УДК 621.396.96

В.В. Скачков[1], В.В. Чепкий[2], А.Н. Ефимчиков[2], В.И. Павлович[1]

[1] *Одесская государственная академия технического регулирования и качества, Одесса*
[2] *Военная академия, Одесса*

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВНУТРИСИСТЕМНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ТОЧНОСТЬ ИЗМЕРЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЧАСТОТ МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОЙ ЭНТРОПИИ

Предложен аналитический подход к исследованию влияния внутрисистемных возмущений на точность измерения пространственных частот по методу максимума энтропии. Получены аналитические выражения, которые позволяют определить область значений и характер поведения функции спектрального рельефа (ФСР), оценить верхнюю и нижнюю границы точности, а так же проиллюстрировать существование деформации ФСР в условиях внутрисистемной неопределенности.

Ключевые слова: *пространственная частота, функция спектрального рельефа, метод максимальной энтропии, внутрисистемные возмущения, корреляционная матрица, параметрический вектор.*

Введение

Постановка проблемы. В условиях локализации источников радиоизлучения в пределах интервала Рэлея измерение пространственных частот методом максимальной энтропии (МЭ) представляет собой актуальную задачу для многих приложений оптической, радио- и гидролокации, технической диагностики, радиосвязи и навигации [1 – 5]. Свойственные решению этой задаче ресурсные ограничения приводят к снижению точности измерения спектра пространственно-временного сигнала и, как следствие, к возрастанию информационных потерь. Физически ресурсные ограничения определяются уровнем неустранимых внутрисистемных возмущений $\Delta\mathbf{A}$, порождаемых внутренними шумами, неадекватностью прямых и обратных преобразований и отсутствием изоморфизма в реальной системе [6 –8]. В этой связи практически значимой становится проблема оценивания влияния внутрисистемных возмущений на точность измерения пространственных частот.

Анализ исследований и публикаций. Известное решение этой задачи [2, 3] основано на спектральных методах адаптивной пространственной фильтрации, которые позволяют построить ФСР $f(\Theta)$ путем вычисления инверсии максимально-правдоподобной оценки корреляционной матрицы (КМ) наблюдаемых реализаций:

$$\hat{f}(\Theta) = \mathbf{g}^T\hat{\mathbf{A}}^{-1}\mathbf{g} \Big/ \left|\mathbf{g}^T\hat{\mathbf{A}}^{-1}\mathbf{V}(\Theta)\right|^2, \qquad (1)$$

где Θ – аргумент пространственной частоты ω_x:

$\omega_x = 2\pi\sin\Theta/\lambda$, λ – длина волны;

$\mathbf{V}(\Theta)$ – неслучайный комплексный N-мерный вектор единичной длины;

$\hat{\mathbf{A}}^{-1} = (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})^{-1}$ – оценка обратной КМ;

$\mathbf{g}^T = [1, 0, 0, ..., 0]$ – вектор размерности N.

Практически спектральный рельеф формируется при сканировании вектором поиска $\mathbf{V}(\Theta)$ некоторого сектора, с заменой истинной КМ входных реализаций $\mathbf{A}$ ее максимально правдоподобной оценкой $\hat{\mathbf{A}}$. В этом случае (1) отражает зависимость энергии процесса на выходе анализатора спектра от аргумента вектора поиска $\mathbf{V}(\Theta)$ при фиксированном значении параметрического вектора системы [1, 6].

Анализ ФСР и эвальвация контрастности спектрального разложения корреляционной матрицы данных в условиях внутрисистемной неопределенности проводится обычно методом статистического моделирования [3,9]. Однако из-за фиксированного объема выборки входных данных и наличия внутрисистемных возмущений статистические модели не отражают асимптотического поведения ФСР, что ограничивает результаты исследования.

Формулирование цели статьи. Аналитическое оценивание степени влияния внутрисистемных возмущений на точность измерения пространственных частот методом максимальной энтропии.

