

УДК 621.328

В.М. Савченко, С.В. Хуторненко

Українська інженерно-педагогічна академія, Харків

## ПАРАМЕТРИ ЕЛЕКТРИЧНОЇ СХЕМИ BATTERWORTH-VAN DYKE П'ЄЗОЕЛЕМЕНТА З МІЖЕЛЕКТРОДНИМ ЗАЗОРОМ І ОДНОБІЧНИМ МАСОНАВАНТАЖЕННЯМ

*На основі аналізу існуючих моделей еквівалентних електричних схем (ЕЕС) кварцових п'єзорезонаторів показана можливість застосування ЕЕС Batterworth-Van Dyke (BVD) для випадку п'єзоелемента (ПЕ) з міжелектродним зазором і однобічним масонавантаженням. Приведено методику визначення параметрів ЕЕС для кварцових ПЕ з міжелектродним зазором і однобічним масонавантаженням на основі одномірної моделі коливачів ПЕ. Отримано параметри рівнобіжної і послідовної галузей ЕЕС і співвідношення для добротності і смісного відношення ПЕ. Проведено порівняння відомих і отриманих співвідношень.*

**Ключові слова:** п'єзокварцовий резонатор, п'єзоелемент, еквівалентна електрична схема, динамічні параметри ЕЕС, масонавантаження, міжелектродний зазор.

### Вступ

**Постановка проблеми.** В даний час п'єзоелектричні пристрої на об'ємних (BAW) і поверхневих акустичних (SAW) хвилях широко застосовуються як пристрої стабілізації і селекції частоти, так і як чутливі елементи первинних перетворювачів для виміру фізичних і хімічних властивостей матеріалів. Загальним для пристроїв подібного класу є їхня висока чутливість до будь-яких змін акустичних властивостей усередині об'єму або на поверхні пристрою. Найбільше поширення дістали вимірювальні системи, у яких як чутливий елемент первинних перетворювачів датчиків на акустичних хвилях використовується кварцовий резонатор (КР). Такі системи використовують для визначення багатьох фізичних (температура, маса, тиск і т.д.), хімічних і біохімічних властивостей матеріалів. З огляду на те, що для роботи даного класу пристроїв необхідно помістити КР у схему збудження коливачів, актуальною є задача визначення параметрів ЕЕС, які істотно залежать від конструкції кварцового п'єзоелемента.

**Аналіз публікацій.** В даний час існує два основних підходи при побудові ЕЕС: схеми у виді моделі лінії передачі або Krimholtz, Leedom, Matthaei (KLM) – моделі [1], що дістали поширення для багатопшарових резонаторів, і еквівалентні схеми на підставі схеми BVD, що дістали поширення для опису властивостей кварцових резонаторів для пристроїв стабілізації частоти. З урахуванням того, що КР є складною електро-механічною системою, електричні параметри можуть бути виражені повною еквівалентною електричною схемою (рис. 1) [2]. Приведена схема враховує вплив на частоту коливачів п'єзоелектричних властивостей кварцу – паралельної гілки  $L$  (маса кристала),  $R$  (втрати на дисипацію),  $C$  (пружні властивості) і  $C_E$  (діелектричні властивості), при включенні КР у схему збудження, параметри утримувача (Н), представленого ємностями  $C_{H1}$ ,  $C_{H2}$  і опором  $R_1$ , фізичні параметри електродів –  $R_L$ ,  $L_L$  і  $C_L$ , а також наявність зазору (діелектрика) між електродом і поверхнею кристалічного елемента –  $C_A$ . Елементи паралельної гілки використовують для представлення бажаних і небажаних резонансів, що виникають при збудженні КР.

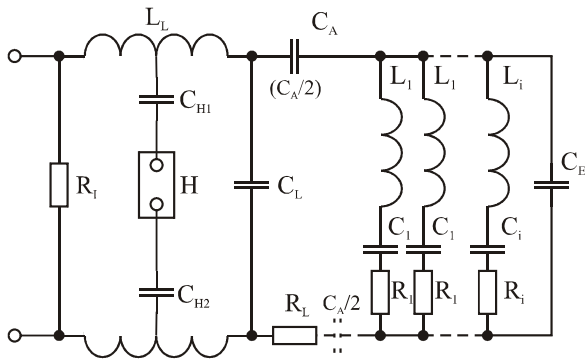


Рис. 1. Повна електрична еквівалентна схема КР

З урахуванням того, що КР, як правило, застосовується в обмеженому діапазоні частот, а точніше в районі резонансної частоти, представлєну на рис. 1 схему можна упростити (рис. 2) [2].

