УДК 519.688 +519.64.3

А.А. Засядько

Черкасский институт банковского дела Университета банковского дела НБУ, Черкассы

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТОВ ИНФОРМАЦИОННОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-НЕТЕЙЛОРОВСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

В работе параметры объектов информационного обеспечения автоматизированных систем управления предлагается восстанавливать на основе операционного метода, использующего дискретные нетейлоровские преобразования. Сложная в вычислительном отношении задача восстановления параметров объектов была преобразована в более простую задачу решения системы конечных уравнений. В полученной модели восстановления параметров отсутствуют методическая погрешность и непрерывный аргумент в области изображений, что позволило повысить точность моделирования и моделировать процесс восстановления объектов АСУ в реальном времени.

Ключевые слова: *автоматизированная система управления, задача восстановления, интегральное уравнение Фредгольма первого рода, дифференциальные нетейлоровские преобразования.*

Введение

Постановка задачи. Важной проблемой исследования и контроля объектов, например, транспортных средств в транспортных системах (ТС) информационного обеспечения автоматизированных систем управления (АСУ) является решение математических задач интерпретации результатов наблюдений (в том числе задач восстановления сигналов датчиков), эффективное решение которой позволит повысить точность систем наблюдения. Математическое повышение разрешающей способности и точности экспериментальных зависимостей требует решения задачи восстановления параметров объектов АСУ.

Первоочередной задачей для АСУ, функционирующих в условиях неопределенности первичной информации, является разработка методов преобразования и восстановления информации. Такая задача решается в современных АСУ в рамках их информационного и математического обеспечения.

Процесс измерения параметров состояния объектов управления АСУ можно описать математической моделью в виде интегрального уравнения Фредгольма первого рода, которое позволяет построить на ее основе эффективные алгоритмы решения задачи восстановления сигналов [1]:

$$\int_{\alpha}^{\beta} K(x,s)\cdot y(s)ds = f(x), x\in[\delta,\gamma], s\in[\alpha,\beta]. \quad (1)$$

Решить задачу восстановления сигнала для уравнения (1) – найти вид сигнала y(s), искаженного измерительной аппаратурой с аппаратной функцией K(x,s) в сигнал f(x) [1]. Таким образом, процесс теоретико-экспериментального моделирования состоит в обработке измерительной информации, построении аналитической модели процесса восстановления, нахождении аппроксимирующей функции, определения ее параметров по результатам обработки измерений. Для качественного теоретико-экспериментального построении моделей процесса восстановления весьма актуальным является разработка математического обеспечения для совместного решения двух проблем: достоверной интерпретации измерительной информации при решении некорректно поставленной задачи и точной аппроксимации параметров модели при ее аналитическом описании. При этом применение численных методов интегрирования или дифференцирования приводит к значительному объему вычислений. К тому же вносится погрешность как при переходе от интегрального уравнения к его конечно-разностному аналогу, так и на каждом подинтервале при расчетах. Удобным математическим аппаратом, позволяющим решить поставленную задачу, является метод дифференциальных преобразований.

Анализ исследований и публикаций. В классе операционных методов Г.Е. Пуховым разработан метод дифференциальных преобразований (МДП), где переход из временной области в область изображений осуществляется с помощью операции дифференцирования [3]. Данный метод дает возможность исследовать также нелинейные системы уравнений, если образовывающие их функции можно представить в виде сходящихся рядов Тейлора.

Основным преимуществом дифференциальных преобразований (Д-преобразований) является возможность получения точных решений сложных нелинейных задач в аналитическом (численно-аналитическом) виде за счет представления исследуемых зависимостей в области изображений в виде арифметических операций над спектральными дискретами. Сначала осуществляется переход от заданной математической модели объекта в форме системы интегро-дифференциальных уравнений к так называемой спектральной модели путем применения Д-преобразований вида [3]:

$$X(k)=\frac{H^k}{k!}\left[\frac{d^k x(t)}{dt^k}\right]_{t=0}\ ,\quad k=0,\ 1,\ 2,...\quad ,\qquad (2)$$