Изложение основного материала

Для достижения цели зададимся следующей вероятностной моделью исходных данных:

– статистики матрицы внутрисистемных возмущений:

$$M\{\Delta\mathbf{A}\} = \mathbf{0}(N,N);$$

$$M\left\{\Delta\mathbf{A}\Delta\mathbf{A}^T\right\} = \sigma_{\mathbf{A}}^2\|\mathbf{A}\|^2 \cdot \mathbf{I}(N,N);$$

$$M\left\{\Delta\mathbf{A}\Delta\mathbf{A}^T\right\} = \sigma_{\mathbf{A}}^2\|\mathbf{A}\|^2 \cdot \mathbf{I}(N,N),$$

где $M\{*\}$ – оператор статистического усреднения; $\mathbf{0}(*)$ и $\mathbf{I}(*)$ – нулевая и единичная матрицы; $\sigma_{\mathbf{A}}^2 = \|\Delta\mathbf{A}\|^2 / \|\mathbf{A}\|^2$ – дисперсия внутрисистемных возмущений матрицы;

− выделенный опорный скалярный процесс $u_0(t)$ и N-мерный вектор наблюдений $\mathbf{U}(t)$ объединены в вектор $\mathbf{Y}^T(t) = \left[u_0(t) \mid \mathbf{U}^T(t) \right]$;

− $(N+1)$-мерная корреляционная матрица вектора наблюдений $\mathbf{Y}(t)$ представлена комбинацией блочных матриц соответствующей размерности

$$\mathbf{A_Y} = M\left\{ \mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^T(t) \right\} = \left[\begin{array}{c|c} a_{00} & \boldsymbol{\alpha}^T \\ \hline \boldsymbol{\alpha} & \mathbf{A} \end{array} \right],$$

где $a_{00} = M\left\{ u_0^2(t) \right\}$ – дисперсія опорного процесса;

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}(N,N) = M\left\{ \mathbf{U}(t)\mathbf{U}^T(t) \right\},$$

$\boldsymbol{\alpha} = \boldsymbol{\alpha}(N,1) = M\left\{ u_0(t)\mathbf{U}(t) \right\}$ – матричный и векторный корреляционные моменты

Применительно к заданной модели входных воздействий $\mathbf{Y}(t)$ асимптотический вид функции (1) можно представить выражением:

$$f(\Theta) = \chi \Big/ \left| \left[1 \mid \mathbf{W}^T \right] \cdot \mathbf{V}(\Theta) \right|^2, \qquad (2)$$

где χ – константа нормирования; $\mathbf{W} = -\mathbf{A}^{-1}\boldsymbol{\alpha}$ – оптимальный параметрический вектор.

Исследование влияние внутрисистемных возмущений на характер поведения ФСР для метода МЭ проводится в предположении, что параметрический вектор $\mathbf{W}$ отличается от оптимального значения на случайную величину $\Delta\mathbf{W}$, то есть:

$$\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W} + \Delta\mathbf{W} = (\mathbf{A} + \Delta\mathbf{A})^{-1}(\boldsymbol{\alpha} + \Delta\boldsymbol{\alpha}), \qquad (3)$$

где $\Delta\boldsymbol{\alpha}$ – внутрисистемные возмущения вектора $\boldsymbol{\alpha}$, имеющие статистики:

$$M\{\Delta\mathbf{A}\Delta\boldsymbol{\alpha}\} = \mathbf{0}(N,1); \quad M\{\Delta\boldsymbol{\alpha}\} = \mathbf{0}(N,1);$$

$$M\left\{ \Delta\boldsymbol{\alpha}\Delta\boldsymbol{\alpha}^T \right\} = \sigma_{\boldsymbol{\alpha}}^2 \|\boldsymbol{\alpha}\|^2 \mathbf{I}(N,N).$$

Здесь $\sigma_{\boldsymbol{\alpha}}^2 = \|\Delta\boldsymbol{\alpha}\|^2 / \|\boldsymbol{\alpha}\|^2$ – дисперсия внутрисистемных возмущений вектора $\boldsymbol{\alpha}$.

