

УДК 519.85

С.І. Кондрашов, Т.В. Дроздова, М.І. Опришкіна

Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут», Харків

## ВПЛИВ ВИДУ ФУНКЦІЙ ПРИНАЛЕЖНОСТІ НА ЧУТЛИВІСТЬ ПРИ ОЦІНЮВАННІ ЯКОСТІ

В статті розглядаються питання щодо особливостей оцінювання якості та управління нею в складних об'єктах з ієрархічною структурою побудови. Використання нечіткої логіки для зазначених цілей передбачає побудову функцій належності, що описують якість об'єкта дослідження як лінгвістичну змінну з трьома термами. Визначено два методи побудови функцій належності та особливості їх використання. Для оптимального управління якістю визначено чотири найбільш поширених види функцій належності та представлено їх аналітичний опис. Визначено такий вид функції належності, що забезпечує найбільшу чутливість при вимірюванні якості досліджуваного об'єкта.

**Ключові слова:** нечітка логіка, функції приналежності, оцінювання якості, ступінь інцидентності, чутливість.

### Постановка задачі

Останнім часом у різних областях управління складними об'єктами застосовуються ідеї теорії можливості, засновані на нечіткому логічному підході. Нечіткі підмножини характеризуються тим, що ступінь приналежності йому деякого елемента може бути будь-яким числом сегмента  $m=0...1$ , а не тільки одиницею ("належить") або нулем ("не належить") як для звичайних, тобто чітких підмножин. Наприклад, при оцінюванні якості потрібно з кінцевої чіткої безлічі ідеалізованих альтернатив вибрати певний елемент.

Однак реально можливі стани (тобто підмножини даного безлічі), як правило, не можуть бути чітко визначені. Це пов'язано з тим, що якість як характеристика об'єкта складається з великої кількості складових, функціональна залежність між якими може бути важко визначна або бути відсутня взагалі, деякі складові не мають кількісних оцінок тощо. В результаті підмножина реальних станів логічно описувати з позицій нечіткої логіки.

Однієї із проблем, що виникають при нечіткому управлінні, є виявлення ступенів приналежності. Вони являють собою суб'єктивну оцінку, яка сформована у свідомості споживачів об'єкта дослідження.

Визначення функцій приналежності (ФП) звичайно відбувається на підставі експертних оцінок. Для цього можуть проводитися соціологічні опитування серед споживачів, яким у повсякденній формі пропонується апостеріорі визначити нечітку підмножину стану, що відбувся, об'єкта.

**Мета статті.** Головною метою є визначення оптимального виду функцій приналежності для вимірювання та оцінювання якості складних об'єктів, що складно формалізовані.

### Методи завдання функції приналежності

Існує ряд методів побудови функцій приналежності нечіткої безлічі за експертними оцінками, які можна розділити на дві групи: прямі та непрямі.

Прямі методи визначаються тим, що експерт (група експертів) безпосередньо задає правила визначення значень функції приналежності, що характеризує дане поняття. При даному методі ФП можуть задаватися у вигляді формули, таблиці, перерахування. Як правило, прямі методи використовуються для опису понять, які характеризуються вимірними властивостями. У цьому випадку, припускаючи, що в процесі вимірів не робиться випадкових помилок, зручно безпосереднє завдання значень ступені приналежності.

У непрямих методах значення ФП обираються таким чином, щоб задовольняти заздалегідь сформульованим умовам. Експертна інформація формується тільки вихідні дані для подальшої обробки. Додаткові умови можуть накладати як на вид одержуваної інформації, так і на процедуру обробки.

Непрямі методи засновані на більш песимістичних уявленнях про людей як "вимірювальних приладів". Непрямі методи більш трудомісткі, ніж прямі, але їх перевага – у стійкості стосовно викривлень у вимірюваннях. Для таких методів звичайно використовується умова "беззастережного екстремуму": при визначенні ступеня приналежності множина досліджуваних об'єктів повинна містити, принаймні, два об'єкти, чисельні представлення яких на інтервалі  $[0,1]$  приймають значення 0 і 1 відповідно.

