{ik} = n_k t_k;$$

$$\overline{R}_{ik} = s_k n_k t_k;$$

$$k = \overline{1, m}, \forall i \in \{1, N\}.$$

Таким образом, при заданных часовых ставках персонала  $\{S_k\}$  и сроках выполнения  $\{t_k\}$  комплекс работ различной степени сложности  $k = \overline{1, m}$  каждый состав исполнителей  $\{n_k\}$  характеризуется показателем гарантированной эффективности реализации проекта  $E^*$ , который рассчитывается согласно полученному выражению (17).

## Выводы

На основе стохастического подхода разработана модель оценки эффективности реализации проекта в условиях неопределенности по критерию гарантированного результата, который трактуется как отношение оптимистической оценки случайной величины общего объема работ к пессимистической оценке случайной величины суммарных расходов финансовых средств.

Полученные результаты позволяют при известных часовых ставках  $\{S_k\}$  персонала и заданных сроках  $\{t_k\}$  реализации комплексов работ различной степени сложности выбрать из имеющихся наборов исполнителей различной квалификации наилучший состав  $\{n_k\}$  по критерию максимальной эффективности гарантированной реализации проекта в запланированные сроки в условиях неопределенности трудозатрат.

## Список литературы

1. Морозов В.В. Формування, управління та розвиток команди проекту [Текст]: навч. посібник для вузів /

В.В. Морозов, А.М. Чередніченко, Т.І. Шпильова; під ред. В.В. Морозова. – К.: Таксон, 2009. – 468 с.

2. Армстронг М. Практика управління людськими ресурсами [Текст]: 10-е вид. / М. Армстронг, пер. с англ.; під ред. С.К. Мордовина. – СПб.: Питер, 2009. – 848 с.

3. Арчибальд Р. Управление высокотехнологичными программами и проектами [Текст] / Рассел Д. Арчибальд; пер. с англ. Е.В. Мамонтова; под ред. А.Д. Баженова, А.О. Арефьева. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Компания АйТи; ДМК Пресс, 2004. – 472 с.

4. Клиффорд Ф. Грей. Управление проектами: практическое руководство [Текст] / Ф. Грей Клиффорд, Эрик У. Ларсон. – М.: Дело и Сервис, 2003. – 528 с.

5. Новиков Д.А. Математические модели формирования и функционирования команд [Текст] / Д.А. Новиков. – М.: Изд-во физ.-мат. лит-ры, 2008. – 184 с.

6. Lysenko A.I. Game Model of Production Resources Diversification / A.I. Lysenko // Engineering & Automation Problems. – 2001. – №1, Vol. 2. – P. 43-45.

7. Чумаченко И.В. Стохастическая модель открытого управления инновационной деятельностью в условиях неопределенности / И.В. Чумаченко, В.А. Витюк // Системи управління, навігації та зв'язку: зб. наук. пр. ДП «Центральний науково-дослідний інститут навігації і управління». – К., 2010. – Вип. 3(15). – С. 177-181.

Поступила в редколлегию 13.10.2014

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Б.М. Конорев, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

## ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ КОМАНДИ ПРОЕКТУ ЗА КРИТЕРІЄМ ГАРАНТОВАНОГО РЕЗУЛЬТАТУ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ТРУДОВИТРАТ

І.О. Гончар, О.І. Лисенко, Ю.Ю. Жебель

У стохастичній постановці вирішується задача оцінки якості команди проекту за критерієм ефективності гарантованої реалізації в задані терміни комплексів робіт різного ступеня складності в умовах невизначеності роботи виконавців різної кваліфікації. Обсяги комплексів робіт різного ступеня складності та витрати фінансових коштів на їх реалізацію розглядаються як безперервні випадкові величини, що підкоряються закону бета-розподілу. Згідно принципу гарантованого результату ефективність реалізації проекту оцінюється відношенням оптимістичної оцінки випадкової величини загального обсягу комплексів робіт до пессимістичної оцінки випадкової величини сумарних витрат фінансових коштів. Отримані результати можуть бути використані при формуванні команди проекту в умовах неповної поінформованості особи, що приймає рішення.

**Ключові слова:** ефективність реалізації проекту, принцип гарантованого результату, закон бета-розподілу, нормальний закон розподілу, правило «трьох сигм», математичне сподівання, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, пессимістична і оптимістична оцінки безперервної випадкової величини.

## EVALUATING OF THE EFFICIENCY OF THE PROJECT TEAMS BY THE CRITERION OF GUARANTEED RESULTS UNDER CONDITIONS OF UNCERTAINTY LABOR

I.A. Gonchar, A.I. Lysenko, Yu.Yu. Zhebel

In the stochastic formulation is solved the problem of estimating the quality of the project team based on their performance guarantee realization of a target date of the work packages of varying degrees of complexity in an uncertain labor executors of varying skills. The volumes of the work packages of varying degrees of complexity and costs of funds on their realization are considered as continuous random variables and follow the law of the beta distribution. According to the principle of guaranteed result the effectiveness of the implementation of the project is estimated by the ratio of optimistic estimates of the random variable of the total work packages to the pessimistic assessment of the random variable of the total expenditure of funds. The obtained results can be used in the formation of the project team in conditions of incomplete information of the person making the decision.

**Keywords:** effectiveness of the implementation of the project, the principle of guaranteed result, the law of the beta distribution, the normal distribution law, the rule of "three Sigma", mathematical expectation, variance, the standard deviation, pessimistic and optimistic estimates of a continuous random variable.