где x(t) – аналитическая функция; X(k) – дискретная функция целочисленного аргумента; H – масштабная константа, которая является отрезком временного аргумента, на котором рассматривается функция x(t). Константа H должна быть меньше радиуса сходимости ряда Тейлора в окрестности точки $t = 0$. Все функции, которые принадлежат заданной математической модели, а также операции над ними переводятся в область изображений с помощью Д-преобразований (2). Далее полученная алгебраическая система уравнений рекуррентного типа решается относительно неизвестных изображений. На заключительном этапе осуществляется переход от изображений искомых функций к оригиналам или в виде отрезков степенных рядов Тейлора (преобразования тейлоровского типа)

$$x(t)=\sum_{k=0}^{\infty}\left(\frac{t}{H}\right)^k X(k)\,,\qquad (3)$$

или с помощью нетейлоровских преобразований

$$x(t)=f(t,c)\,,\qquad (4)$$

где c – коэффициенты аппроксимирующей функции или функции соответствующего ряда. Причем восстановление функции x(t) в виде (4) более приемлемо, если о ней известна дополнительная информация. В этом случае искомую функцию иногда удается восстановить на бесконечном полуинтервале.

В простейшем случае восстанавливающая функция f(t,c) имеет вид многочлена и задача восстановления оригинала сводится к суммированию дискрет дифференциального спектра (Д-спектра) в виде отрезка ряда Тейлора. Д-преобразования в этом случае называют дифференциально-тейлоровскими (ДТ-преобразованиями) [3], недостатком которых является то, что восстановление, в общем случае, возможно только на небольших временных интервалах из-за ограниченного радиуса сходимости ряда Тейлора. Однако в ряде практических задач избавиться от этого недостатка удается, если вид аппроксимирующей функции f(t,c) выбрать исходя из априорного знания развития процесса (системы) во времени.

Для расширения возможностей использования полученных МДП решений в [2, 3] рассмотрен подход восстановления оригиналов в виде произвольных аппроксимирующих функций. В этом случае Д-преобразования называются нетейлоровскими (ДНТ-преобразования).

Вычислительные алгоритмы, основанные на ДТ-преобразованиях, успешно применяются для решения многих прикладных задач, которые описываются дифференциальными уравнениями: например, для задачи нахождения оптимальных процессов управления. ДТ–преобразования сводят дифференциальные уравнения к системам конечных уравнений. Поэтому этот подход использован для решения ИРФ первого рода, описывающих ряд некорректных задач, например, задачу восстановления сигналов [1]. Д-преобразования нашли применение в разных задачах анализа, а также синтеза и оптимизации. Многомерные Д-преобразования применялись для решения уравнений теплопроводности и фильтрации. Применение МДП в данной области фундаментально исследовалось в работах Г.Е. Пухова [3]. Также предложены N–преобразования функций и уравнений, которые при граничном переходе шага $h \to 0$ переходят в прямое ДТ–преобразование. Впервые моделирование задачи оптимального планирования методом Д-преобразований рассматривалось в [3].

Цель работы: выработка подхода к построению математических моделей параметров объектов с высокой степенью достоверности на основе дифференциальных преобразований нетейлоровского типа.

Основная часть

Однако, наряду с явными преимуществами МДП, например, такими, как возможность избежать численного интегрирования и дифференцирования, расширения области применения на нелинейные системы, есть и недостатки. МДП можно эффективно использовать на небольшом временном интервале, на котором сходятся ряды Тейлора. Поскольку на больших интервалах погрешность данного метода значительно увеличивается, то его применение является уместным, когда нет требований к высокой точности. В противном случае временной интервал приходится разбивать на подинтервалы, причем сложность вычислений увеличивается пропорционально количеству подинтервалов. Свободные коэффициенты c_i аппроксимирующей функции f(t,c) по результатам обработки экспериментальных данных могут определяться двумя способами [1, 2].

