УДК 004.891

В.В. Воронько

Национальный аэрокосмический университет имени Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

ФОРМАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЕДИНОГО ИНФОРМАЦИОННОГО ПРОСТРАНСТВА СЛОЖНОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ С ПОЗИЦИЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Рассмотрены метрические свойства единого информационного пространства (ЕИП) интегрированных экспертных систем поддержки принятия решений по управлению сложными топологически распределенными объектами, отдельные элементы которых интерпретированы, с позиций аналитической геометрии, в виде точек дискретного пространства. Возможность применения в процессе формирования, развертывания и поддержки ЕИП формальных средств количественного оценивания даст возможность обеспечить эффективное управление для широкого класса объектов, типичными представителями которого являются сложные производственные, энергетические и логистические объекты при изготовлении авиационных конструкций.

Ключевые слова: *экспертная система, дискретное информационное пространство, блок формирования решений, кластеризация.*

Введение

Применение экспертных систем поддержки принятия решений (ЭСППР) в задачах управления сложными топологически распределенными объектами (СТРО) обусловлена устойчивой тенденцией к их усложнению, которая проявляется в опережающем возрастании сложности взаимосвязей между элементами объекта по сравнению с количеством этих взаимосвязей, а также количеством элементов в составе СТРО. Указанная тенденция в развитии СТРО, а также необходимость применения ЭСППР для управления ими, на современном этапе привела к невозможности обеспечения необходимой эффективности функционирования сложных объектов за счет использования только традиционных, аналитических моделей и методов. Вместе с тем, ЭСППР являются по своей природе системами закрытого типа [1], что не позволяет объединять их с целью создания единого информационного пространства в рамках СТРО.

Проблема создания единого информационного пространства в рамках сложного, топологически распределенного объекта принятия решений, где иерархически объединенные между собой ЭСППР образовали бы своеобразную среду для размещения в ней традиционных элементов ИМС [2], предполагает введение расстояния (метрики) между отдельными позициями, занимаемыми типовыми блоками формирования решений (БФР). Для решения указанной задачи целесообразно рассматривать позиции в виде точек некоего пространства (в простейшем случае двумерного), тогда появляется возможность использования аппарата аналитической геометрии при исследовании метрических свойств [3] единого информационного пространства интегрированной ЭСППР (ИЭСППР).

Целью данной статьи является определение метрических свойств единого информационного пространства управления СТРО, которое наряду с традиционной, аналитической, включает интеллектуальную компоненту в форме ИСППР при изготовлении авиационных конструкций.

Основная часть

Анализ соотносительных свойств позиций БФР требует введения расстояния (метрики) между позициями в информационном пространстве. Для этого естественно воспользоваться формулой

$$\rho(x,y) = \left(\sum_{i=1}^{M} \left(x_i - y_i \right)^2 \right)^{1/2}, \qquad (1)$$

где $x = (x_1, \ldots, x_M)$, $y = (y_1, \ldots, y_M)$ позиции БППР в пространстве M стратификационных признаков; x_i, y_i – значения i-го признака для позиций x, y соответственно.

Легко убедиться, что функция ρ, задаваемая формулой (1), действительно удовлетворяет всем свойствам метрики:

1) $\rho(x,y) = 0 \Leftrightarrow x = y$, т.е. расстояние между позициями равно нулю тогда и только тогда, когда эти позиции совпадают;

2) $\rho(x,y) = \rho(y,x)$, т.е. расстояние от позиции x до позиции y такое же, как и от *y* до *x*;

3) $\rho(x,y) + \rho(y,x) = \rho(x,z)$, т.е. сумма расстояний между позициями x и y и между y и z не меньше, чем между x и z («неравенство треугольника»).

Таким образом, множество позиций БФР X с введенной на нем метрикой (1) есть метрическое пространство $\langle X, \rho \rangle$ [3].

Поскольку в данном случае в качестве множества X может рассматриваться не только множество позиций, но и непосредственно множество типовых блоков в составе ИЭСППР, то два разных БФР не могут занимать одну и ту же позицию, т.е. первое свойство не может принять вид $x = y \Rightarrow \rho(x, y) = 0$ и, следовательно, информационное пространство не может быть псевдометрическим.