Серед непрямих методів найбільш привабливими для досліджуваного завдання є методи попарних порівнянь. Із цієї групи методів найбільше поширення одержали методи Узя, Сааті та Коггера.

## Основні види функцій приналежності

Визначення нечіткої множини не накладає ніяких обмежень на вибір виду функції для опису його функції приналежності. Однак, практична робота з нечіткими множинами робить доцільним розглянути деякі конкретні види функцій, аналітичне представлення яких забезпечує простоту і зручність виконання операцій, а також вплив виду на чутливість вимірювання якості складних об'єктів [1].

### 1. Функції приналежності трикутної форми.

Одним з найбільш простих типів функцій приналежності є функції, які складаються з відрізків прямих ліній. У випадку наявності трьох термів ("низька", "середня" і "висока" якість) (доцільність використання саме трьох термів проаналізована і доведена в [2]) вид трикутної функції приналежності буде мати вигляд (рис. 1).

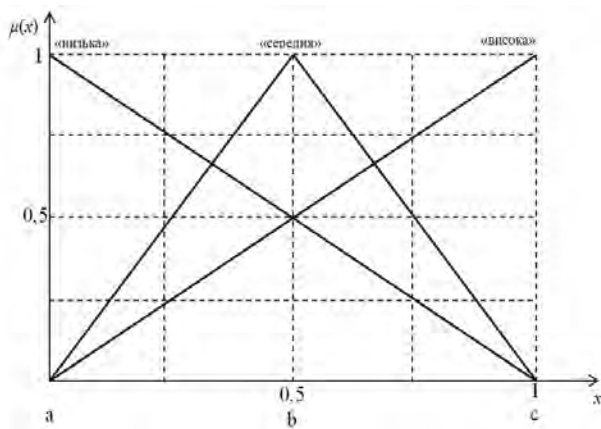


Рис. 1. Графік функцій належності трикутної форми

Трикутна функція приналежності в загальному випадку може бути аналітично задана наступними виразами.

Для терму «низька якість»:

$$\mu(x) = \frac{c - x}{c - a}, a \leq x \leq c.$$

Для терму «середня якість»:

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x - a}{b - a}, & a \leq x \leq b, \\ \frac{c - x}{c - b}, & b \leq x \leq c. \end{cases}$$

Для терму «висока якість»:

$$\mu(x) = \frac{x - a}{e - a}, a \leq x \leq e.$$

**2. Функції приналежності трапецеїдальної форми.** Графік функцій приналежності трапецеїдальної форми представлений на рис. 2. Бічні гілки можуть описуватися і нелінійними функціями. У роботах [3, 4] показано, що задання бічних гілок

лінійними функціями практично не знижує спільності задачі оцінки і прийняття рішень при нечітко визначеній вихідній інформації.

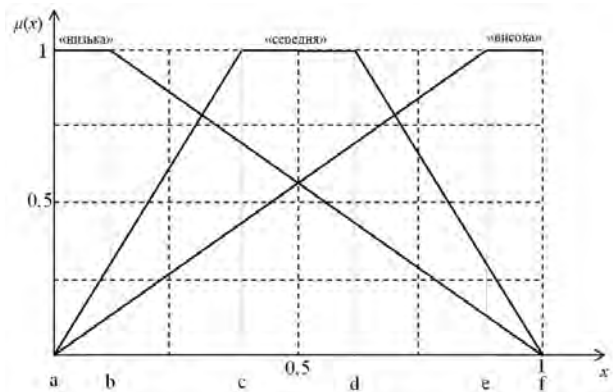


Рис. 2. Графік функцій належності трапецеїдальної форми

Трапецеїдальна функція приналежності у загальному випадку може бути аналітично задана наступними виразами.

Для терму «низька якість»:

$$\mu(x) = \begin{cases} 1, & a \leq x \leq b, \\ \frac{f - x}{f - b}, & b \leq x \leq f. \end{cases}$$

Для терму «середня якість»:

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x - a}{c - a}, & a \leq x \leq c; \\ 1, & c \leq x \leq d; \\ \frac{f - x}{f - d}, & d \leq x \leq f. \end{cases}$$

Для терму «висока якість»:

$$\mu(x) = \begin{cases} \frac{x - a}{e - a}, & a \leq x \leq e, \\ 1, & e \leq x \leq f. \end{cases}$$

### 3. Колоколоподібні функції приналежності.

Колоколоподібна функція приналежності (рис. 3) у загальному випадку може бути аналітично задана наступними виразами.