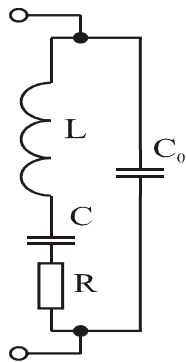


Рис. 2. Спрощена еквівалентна схема КР

Приведена на рис. 2 схема рекомендована ІЕЕЕ[3] і ГОСТ[4] для застосування в якості стандартної. У перетвореній схемі ємність  $C_0 = C_E + C_L + \frac{C_{H1} C_{H2}}{C_{H1} + C_{H2}}$  є статичною ємністю п'єзрезонатора, а опір утримувача  $R_1$  повинен бути значно більше опору кристала при сталому паралельному резонансі.

У випадку наявності зазору з однієї або двох сторін кристалічного елемента схема представлєна на рис.1 трансформується в схему, представлєну на рис. 3, з урахуванням зауважень до попередньої еквівалентної схеми.

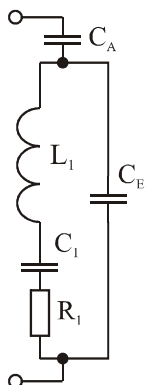


Рис. 3. ЕЕС КР із міжелектродним зазором

Приведена на рис. 3 схема може бути зведена до попередньої еквівалентної схеми, з наступними параметрами:

- динамічна індуктивність  $L = \left( \frac{C_A + C_E}{C_A} \right)^2 L_1$ ;
- динамічна ємність  $C = \frac{C_A^2 C_1}{(C_A + C_E)(C_1 + C_E + C_A)}$ ;
- динамічний опір  $R = \left( \frac{C_A + C_E}{C_A} \right)^2 R_1$ ;
- статична ємність  $C_0 = \frac{C_A C_E}{C_A + C_E}$ .

Представлені на рис. 1 – 3 еквівалентні схеми використовуються для вивчення різних хімічних і фізичних властивостей зовнішнього середовища [5, 6]. У [7, 8] замість опору  $R_1$  використовуються комплексні величини  $L_1$  і  $C_1$ , що дозволяє отримати уточнені параметри для КР із двома міжелектродними зазорами.

**Метою даної роботи** є визначення методики та отримання параметрів ЕЕС для кварцового п'єзоелемента з масонавантаженням на одній стороні кристалічного елемента і зазором між електродами і другою стороною кристалічного елемента.

**Задачі, що розв'язуються в роботі:** на підставі моделі коливань КР, отриманої авторами [9], визначити динамічні параметри КР, ємнісне відношення і добротність КР.

## Основний розділ

### Визначення параметрів ЕЕС.

Вихідними даними є різниця потенціалів між електродами, граничні умови на границі розподілу середовищ та вид рішення системи рівняння коливань[9]. **Розглянемо методику визначення параметрів ЕЕС.**

1. Визначимо різницю потенціалів між електродами, при однобічному масонавантаженні і зазором між електродами і поверхнею кристалічного елемента (КЕ) з урахуванням виду рішення  $u_1 = A \sin \eta x_2 + B \cos \eta x_2$  для одномірного випадку коливань зрушення по товщині:

$$U = E_0 d + \int_{-h}^{+h} E_2 dx_2 = \frac{D_2}{\varepsilon_{22}} h \left[ d_0 - 2 \frac{A}{D_2 h} \varepsilon_{26} \sin \eta h \right], \quad (1)$$

де  $E_0$  - напруженість електричного поля в зазорі, В/м;  $E_2$  - напруженість поля в КЕ, В/м;  $x_2$  - напрямки товщини КЕ в декартовій системі координат;

$d_0 = 1 + \frac{\varepsilon_{22} d}{2 \varepsilon_0 h}$  – коефіцієнт зміни між електродного зазору;  $d$  – величина міжелектродного зазору, м;

$D_2$  – електричний зсув, Кл/м<sup>2</sup>;  $h$  – товщина КЕ;  $\eta$  –

хвильове число, обумовлене рівністю  $\omega^2 = \eta^2 \frac{\bar{c}_{66}}{\rho}$ ;

$\bar{c}_{66} = c_{66} + c_{66} + \frac{e_{26}^2}{\epsilon_{22}}$  - п'єзоелектрично посилена жорсткість;  $\epsilon_{22}$ ,  $c_{66}$ ,  $\rho$ ,  $e_{26}$  - матеріальні постійні кварцу;

$\epsilon_0$  - абсолютна діелектрична проникність зазору;

$A = \frac{e_{26} D_2}{\epsilon_{22} \bar{c}_{66} \eta} \frac{2 \sin \eta h + \eta R h \cos \eta h}{\sin 2 \eta h + R \eta h \cos 2 \eta h}$  - коефіцієнт, що

враховує вплив на коливання ПЕ конструктивно - технологічних факторів, отриманий з рішення систем рівнянь коливання ПЕ;  $R$  - відносне масонавантаження.