Непрерывное информационное пространство R^M с метрикой (1) есть обычное евклидово пространство. В качестве модели группы БФР в непрерывном информационном пространстве допустимо рассматривать бесконечные последовательности позиций $\{x^{(n)}\}$ (n = 1,2,...). Конечно, в реальности любая группа БФР и ИЭСППР в целом включает лишь конечное число элементов; однако в предельном варианте это число может быть настолько велико по сравнению с отдельным БФР, что его можно считать практически бесконечным. Принятое допущение дает возможность при анализе информационного пространства использовать возможности формального аппарата теории метрических пространств [3].

Позиция x называется пределом последовательности $\{x^{(n)}\}$, если для любого сколь угодно малого положительного числа ε найдется такое натуральное число N_ε, что, начиная с номера $n = N_\varepsilon + 1$, для всех членов последовательности $\{x^{(n)}\}$ выполняется условие $\rho(x^{(n)}, x) < \varepsilon$. Краткая запись сказанного выглядит следующим образом:

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists N_\varepsilon \in N : \forall n > N_\varepsilon\ \rho(x^{(n)}, x) < \varepsilon . \qquad (2)$$

Это означает, что практически все позиции из последовательности $\{x^{(n)}\}$ (если считать, что последовательность бесконечна) удалены от предельной позиции *x* не более чем на расстояние ε.

Открытым шаром радиуса ε с центром в точке x* называется множество позиций

$$S_\varepsilon\left(s^*\right) = \left\{ x \in R^M : \rho(x, x^*) < \varepsilon \right\}. \qquad (3)$$

Тогда определение предела можно переформулировать следующим образом: позиция x называется пределом последовательности $\{x^n\}$, если для любого $\varepsilon > 0$ найдется номер N_ε такой, что все члены последовательности, начиная с номера $N_\varepsilon + 1$, принадлежат открытому шару радиуса ε с центром в x. Легко показать, что любая последовательность позиций не может иметь более одного предела. Последовательности позиций $\{x^n\}$ и $\{y^n\}$ эквивалентны, если

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists K_\varepsilon \in N : \forall n > K_\varepsilon\ \rho(x^{(n)}, y^{(n)}) < \varepsilon . \qquad (4)$$

Более слабым по сравнению с определением предела является определение предельной точки: это позиция *x* такая, что

$$\forall \varepsilon\ \forall n^*\ \exists n > n^*\ N_\varepsilon\ \rho(x^{(n)}, x) < \varepsilon . \qquad (5)$$

Равносильная геометрическая формулировка: x – предельная точка для последовательности $\{x^n\}$ в том и только в том случае, если каждый шар с центром в x содержит бесконечно много членов последовательности $\{x^n\}$.

Предел является частным случаем предельной точки: например, последовательность $\left\{ x^n \right\} = (-1)^n$ имеет две предельные точки (+1) и (-1), но не имеет предела. Последовательность $\{x^n\}$ (называется фундаментальной, если

$$\forall \varepsilon > 0\ \exists N_\varepsilon \in N : \forall n, m > N_\varepsilon\ \rho(x^{(n)}, x) < \varepsilon . \qquad (6)$$

Иначе говоря, каким бы малым ни было положительное число е, начиная с некоторого номера $N_\varepsilon + 1$, все члены фундаментальной последовательности находятся друг от друга на расстоянии, не превышающем ε.

Множество фундаментальных последовательностей в метрическом пространстве распадается на классы эквивалентности [3]. Это означает, что любые две фундаментальные последовательности, попавшие в один класс, взаимно эквивалентны в смысле (4), а попавшие в разные классы – не эквивалентны. Известно, что метрическое пространство $\left\langle R^M, \rho \right\rangle$ является полным, т.е. каждая фундаментальная последовательность в нем имеет единственный предел. Это означает, что для любого $\varepsilon > 0$, начиная с некоторого номера $N_\varepsilon + 1$, все элементы множества БФР принадлежат открытому шару радиуса е , центром которого является предел последовательности.