Выполнив ряд несложных аналитических преобразований, можно представить возмущенный параметрический вектор (3) выражением [8,9]

$$\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W} - \mathbf{A}^{-1}(\Delta\mathbf{A}\mathbf{W} - \Delta\boldsymbol{\alpha}). \qquad (4)$$

Выражение (4) с учетом статистических свойства матрицы $\Delta\mathbf{A}$ и вектора $\Delta\boldsymbol{\alpha}$ внутрисистемных возмущений позволяет записать (2) таким образом

$$\tilde{f}(\Theta) = \chi \Big/ \left| \left[1 \mid \tilde{\mathbf{W}}^T \right] \mathbf{V}(\Theta) \right|^2 = \chi \Big/ \left| \tilde{G}(\Theta) \right|^2, \qquad (5)$$

где $\tilde{G}(\Theta) = \left[1 \mid \tilde{\mathbf{W}}^T \right] \mathbf{V}(\Theta)$ – пространственная передаточная функция адаптивной системы с возмущенным параметрическим вектором $\tilde{\mathbf{W}}$.

Применение к (5) операции усреднения и принятие в расчет обозначенных статистик внутрисистемных возмущений $\Delta\mathbf{A}$ и $\Delta\boldsymbol{\alpha}$, дает результат в виде обобщенного аналитического выражения ФСР

$$\tilde{f}(\Theta) = \chi \Big/ M\left\{ \left| \tilde{G}(\Theta) \right|^2 \right\} =$$

$$= \chi \Big/ \left[\begin{array}{c} \left| G(\Theta) \right|^2 + \left(\sigma_{\mathbf{A}}^2 \|\mathbf{A}\|^2 \|\mathbf{W}\|^2 + \sigma_{\boldsymbol{\alpha}}^2 \|\boldsymbol{\alpha}\|^2 \right) \times \\ \times \left\| \mathbf{A}^{-1}\mathbf{r}(\Theta) \right\|^2 \end{array} \right], \qquad (6)$$

где $\mathbf{r}(\Theta)$ – эталонный вектор адаптивной системы.

Обобщенная форма представления (6) позволяет определить область значений ФСР метода максимума энтропии, в частности, оценить верхнюю и нижнюю границы. Для этого требуется найти интервал значений, в пределах которого находится возмущенная передаточная характеристика

$$\left| G(\Theta) \right|^2 < M\left\{ \left| \tilde{G}(\Theta) \right|^2 \right\} \le M\left\{ \left| \tilde{G}(\Theta) \right|^2 \right\}_{max}. \qquad (7)$$

Верхняя граница (7) определяется из системы неравенств

$$\left\| \mathbf{A}^{-1}\mathbf{r}(\Theta) \right\| \le \left\| \mathbf{A}^{-1} \right\| \cdot \left\| \mathbf{r}(\Theta) \right\|;$$

$$\|\mathbf{W}\| \le \left\| \mathbf{A}^{-1} \right\| \cdot \|\boldsymbol{\alpha}\|,$$

что приводит к следующему результату:

$$M\left\{ \left| \tilde{G}(\Theta) \right|^2 \right\}_{max} = \left| G(\Theta) \right|^2 + \left(\sigma_{\mathbf{A}}^2 \zeta_{\mathbf{A}}^2 + \sigma_{\boldsymbol{\alpha}}^2 \right) \cdot \|\mathbf{W}\|^2 \cdot N, \qquad (8)$$

где $\zeta_{\mathbf{A}} = \left\| \mathbf{A}^{-1} \right\| \cdot \|\mathbf{A}\|$ – число обусловленности КМ, которое характеризует контрастность ФСР и зависит от энергии наблюдаемого процесса, объема выборки входной реализации, числа источников излучения и расположения их пространстве [4, 6, 9].

Исходя из логики проведенных рассуждений ФСР для метода максимума энтропии в условия внутрисистемных возмущений, будет ограничена верхним и нижним пределами

$$0 \le \chi \Big/ \left(\left| G(\Theta) \right|^2 + \left(\sigma_{\mathbf{A}}^2 \zeta_{\mathbf{A}}^2 + \sigma_{\boldsymbol{\alpha}}^2 \right) \cdot \|\mathbf{W}\|^2 \cdot N \right) \le \le \chi \Big/ \left| G(\Theta) \right|^2. \qquad (9)$$