2. Визначимо з (1) імпеданс резонатора

$$Z = -\frac{j2h}{\omega \epsilon_{22} S_{el}} \times \left( d_0 - \frac{k_{26}^2 (2 + R \eta h \operatorname{ctg} \eta h)}{\eta h (2 \operatorname{ctg} \eta h - R \eta h (1 - \operatorname{ctg}^2 \eta h))} \right), \quad (2)$$

де  $\omega$  - частота паралельного резонансу;  $S_{el}$  - площа електродів;  $k_{26}^2$  - коефіцієнт електромеханічного зв'язку.

3. Повна провідність п'єзоелементу  $Y$  з (2):

$$Y = \frac{j\omega \epsilon_{22} S_{el}}{2h} \times \frac{1}{d_0 - \frac{k_{26}^2}{\eta h} \cdot \frac{(2 \sin \eta h + \eta R h \cos \eta h) \sin \eta h}{\eta h R \cos 2 \eta h + \sin 2 \eta h}}. \quad (3)$$

4. Повну провідність (3) представимо у виді суми паралельної  $Y_0$  і послідовної  $Y_i$  гілок ЕЕС:

$$Y_0 = \frac{j\omega \epsilon_{22} S_{el}}{2h} \times \frac{1}{d_0} \times \left( d_0^2 - \frac{k_{26}^4}{\eta^2 h^2} \cdot \left( \frac{2 + R \eta h \operatorname{ctg} \eta h}{2 \operatorname{ctg} \eta h - R \eta h (1 - \operatorname{ctg}^2 \eta h)} \right)^2 \right), \quad (4)$$

$$Y_{li} = \frac{j\omega \epsilon_{22} S_{el}}{2h} \times \frac{\frac{k_{26}^2}{\eta h} \cdot \left( \frac{2 + R \eta h \operatorname{ctg} \eta h}{2 \operatorname{ctg} \eta h - R \eta h (1 - \operatorname{ctg}^2 \eta h)} \right)}{d_0^2 - \frac{k_{26}^4}{\eta^2 h^2} \cdot \left( \frac{2 + R \eta h \operatorname{ctg} \eta h}{2 \operatorname{ctg} \eta h - R \eta h (1 - \operatorname{ctg}^2 \eta h)} \right)^2}. \quad (5)$$

5. Статична ємність ПЕ визначається на частоті  $\omega \rightarrow 0$ .

З урахуванням того, що множник  $\eta h \operatorname{ctg} \eta h \rightarrow 1$  і  $k_{26}^2 \ll 1$  після перетворень одержимо

$$Y_0 = \frac{j\omega \epsilon_{22} S_{el}}{2hd_0}; \quad (6)$$

$$C_0 = \frac{\epsilon_{22} S_{el}}{2hd_0} = \frac{S_{el} \epsilon_{22}}{2h \left( 1 + \frac{\epsilon_{22} d}{2\epsilon_a h} \right)} = \frac{S_{el}}{\frac{2h}{\epsilon_{22}} + \frac{d}{\epsilon_a}}. \quad (7)$$

В отриманому виразі присутній явний поділ статичної ємності на ємність міжелектродного зазору і ємність кристала кварцу.

6. Імпеданс послідовної гілки визначимо з (5):

$$Z_{li} = -\frac{j2h}{\omega_i \epsilon_{22} S_{el}} \times \frac{d_0^2 - \frac{k_{26}^4}{\eta^2 h^2} \cdot \left( \frac{2 + R \eta h \operatorname{ctg} \eta h}{2 \operatorname{ctg} \eta h - R \eta h (1 - \operatorname{ctg}^2 \eta h)} \right)^2}{\frac{k_{26}^2}{\eta h} \cdot \left( \frac{2 + R \eta h \operatorname{ctg} \eta h}{2 \operatorname{ctg} \eta h - R \eta h (1 - \operatorname{ctg}^2 \eta h)} \right)}. \quad (8)$$