Предел можно трактовать как типичного представителя множества БФР: это позиция такая, что подавляющее большинство остальных позиций из данной общности не слишком удалены от нее. Поскольку близость в информационном пространстве предполагает сходство иерархических рангов, то такая трактовка представляется вполне обоснованной. Эквивалентные общности БФР образуют «метаобщность». По сути дела, это единая общность, поскольку подавляющее число ее элементов очень близки друг к другу в смысле метрики (1) и имеют одного и того же типичного представителя (общий предел всех эквивалентных фундаментальных последовательностей).

Таким образом, в структуре информационного пространства можно выделить несколько «ядер» метаобщностей с типичными представителями. Для сравнения одной общности с другой с точки зрения ее однородности можно использовать так называемый диаметр метрического пространства, т.е. величину

$$d(X, \rho) = \max_{x, y \in X} \rho(x, y) . \qquad (7)$$

Чем больше величина d, тем выше гетерогенность общности $\left\langle X, \rho \right\rangle$, и наоборот.

Будем говорить, что позиция x близка к группе БПР $G \subset X$, если $\rho\left(x, G\right) = 0$, исходя из того, что расстояние от точки до множества в метрическом пространстве определяется по формуле

$$d(X,\rho) = \inf_{y \in X} \rho(x,y)\,. \tag{8}$$

Используя метрику (1), можно выделять в структуре ИЭСППР общности БФР с помощью процедур кластеризации, т.е. помещать в один и тот же класс близкие в смысле (1) позиции, а в различные классы – далекие. Поскольку одним из характерных признаков абсолютного большинства СТРО является наличие иерархической структуры, их управляющие системы в целом, и интеллектуальные компоненты этих систем (ИЭСППР) в частности, организованы в форме иерархии [4]. Указанное обстоятельство определяет необходимость количественного определения в структуре ИЭСППР положения каждого БФР. На практике это означает, что каждый типовой БФР обладает определенным рангом в соответствии со своим положением в иерархии. Одним из наиболее продуктивных подходов к количественному измерению ранга элемента иерархической структуры является анализ положения вершин соответствующего бесконтурного орграфа [5].

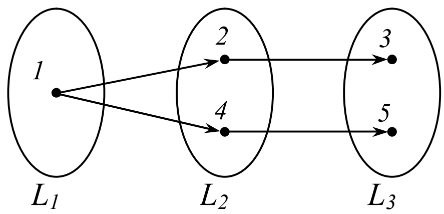

Рис. 1. Каноническое расслоение орграфа

Назовем прямым (обратным) иерархическим рангом вершины бесконтурного орграфа номер слоя, к которому она принадлежит н прямом (обратном) расслоении этого орграфа. Обозначим через f(u) прямой, а через b(u) – обратный ранг величины u. Так, и орграфе на рис. 1 имеем $f(1)=1$, $f(2)=f(5)=2$, $f(3)=f(6)=3$, $f(4)=4$, $b(1)=1$, $b(2)=2$, $b(3)=3$, $b(4)=b(5)=b(6)=4$. Далее, если f(u) = b(u) = s(u), то величину s(u) назовем двусторонним иерархическим рангом вершины.

Очевидно, вершина бесконтурного орграфа D обладает двусторонним иерархическим рангом тогда и только тогда, когда она является закрепленной. Если $\exists s(u)$ и D – последовательный, то

$$s(u) = 1 + \rho(L_1, u) = m - \rho(u, L_m)\,, \tag{9}$$

где $\rho(P,u) = \min_{\upsilon \in P} \rho(\upsilon, u), \rho(u,P) = \min_{\upsilon \in P} \rho(u,\upsilon)$, $P \subset Y$; $\rho(u,\upsilon)$ — расстояние (длина кратчайшего пути) от u до υ.