Неравенство (9) позволяет исследовать поведение функции спектрального рельефа в выбранном интервале значений, в частности:

− при отсутствии в адаптивной системе внутрисистемной неопределенности, функция спектрального рельефа $\tilde{f}(\Theta)$ достигает верхней (асимптотической) границы интервала значений:

$$\lim_{\sigma_{\mathbf{A}}^2 \to 0,\, \sigma_{\text{б}}^2 \to 0} \tilde{f}(\Theta) = f(\Theta)\,; \qquad (10)$$

– в условиях присутствия внутрисистемных возмущений параметрического вектора $\mathbf{W}$ и равенства $\sigma_{\mathbf{A}}^2 = \sigma_{\alpha}^2 = \sigma_{\mathbf{W}}^2$, функция спектрального рельефа описывается следующим уравнением

$$\tilde{f}(\Theta) = \chi \Big/ \left[\left| G(\Theta) \right|^2 + \sigma_{\mathbf{W}}^2 \left(1 + \zeta_{\mathbf{A}}^2\right) \cdot \left\| \mathbf{W} \right\|^2 \cdot N \right] . (11)$$

Результаты анализа аналитического выражения (11) показывают, что при увеличении уровня внутрисистемных возмущений $\sigma_{\mathbf{W}}^2$ значение максимумов ФСР, отражающие положение источников излучения в пространстве, уменьшаются. Соответственно, контраст спектрального рельефа на выходе адаптивной N -мерной системы ухудшается. Как следствие, в измерительной системе снижается точность определения пространственных частот, а также существенно ухудшается разрешение источников излучения по пространству. Более того, влияние внутрисистемных возмущений на снижение контраста спектрального рельефа $\tilde{f}(\Theta)$ усиливается в зависимости от роста числа обусловленности корреляционной матрицы наблюдений $\zeta_{\mathbf{A}}$ и размерности адаптивной системы.

Следует подчеркнуть, что при отсутствии внутрисистемной неопределенности ($\sigma_{\mathbf{W}}^2 = 0$), росте числа обусловленности корреляционной матрицы данных и размерности адаптивной системы имеет место обратный эффект – усиливается контраст ФСР и, как следствие, повышается точность измерений системы. Указанное противоречие свойственно всем обратным информационно-измерительным задачам, решение которых основано на инверсии оценки корреляционной матрицы результатов измерений.

Универсальный характер данного подхода позволяет получить аналитические выражения ФСР и других методов, в частности, метода Кейпона:

$$\tilde{f}(\Theta) = \left[V^T(\Theta) A^{-1} V(\Theta) + \sigma_{\mathbf{W}}^2 \zeta_{\mathbf{A}}^2 \cdot N \,\mathrm{tr}\mathbf{A}^{-1} \right]^{-1}, (12)$$

где $\mathrm{tr}\mathbf{A}^{-1}$ – след обратной корреляционной матрицы.

Соотношения (11) и (12) позволяют получить графические изображения поверхностей функции спектрального рельефа для метода максимальной энтропии и метода Кейпона, оценить их форму в зависимости от направления прихода сигнала и уровня внутрисистемных возмущений параметрического вектора адаптивной системы. Построенные в среде программирования MATLAB изображения ФСР представлены на рис. 1 – 3.