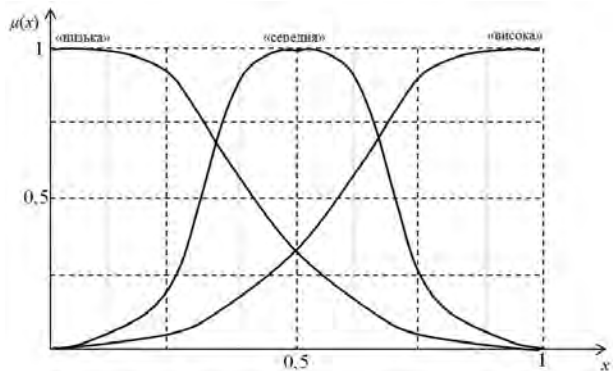


Рис. 3. Графік колоколоподібних функцій належності

Для терму «низька якість»:

$$\mu(x) = \frac{1}{1+x^2}.$$

Для терму «середня якість»:

$$\mu(x) = 0,5 + \frac{1}{1+x^2}.$$

Для терму «висока якість»:

$$\mu(x) = 1 - \frac{1}{1+x^2}.$$

#### 4. Експонентні функції приналежності.

Експонентна функція приналежності (рис. 4) у загальному випадку може бути аналітично задана наступними виразами.

Для терму «низька якість»:

$$\mu(x) = e^{-x}.$$

Для терму «середня якість»:

$$\mu(x) = \begin{cases} e^{x-0,5}, & 0 \leq x \leq 0,5; \\ e^{-(x-0,5)}, & 0,5 \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Для терму «висока якість»:

$$\mu(x) = e^x.$$

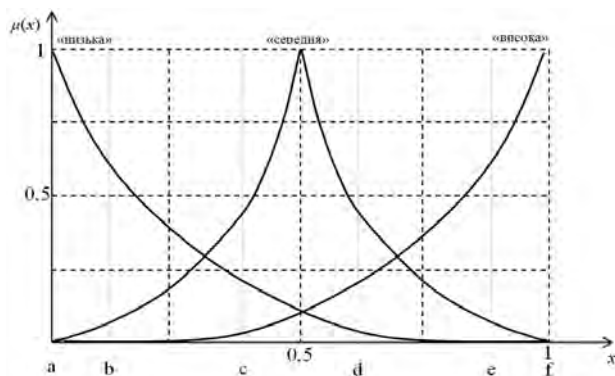


Рис. 4. Графік експонентних функцій належності

Таким чином, маємо чотири види функцій приналежності, вплив яких на чутливість оцінювання якості слід дослідити.

### Вплив виду функції приналежності на чутливість вимірювання якості

Вид функції приналежності прямим чином впливає на чутливість вимірювання якості, яка характеризується ступенем включення нечіткої ситуації, що описана функцією приналежності певної форми, до опорної (еталонної ситуації). Для завдань оцінки якості доцільно прийняти поріг  $t_{inc}=0,5$ , який дозволяє в цілому виключити ситуацію індиферентності оцінки ступеня подібності ситуацій (крім точки  $t_{inc}=0,5$ ). В роботі [5] досліджується оптимальна кількість опорних ситуацій при використанні трьох

термів. Доведено, що оптимальною є наявність чотирьох опорних ситуацій.