В общем случае плавающим рангом вершины и бесконтурного орграфа D назовем номер слоя в каноническом расслоении канонического подорграфа D, к которому можно отнести и так, чтобы полученное расслоение было упорядоченным. В работе [5] предлагаются следующие меры иерархического ранга вершины и бесконтурного орграфа D:

$$h(u) = \sum_{k=1}^{n-1} k\,Q_k^u, \quad h'(u) = \sum_{k=1}^{n-1} k\,Q'^u_k, \tag{10}$$

где Q_k^u, Q'^u_k – число вершин D, длина кратчайшего и максимального соответственно пути от u до которых равно k; n - число вершин D .

Эти меры позволяют учесть при определении ранга БФР количество непосредственно связанных с ним нижележащих элементов, причем в случае меры h дополнительным фактором является длина «иерархического пути» от данного БФР до связанных с ним нижележащих элементов в структуре ИЭСППР.

Для получения более точной характеристики иерархического ранга БФР в ИЭСППР, необходимо учитывать не только количество связанных с ним нижележащих элементов, но и расслоение ИЭСППР по некоторому стратификационному признаку. Используем в качестве меры иерархического ранга БФР с учетом расслоения ИЭСППР функцию

$$G_d^S(u) = \sum_{k=1}^{m} (k-p) N_k^u\,, \tag{11}$$

где вершина u принадлежит слою L в расслоении S орграфа D; N_k^u – число вершин в слое L_k, достижимых из u; m – число слоев в расслоении S.

Расслоение $S' = \left\langle R, \pi'(m) \right\rangle$ назовем инвертным к $S = \left\langle R, \pi'(m) \right\rangle$, если $\pi_i'(m) = m - \pi_i(m) + 1, \quad i = 1, \ldots, m.$

Теорема 1. Если все вершины, достижимые из вершины $u \in L_p$, тоже принадлежат L_p, то $G^S(u) = 0, \forall S \in \aleph$.

Док-во. $\forall k\ N_k^u \neq 0 \Rightarrow k = p \Rightarrow G^S(u) = 0.$

Из теоремы 1 следует, что если все нижележащие элементы некоторого БФР принадлежат тому же слою принятия решений, что и он сам, то в смысле данной стратификации мера ранга и («первого среди равных») равна нулю. В частности, все вершины в тривиальном расслоении и все вершины без выходных дуг в любом расслоении имеют нулевую меру иерархического ранга.

Теорема 2. Если в упорядоченном расслоении S вершина υ достижима из вершины u, то $G^S(u) > G^S(\upsilon)$.

Док-во. Заметим, что для упорядоченных расслоений S формула (11) будет иметь вид

$$G^S(u) = \sum_{k=p+1}^{m} (k-p) N_k^u > 0\,, \tag{12}$$

$$G^S(u) - G^S(\upsilon) = \sum_{k=p+1}^{m} (k-p)\,N_k^u - \sum_{j=q+1}^{m} (j-q)\,N_j^\upsilon =$$

$$= \sum_{k=p+1}^{q} (k-p)\,N_k^u + \sum_{k=q+1}^{m} (k-p)\,N_k^{u \backslash \upsilon} + (q-p) \sum_{j=q+1}^{m} N_k^{u,\upsilon}\,.$$

Здесь первая сумма строго положительна (так как $\upsilon \in L_q$ достижима из u), а вторая и третья неотрицательны. Таким образом,

$$G^S(u) - G^S(\upsilon) > 0 .$$

Это утверждение вполне понятно: в упорядоченном расслоении мера ранга выше лежащего БФР должна быть больше меры ранга любого из связанных с ним ниже лежащих элементов.

Теорема 3. $G^{S_c}(u) = h^{'}(u)$, где $h^{'}(u)$ определяется формулой (10).

Док-во. Пусть $u \in L_p$. Тогда

$$G^{S_c}(u) = \sum_{k=p+1}^{m} (k-p) N_k(u) = \sum_{k-p=1}^{m-p} (k-p) N_{k-p}(u) =$$

$$= \sum_{j=1}^{m-p} j N_j(u) = h^{'}(u).$$

Обозначим

$B^1(u) = \{\upsilon \in Y : (u, \upsilon) \in Z\}$ – множество нижележащих элементов по отношению к БФР u. Назовем множество вершин $W \subseteq Y(D)(|W| \geq 2)$ в бесконтурном орграфе D:

– неконкурентным, если

$\forall u, \upsilon \in W : B^1(u) \cap B^1(\upsilon) = \varnothing$;

– частично конкурентным, если

$\exists u, \upsilon \in W : B^1(u) \cap B^1(\upsilon) = \varnothing$;

– полностью конкурентным, если

$\forall u, \upsilon \in W : B^1(u) = B^1(\upsilon)$.