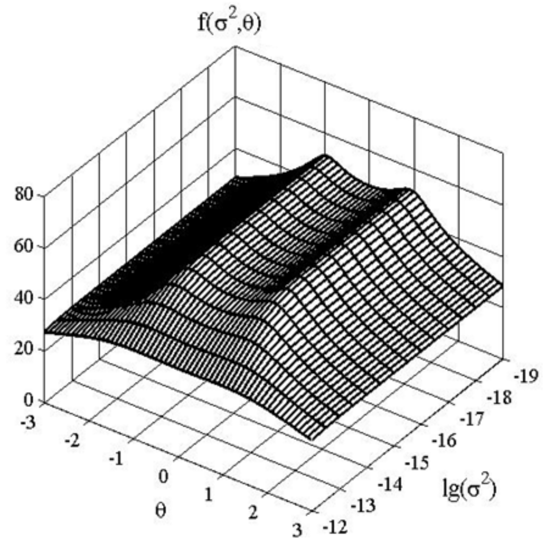

Рис. 1. Функция спектрального рельефа метода максимума энтропии при $N = 5$

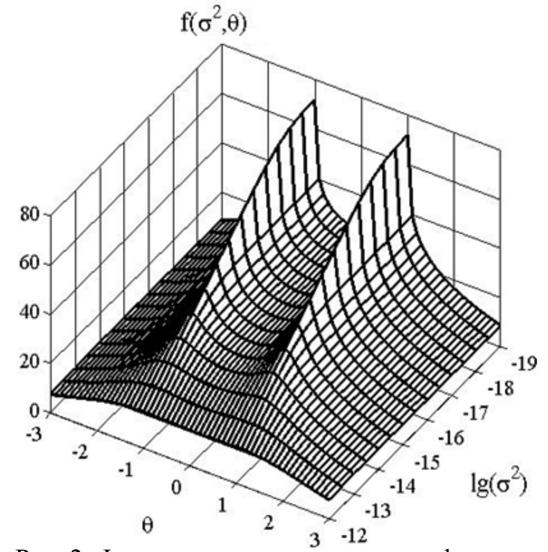

Рис. 2. Функция спектрального рельефа метода максимума энтропии при $N = 15$

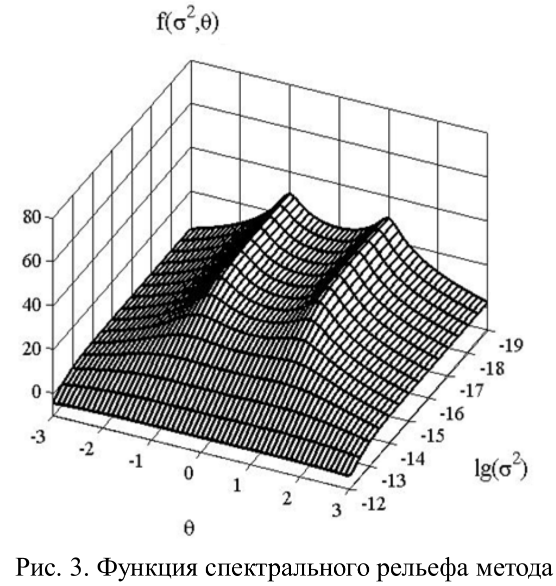

Рис. 3. Функция спектрального рельефа метода Кейпона при $N = 15$

Вычисления проведены при таких условиях:

− расстояние фазовых центров между приемными изотропными датчиками составляет $d/\lambda = 0.5$;

− на N-мерный вход адаптивной системы из направлений $\Theta_1 = -1^\circ$ и $\Theta_1 = 1^\circ$ относительно нормали к плоскости раскрыва действуют независимые шумовые излучения одинаковой интенсивности;

− превышение шумовых излучений каждого источника над уровнем внутренних шумов системы составляет $g_J = 30$ дБ;

− корректность результатов гарантируется выполнением ограничения $\sigma^2_{\mathbf{W}}\,\zeta^2_{\mathbf{A}} << 1$, определенного в теорией возмущений матричных форм.

Выводы

Анализ полученных результатов в целом и трехмерных графических изображений формы функции спектрального рельефа (рис. 1 – 3), в частности, позволяет сделать обобщенные выводы:

− при любой размерности адаптивной системы рост уровня внутрисистемных возмущений приводит к снижению контрастности спектрального рельефа и крутизны его максимумов (пиков), что свидетельствует об ухудшении разрешающей способности методов максимальной энтропии и Кейпона, и, как следствие, о снижении точности измерения пространственных частот;

− метод максимальной энтропии в присутствии внутрисистемных возмущений дает большую контрастность спектрального рельефа, чем метод Кейпон. Следовательно, выбор и применение метода максимальной энтропии в условиях внутрисистемной неопределенности позволяет повысить точность измерения пространственных частот;

− при фиксированных значениях $\lg(\sigma^2_{\mathbf{W}})$ различия пиков спектрального рельефа для метода максимальной энтропии выше по сравнению с методом Кейпона, что подтверждает о его меньшую чувствительность к уровню внутрисистемных возмущений. Данный факт дает возможность решать задачу измерения пространственных частот методом максимальной энтропии с заданной точностью при меньшем объеме выборки наблюдений.