Нехай існує деяка довільно задана вхідна ситуація  $S_0$  і чотири опорні ситуації  $S_1, S_2, S_3$  та  $S_4$ , які описуються в термінах нечіткої логіки таким чином:

$$S_0 = \langle \langle \mu_{\mu(z)}(T_1^1)/T_1^1 \rangle, \langle \mu_{\mu(z)}(T_2^1)/T_2^1 \rangle, \langle \mu_{\mu(z)}(T_3^1)/T_3^1 \rangle / z^1 \rangle;$$

$$S_1 = \{ \langle \langle 1/T_1^1 \rangle, \langle 0/T_2^1 \rangle, \langle 0/T_3^1 \rangle / z^1 \rangle \}, x=0;$$

$$S_2 = \{ \langle \langle (2/3)/T_1^1 \rangle, \langle (2/3)/T_2^1 \rangle, \langle (1/3)/T_3^1 \rangle / z^1 \rangle \}, x=1/3;$$

$$S_3 = \{ \langle \langle (1/3)/T_1^1 \rangle, \langle (2/3)/T_2^1 \rangle, \langle (2/3)/T_3^1 \rangle / z^1 \rangle \}, x=2/3;$$

$$S_4 = \{ \langle \langle 0/T_1^1 \rangle, \langle 0/T_2^1 \rangle, \langle 1/T_3^1 \rangle / z^1 \rangle \}, x=1.$$

Алгоритм визначення подібності ситуацій  $S_0, S_1, S_2, S_3, S_4$  може бути представлений у такому вигляді:

$$\begin{aligned} v(S_0, S_1) &= \&_{z \in Z} v(\mu_{S_0}(z^1), \mu_{S_1}(z^1)) = \\ &= \&_{z \in Z} (\mu_{S_0}(z^1) \rightarrow \mu_{S_1}(z^1)) = \\ &= \&_{z \in Z} \{ \&_{j \in J} (\max(1 - \mu_{S_0}(T_j^1), \mu_{S_1}(T_j^1)), \\ &\quad (\max(1 - \mu_{S_0}(T_2^1), \mu_{S_1}(T_2^1)), \\ &\quad (\max(1 - \mu_{S_0}(T_3^1), \mu_{S_1}(T_3^1))) \} = \\ &= \&_{z \in Z} \{ \max(\bigwedge \mu_{S_0}(T_j^1), \mu_{S_1}(T_j^1)), \\ &\quad (\bigwedge \mu_{S_0}(T_2^1), \mu_{S_1}(T_2^1)), (\bigwedge \mu_{S_0}(T_3^1), \mu_{S_1}(T_3^1)) \} = \\ &= \&_{j \in J} (\bigwedge \mu_{S_0}(T_j^1) \vee \mu_{S_1}(T_j^1)); \\ v(S_0, S_2) &= \&_{j \in J} (\bigwedge \mu_{S_0}(T_j^1) \vee \mu_{S_2}(T_j^1)); \\ v(S_0, S_3) &= \&_{j \in J} (\bigwedge \mu_{S_0}(T_j^1) \vee \mu_{S_3}(T_j^1)); \\ v(S_0, S_4) &= \&_{j \in J} (\bigwedge \mu_{S_0}(T_j^1) \vee \mu_{S_4}(T_j^1)). \end{aligned}$$

Графічною ілюстрацією подібності опорних ситуацій із вхідною для трикутних функцій приналежності слугує рис. 5.

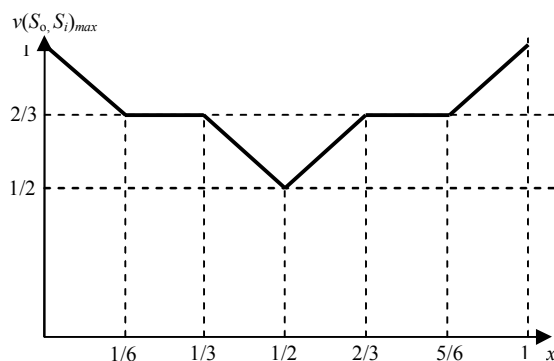


Рис. 5. Графік максимальних значень ступенів включення ситуацій

Як помітно з рис. 5, використання чотирьох опорних ситуацій виключає наявність зон індифере-

тності, зводячи його до крапки в середині діапазону при  $t_{inc} = 0,5$ .

Аналогічним чином можна побудувати графіки максимальних значень ступенів включення ситуацій для функцій приналежності трапецеїдального, колоколоподібного та експонентного виду.

Аналіз ступеня включення нечітких вхідних ситуацій в опорні для трапецеїдальної форми ФП передбачає наявність зони індиферентності в середині діапазону, більшого ніж одна точка.