1. Метод баланса Д-спектров (БДС) заключается в решении системы уравнений, полученной путем приравнивания одноименных дискрет исходной функции z(t), являющейся, например, результатом сглаживания измерительной информации, и аппроксимации функции f(t,c):

$$P\{y(t)\}_{t^*} \div Y(K)=F(K,c)\div P\{f(t,c)\}_{t^*}.\qquad (5)$$

2. Метод минимизации невязки ε(t) между исходной и аппроксимирующей функциями по какому-либо критерию в принятых обозначениях имеет вид:

$$([P\{y(t)\}_{t^*} \div Y(k)] - [F(K,c) \div P\{f(t,c)\}] = \\ = [P\{\varepsilon(t)\}_{t^*} \div E(K)] \Rightarrow \min, \qquad (6)$$

где E(K) характеризует Д-спектр невязки.

Для восстановления оригинала в форме нетейлоровской функции f(t,c) достаточно иметь ненулевые дискреты конечной зависимости (по количеству свободных коэффициентов c_i). Дискреты аппроксимирующей функции f(t,c), достаточные для определения свободных коэффициентов c_i по Д-спектру исходной функции y(t), называют определяющими. Решение задачи определения параметров объектов АСУ с результатами измерений может быть найдено путем минимизации некоторой невязки между y(t) и f(t,c) в соответствии со схемой (6).

Метод БДС (5) детально описан в [1, 2]. Применение на практике БДС (5) ограничено двумя причинами [2].

1. Исходная функция y(t), определенная по результатам обработки измерительной информации, имеет небольшое ограниченное количество ненулевых дискрет (например, полином n-степени имеет n+1 ненулевую дискрету). Аппроксимирующая функция f(t,c) имеет часть определяющих дискрет с нулевым значением. Тогда система уравнений, составленная для расчета значений свободных коэффициентов, оказывается вырожденной.

2. Использование в БДС определяющих дискрет по количеству неизвестных параметров аппроксимирующей функции f(t,c) приводит к потере части информации, если количество ненулевых дискрет исходной функции y(t) больше.

Поэтому для реализации ДНТ-преобразований по схеме (6) воспользуемся МНК, а именно, его формой для аппроксимации функций непрерывного аргумента. Такой выбор, с одной стороны, обусловлен использованием исходной информации в виде сглаживающей функции, полученной по экспериментальным данным, которые содержат случайные ошибки. С другой стороны, критерий оптимальности МНК в наилучшей степени зарекомендовал себя в задачах аппроксимации, к которым относится конечная фаза ДНТ-преобразований.

В указанных ситуациях решение задачи определения параметров нелинейной динамической модели по результатам измерений может быть найдено путем минимизации некоторой невязки между z(t) и f(t,c) в соответствии со схемой (6).

Воспользуемся свойствами Д-преобразований [3]. Тогда ДТ-модель МНК для (6) примет вид:

$$\delta(c) = H \sum_{K=0}^{m} \left[\left(\frac{t_b}{H}\right)^{K+1} - \left(\frac{t_a}{H}\right)^{K+1} \right] \times \\ \times \frac{1}{K+1} \sum_{l=0}^{K} E(K-l)E(l), \qquad (7)$$

где m – верхний предел суммирования, определяемый выражением $m=2K_{max}+1$; K_{max} – наибольший номер последней найденной ненулевой дискреты ДТ-спектра исходной или аппроксимирующей функций. Приняв $t_a=0$, $t_b=H$ и выразив ДТ-модель невязки E(K) в норме МНК вида (7) как разность ДТ-спектров исходной и аппроксимирующей функций (см. (6)) и взяв частную производную от δ(t,c) по искомым параметрам c_i, можно сформировать систему уравнений и определить неизвестные параметры нелинейной модели.

Методика использования ДНТ-преобразований в МНК для определения параметров объектов АСУ по набору измерительной информации может быть представлена следующими этапами [2]:

1. Получение ДТ-спектра аппроксимирующей функции f(t,c) и исходной y(t) функций согласно выражению (2) и свойств Д-преобразований.