Список литературы

1. Пространственно-временная обработка сигналов / И.Я. Кремер, А.И. Кремер, В.М. Петров и др.; под ред. И.Я. Кремера. – М.: Радио и связь, 1984. – 224 с.

2. Сейдж Э. Теория оценивания и её применение в связи и управлении: пер. с англ. / Э. Сейдж, Д. Мелс; под ред. Б. Р. Левина. – М.: Связь, 1976. – 496 с.

3. Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / С.Л. Марпл.-мл.– М.:, Мир, 1990. – 584 с.

4. Ратынский М.В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках / М.В. Ратынский. – М.: Радио и связь, 2003. – 200 с.

5. Захаров И.П. Теория неопределенности в измерениях / И.П. Захаров, В.Д. Кукуш.– Х.: Консум, 2002.– 256 с.

6. Монзиго Р.А. Адаптивные антенные решётки. Введение в теорию: / Р.А. Монзиго, Т.У. Миллер.– М.: Радио и связь, 1986.– 448 с.

7. Кривелев А.П. Потенциальная точность совместного измерения структурных параметров сигналов, принимаемых от распознаваемых целей / А.П. Кривелев, В.В. Чепкий, В.В. Скачков // Изв. вузов: Радиотехника. – 1996. – № 5. – С. 49–55.

8. Скачков В.В. Анализ эффективности адаптивной обработки сигналов в условиях дестабилизирующих воздействий / В.В. Скачков // Радиотехника. – 1998. – № 11. – С. 10–14.

9. Математична модель внутрішньосистемних дестабілізуючих факторів у задачах мінімізації квадратичного функціоналу якості адаптивної інформаційно-вимірювальної системи / В.В. Скачков, В.В. Чепкій, Г.Д. Братченко, О.М. Єфимчиков, В.І. Павлович // Матер. IX МНТК «Метрологія та вимірювальна техніка» Метрологія 2014. – Х.: ХНУРЕ, 2014. – С. 442-447.

Поступила в редколегію 11.03.2015

Рецензент: д-р техн. наук, доцент Б.А. Демьянчук, Военная академия, Одесса.

ОЦІНКА ВПЛИВУ ВНУТРІШНЬОСИСТЕМНИХ ЗБУРЕНЬ НА ТОЧНІСТЬ ВИМІРЮВАННЯ СПЕКТРУ ПРОСТОРОВИХ ЧАСТОТ МЕТОДОМ МАКСИМАЛЬНОЇ ЕНТРОПІЇ

В.В. Скачков, В.В. Чепкій, О.М. Єфимчиков, В.І. Павлович

Запропоновано аналітичний підхід до дослідження впливу внутрішньосистемних збурювань на точність вимірювання просторових частот за методом максимуму ентропії. Отримано аналітичні вирази, які дозволяють визначити область значень і характер поведінки функції спектрального рельєфу (ФСР), оцінити верхню і нижню межі точності, а також проілюструвати деформації ФСР в умовах внутрішньосистемної невизначеності.

***Ключові слова:** просторова частота, функція спектрального рельєфу, метод максимальної ентропії, внутрішньосистемні збурення, кореляційна матриця, параметричний вектор.*

ASSESSMENT OF DISTURBANCES INTERSYSTEM MEASUREMENT ACCURACY OF SPATIAL FREQUENCIES OF MAXIMUM ENTROPY METHOD

V.V. Skachkov, V.V. Chepkyi, A.N. Efymchykov, V.I. Pavlovich

An analytical approach to the study of the effect of intra-perturbation to the accuracy of spatial frequencies by the method of maximum entropy. The analytical expressions that allow us to determine the range of values and behavior of the spectral function of the relief (SFR), to estimate the upper and lower bounds of accuracy, as well as to illustrate the existence of deformation under FSS intra uncertainty.

***Keywords**: spatial frequency, spectral function of relief, maximum entropy method, intra-disturbance correlation matrix, the feature vector.*