При колоколоподібних ФП ця зона ще ширше.

При експонентних ФП теж присутня зона індиферентності.

Таким чином, при вимірюванні якості найбільш оптимальною є трикутна форма функцій приналежності, оскільки вона сприяє найбільшій чутливості забезпечуючи зону невизначеності лише в одній точці в середині діапазону при  $t_{inc} = 0,5$ .

## Висновки

В статті розглянуті два методи завдання функцій належності: прямий та непрямий.

Визначено, що для коректного управління складними ієрархічними системами доцільно використовувати елементи нечітких множин.

Функції належності, що описуються в термінах fuzzy logic, необхідно будувати за допомогою непрямого методу.

Однією з головних проблем використання нечіткої логіки є вибір оптимального виду функцій належності.

Аналіз таких видів функцій належності, як трикутні, трапецеїдальні, колоколоподібні та експонентні, показав, що для оцінювання та управління якістю найбільш оптимальною формою є трикутна при наявності трьох термів та чотирьох опорних ситуаціях.

Такий вид забезпечує найбільшу чутливість процесу оцінки та подальшого управління об'єктом дослідження.

## Список літератури

1. Раскин Л.Г. *Нечеткая математика. Основы теории. Приложения* / Раскин Л.Г., Серая О.В. – Х.: Парус, 2008. – 352 с.
2. Кондрашов С.И. *Методи підвищення точності систем тестових випробувань електричних вимірювальних перетворювачів у робочих режимах: монографія* / С.И. Кондрашов. / – Х.: НТУ «ХПИ», 2004. – 224 с.
3. Василевич Л.Ф. *Анализ чувствительности и стабильности нечетких систем принятия решений* / Л.Ф. Василевич // *Кибернетика и системный анализ*. – К., 1998. – № 1. – С. 71-96.
4. *Менеджмент якості [навч. посібник]* / [Векслер Е.М., Рифа В.М., Василевич Л.Ф.] під заг. ред. Е.М. Векслера. – К.: ВД «Професіонал», 2008. – 320 с.
5. Кондрашов С. И. *Определение числа опорных ситуаций для модели управления «ситуация-действие»* / С.И. Кондрашов, Т.В. Дроздова // *Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»*. – Х.: НТУ «ХПИ», 2011. – № 57 – С. 112-117.

Надійшла до редакції 19.03.2015

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. П.Ф. Щапов, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут", Харків.

## ВЛИЯНИЕ ВИДА ФУНКЦИЙ ПРИНАДЛЕЖНОСТЕЙ НА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТЬ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ КАЧЕСТВА

С.И. Кондрашов, Т.В. Дроздова, М.И. Опрышкина

*В статье рассматриваются вопросы относительно особенностей оценивания качества и управление им в сложных объектах с иерархической структурой построения. Использование нечеткой логики для указанных целей предусматривает построение функций принадлежности, которые описывают качество объекта исследования как лингвистическую сменную с тремя терминами. Определено два метода построения функций принадлежности и особенности их использование. Для оптимального управления качеством определено четыре наиболее распространенных вида функций принадлежности и представлено их аналитическое описание. Определен такой вид функции принадлежности, которая обеспечивает самую большую чувствительность при измерении качества исследуемого объекта.*

**Ключевые слова:** нечеткая логика, функции принадлежности, оценивание качества, степень инцидентности, чувствительность.

## INFLUENCE OF TYPE OF MEMBERSHIP FUNCTIONS OF SENSITIVITY WHEN EVALUATING THE QUALITY

S.I. Kondrashov, T.V. Drozdova, M.I. Opryshkina

*In the article a questions about features evaluation of the quality and management of complex objects in a hierarchical structure of building are discusses. The use of fuzzy logic for these purposes includes the construction of membership functions, which describe the quality of the object of study as a linguistic shift with three terms. Two methods of constructing membership functions and features of their use is defined. For optimum quality management four most common types of membership functions is defined and their analytical description is presented. This kind of membership function, which provides the greatest sensitivity in the measurement of the quality of the object, is defined.*

**Keywords:** fuzzy logic membership functions, evaluating the quality, the degree of incidence, sensitivity.