2. Формирование системы уравнений из формулы (7) для поиска параметров аппроксимирующей функции.

3. Решение системы уравнений, полученных из (7) относительно искомых параметров функции c_i.

Рассмотрим следующий пример. Пусть задача восстановления задана зависимостями:

$$K(x,s) = be^{-a(x-s)^2}; \; b=\sqrt{\frac{3{,}92}{\pi}}; \; a=3{,}92;$$

$$y(s) = \begin{cases} (1-s^2)^2, |s| \le 1, \\ 0, |s| > 1; \end{cases} \quad f(x) = 0{,}83e^{-1{,}98x^2}. \qquad (8)$$

Представим решение y(s) уравнения (1) в виде аналитической функции y(s,c), где $c=(c_1,c_2,\ldots,c_n)$ – вектор свободных коэффициентов. В [1] неизвестная функция y(s) представлена в виде степенного полинома $y(s,c)=c_0+c_1s+\ldots+c_{n-1}s_{n-1}$... Для применения ДНТ-преобразований используем другие аппроксимации:

$$y'(s,c)=a\cdot\cos(\omega\cdot s)+ b\cdot\sin(\omega\cdot s), \qquad (9,\ а)$$

$$y''(s,c) = \frac{a_0 + a_1 s}{1+bs^2}. \qquad (9,\ б)$$

Эти аппроксимации адекватно описывают искомую зависимость y(s) на интервале [-0,2; 0,2]. Решение (9) сводится к нахождению коэффициентов c_n аппроксимирующих функций.

1. Найдем три дискреты аппроксимирующих функций (9), так как количество неизвестных параметров c=3. В соответствии с выражением (2) и согласно свойствам Д-преобразований [3] получим ДТ-спектры функций (9):

$$Y'(0) = a;\; Y'(1) = b\omega H;\; Y'(2) = -a\omega^2 H^2/2; \qquad (10,\ а)$$

$$Y''(0) = a_0;\; Y''(1) = a_1 H;\; Y''(2) = -a_0 bH^2. \qquad (10,\ б)$$

Найдем ДТ-спектры для уравнения (1), которое будем решать при фиксированных значениях x_c. Тогда ядро K(x,s) можно представить как функцию одной переменной s. Обозначим K(x,s) как u(s):

$$u(s) = e^{v(s)},\; v(s) = -a(x_c-s)^2 = -a\,(x_c^2 - 2x_cs+s^2). \qquad (11)$$

ДТ- изображение v(s):

$$V(k)=-a[x_c^2\theta(k)-2x_cH\theta(k-1)+H^2\theta(k-2)]. \quad (12)$$

Для определения дискрет ДТ-функции $\underline{exp}(V(k))$ в предположении, что дискреты ДТ-функции V(k) известны, воспользуемся рекуррентной формулой [3]:

$$e^{v(s)}\Xi\underline{exp}V(k+1)=\sum_{l=0}^{l=k}\frac{l+1}{k+1}V(l+1)\underline{exp}(k-l)\,. \quad (13)$$

Введем обозначение $z(s)=u(s)\cdot y(s)$. Тогда:

$$Z(k)=U(k)*Y(k)=\sum_{l=0}^{l=k}U(k-l)Y(l)\,. \quad (14)$$

Определенный интеграл в пределах от α до β от функции z(s) по ее дискретам [3]:

$$\int_{\alpha}^{\beta}z(s)ds=\sum_{k=0}^{k=\infty}\left(\frac{\beta^{k+1}-\alpha^{k+1}}{k+1}\right)\frac{Z(k)}{H^k}. \quad (15)$$

Для примера (9) используем формулы (8) – (15) для значений α=0; β=0,2; H=0,2; x_c=0.