Расслоение S назовем согласованным с мерой ранга G, если $\forall L_p \in S \;\; \forall u, \upsilon \in L_p : G^S(u) = G^s(\upsilon)$.

Следствие 1. Если некоторый слой принятия решений в ИЭСППР является полностью конкурентным множеством, то все его вершины имеют одинаковую меру иерархического ранга.

Следствие 2. Если любой слой принятия решений в ИЭСППР является полностью конкурентным множеством, то расслоение S – согласованное.

Таким образом, иерархический ранг БФР в ИЭСППР представляет собой комплексную многогранную характеристику. Часть ее компонент однозначно определяется положением БФР в структуре ИЭСППР (разумеется, это относится ко всем функциональным подсистемам ИЭСППР, элементом которых является данный БФР). Для учета указанных элементов следует рассматривать конкретный вид стратификации ИЭСППР и порожденные при этом расслоения БФР. Количественную характеристику иерархического ранга БФР в зависимости от конкретного расслоения дает мера (11).

С помощью меры иерархического ранга можно определить «расстояние» между БФР и тем самым формализовать структуру ИЭСППР как метрическое пространство.

Выводы

Предложенный математический аппарат описания иерархических структур ИЭСППР СТРП, выделения слоев принятия решений и соответствующих мер иерархического ранга БФР дает основу для количественного оценивания иерархического статуса любого БФР в составе ИЭСППР, а также свойств единого информационного пространства в рамках СТРО как объекта принятия решений при изготовлении авиационных конструкций.

Список литературы

1. Джексон П. Введение в экспертные системы / П. Джексон. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2001. – 624 с.

2. Шостак И.В. Проблемы анализа и синтеза холонических систем управления сложными объектами / И.В. Шостак, А.С. Топал, А.Н. Устинова // Радиоэлектроника и информатика. – 2004. - № 3 (28). – С. 66 – 69.

3. Угольницкий Г.А. Модели социальной иерархии / Г.А. Угольницкий. – М.: «Вузовская книга», 2004. – 88 с.

4. Циркун А.Д. Основы синтеза структуры сложных систем / А.Д. Циркун. – М.: Наука, 1982. – 200 с.

5. Оре О. Теория графов / О. Оре. – М.: Наука, 1980. – 336 с.

Поступила в редколлегию 23.04.2015

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Л.М. Любчик, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.

ФОРМАЛЬНЕ ПОДАННЯ ЄДИНОГО ІНФОРМАЦІЙНОГО ПРОСТОРУ СКЛАДНОГО ОБ'ЄКТУ УПРАВЛІННЯ З ПОЗИЦІЙ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ПРИ ВИГОТОВЛЕННІ АВІАЦІЙНИХ КОНСТРУКЦІЙ

В.В. Воронько

Розглянуто метричні властивості інформаційного простору інтегрованих експертних систем підтримки прийняття рішень щодо управління складними топологічно розосередженими об'єктами, окремі елементи яких (типові блоки формування рішень) інтерпретовано з позицій аналітичної геометрії у вигляді точок дискретного простору.

Ключові слова: *експертна система, дискретне інформаційний простір, блок формування рішень, кластеризація.*

FORMAL REPRESENTATION OF SINGLE INFORMATION SPACE FOR COMPLEX SUBJECT OF CONTROL ON THE BASIS OF ANALYTICAL GEOMETRY IN THE MANUFACTURE OF AIRCRAFT STRUCTURES

V.V. Voronko

Metrical properties of information space of integrated expert decision-making systems for complex organizational-technical objects management are considered. The separate elements of such systems (typical blocks of decision making) are interpreted in terms of analytical geometry as points of discrete space.

Keywords: *expert system, discrete information space forming unit solutions clustering.*