Отдельные дискреты подынтегральной функции получим по формуле (15):

$$Z'(0)=U(0)Y'(0)=a,\ Z'(1)=U(0)b\omega H=b\omega H\,,$$

$$Z'(2)=\left(U(2)Y'(0)+U(0)Y'(2)\right)=-3{,}92H^2a-a\omega^2H^2/2\,,$$

$$Z'(3)=U(2)Y'(1)=-3{,}92H^3b\omega\,.$$

$$Z''(0)=U(0)Y''(0)=a_0,\ Z''(1)=U(0)Ha_1\,,Z''(1)=a_1H\,,$$

$$Z''(2)=\left(U(2)Y''(0)\right)+U(0)Y''(2))=-3{,}92H^2a_0-a_0bH^2\,,$$

$$Z''(3)=U(2)Y''(1)=-3{,}92H^3a_1\,.$$

Для определения дискет интеграла по формуле (15) нужно домножить соответствующие дискреты на $w(k)=\dfrac{H}{k+1}$. Дискреты f(x):F(0)=-0,83, F(k≥1)=0.

2. Формируются системы уравнений из формулы (7) с дифференцированием по a_0, a_1, b и по a, b, ω для аппроксимирующих формул (9).

Результаты расчетов показывают, что исходная и результирующая (ДНТ в БДС) функции примерно одинаково аппроксимируют искомый сигнал y(s), однако прогностические свойства предложенной методики должны быть значительно лучше в случае, когда вид аппроксимирующей функции известен.

Выводы

Полученная модель процесса восстановления сигналов для контроля параметров объектов информационного обеспечения АСУ, в которой отсутствует методическая ошибка и непрерывный аргумент в области изображений, что позволяет моделировать процесс восстановления информации о состоянии объектов АСУ в реальном времени.

Предложенный метод использования ДНТ–преобразований является перспективным с точки зрения получения более достоверных параметров неизвестных параметров объектов информационного обеспечения АСУ.

Список литературы

1. Засядько А.А. Моделювання процесу відновлення сигналів методом диференційно-тейлоровських перетворень / А.А. Засядько // Вісник ЖІТІ. – 2001. – № 18 / Техничні науки. – С. 101-104.

2. Ковбасюк С.В. Методика определения параметров нелинейных систем на основе дифференциально–нетейлоровских преобразований / С.В. Ковбасюк, А.А. Писарчук // Двойные технологии. – 2004. – № 1. – С. 30-34.

3. Пухов Г.Е. Дифференциальные преобразования функций и уравнений / Г.Е. Пухов. – К.: Наук. думка, 1980. – 419 с.

Поступила в редколлегию 5.02.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. А.А. Борисенко, Сумской государственный университет, Сумы.

ВІДНОВЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ОБ'ЄКТІВ ІНФОРМАЦІЙНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ АВТОМАТИЗОВАНИХ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ НА ОСНОВІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-НЕТЕЙЛОРІВСЬКИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

А.А. Засядько

В роботі параметри об'єктів інформаційного забезпечення автоматизованих систем управління пропонується відновлювати на основі операційного методу, що використовує дискретні нетейлорівські перетворення. Складна в обчислювальному сенсі задача відновлення параметрів об'єктів була перетворена в простішу задачу розв'язання системи кінцевих рівнянь. В отриманій моделі відсутня методична похибка і неперервний аргумент в області зображень, що дозволило підвищити точність моделювання і моделювати процес відновлення про стан об'єктів АСУ в реальному часі.

Ключові слова: *автоматизована система управління, задача відновлення, диференціальні нетейлорівські перетворення.*

THE RESTORING OF PARAMETERS OF THE INFORMATIVE PROVIDING FOR THE AUTOMATED CONTROL OBJECTS WITH THE HELP OF NON-TAYLORIAN TRANSFORMATIONS

A.A. Zasjad'ko

With the help of non-Taylorian transformations are allowed synthesizing the optimal control process due to conversion of computationally complex problem of restoring problem into simpler problem of a finite equation system solution. It is developed the differential non-Taylorian model of process of parameters for the control of a state of automated control objects in which there is no methodical error and there is a continuous time argument in the field of images that allowed increasing simulation precision and allowed to model the process of restoring the information of a state of objects of the automated control systems in the real time.

Keywords: *automated control systems, restoring problem, differential non-Teylorian transformation.*