7. інамічну індуктивність послідовної гілки визначимо з (8):

$$L_{li} = \frac{1}{2} \frac{\partial |Z_{li}|}{\partial \omega_i} = -\frac{2h}{\omega^2 \epsilon_{22} S_{el}} \times \frac{d_0^2 - \frac{k_{26}^4}{\eta^2 h^2} \cdot \left( \frac{2 + R \eta h \operatorname{ctg} \eta h}{2 \operatorname{ctg} \eta h - R \eta h (1 - \operatorname{ctg}^2 \eta h)} \right)^2}{\frac{k_{26}^2}{\eta h} \cdot \left( \frac{2 + R \eta h \operatorname{ctg} \eta h}{2 \operatorname{ctg} \eta h - R \eta h (1 - \operatorname{ctg}^2 \eta h)} \right)}. \quad (9)$$

Вираз (9) незручний для використання, тому що у правій частині присутні трансцендентні співвідношення для хвильового числа.

8. Отримаємо вираз для динамічної індуктивності.

Після розкладання в ряд  $\eta h \operatorname{ctg} \eta h$ , з урахуванням порядку величини  $\omega^2 \approx 10^{12}$

$$L_{li} = \frac{h^3 d_0^2 \rho}{S_{el} e_{26}^2} \left( 1 + R \frac{4 + R \left( 1 + \left( \frac{n\pi}{2} \right)^2 \right)}{(2 + R)^2} \right). \quad (10)$$

9. Визначимо динамічну ємність із (10)

$$C_{li} = \frac{1}{L_{li} \omega^2} = \frac{4 S_{el} e_{26}^2}{h n^2 \pi^2 d_0^2 \bar{c}_{66} \left( 1 + R \frac{4 + R \left( 1 + \left( \frac{n\pi}{2} \right)^2 \right)}{(2 + R)^2} \right)}. \quad (11)$$

10. У припущенні, що втрати при коливаннях викликані тільки внутрішнім тертям  $\eta_s$ , визначимо динамічний опір

$$R_{li} = \frac{\ln^2 \pi^2 d_0^2 \left( 1 + R \frac{4 + R \left( 1 + \left( \frac{n\pi}{2} \right)^2 \right)}{(2 + R)^2} \right)}{4S_{el} e_{26}^2} \eta_s, \quad (12)$$

де  $\eta_s \sim 0,3 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Нс}}{\text{м}^2}$ .

11. Добротність резонатора

$$Q_{li} = \frac{\bar{c}_{66}}{\omega_i \eta_s}, \quad (13)$$

12. Ємнісне відношення визначаємо з (7) і (11)

$$m_i = \frac{C_{li}}{C_0} = \frac{8k_{26}^2}{n^2 \pi^2 \left( 1 + R \frac{4 + R \left( 1 + \left( \frac{n\pi}{2} \right)^2 \right)}{(2 + R)^2} \right)}. \quad (14)$$

### Висновки

Авторами вперше отримані параметри еквівалентної електричної схеми для ПЕ з міжелектродним зазором і однобічним масонавантаженням. Відомі співвідношення [10, 11] для ПЕ із симетричним масонавантаженням є частковим випадком отриманих виразів. Отримані вирази (10) – (14) можуть бути основою для моделювання коливань КР і основою для інженерного проектування КР із поліпшеними параметрами і розширеними функціональними можливостями.

**Перспективи подальших досліджень.** Перспективами подальших досліджень є уточнення ЕЕС, за рахунок розширення моделі коливань КР і обліку впливу додаткових конструктивних факторів, на частоту і форму коливань КР.

### ПАРАМЕТРЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СХЕМЫ БАТТЕРВОРTH-VAN DYKE ПЬЕЗОЭЛЕМЕНТА С МЕЖЭЛЕКТРОДНЫМ ЗАЗОРОМ И ОДНОСТОРОННЕЙ МАССОНАГРУЗКОЙ

В.Н. Савченко, С.В. Хуторненко

На основе анализа существующих моделей эквивалентных электрических схем (ЭЭС) кварцевых пьезорезонаторов показана возможность применения ЭЭС Batterworth-Van Dyke (BVD) для случая пьезоэлемента (ПЭ) с межэлектродным зазором и односторонней массонагрузкой. Приведена методика определения параметров ЭЭС для кварцевых ПЭ с межэлектродным зазором и односторонней массонагрузкой на основе одномерной модели колебаний ПЭ. Получены параметры параллельной и последовательной ветвей ЭЭС и соотношения для добротности и емкостного отношения ПЭ. Проведено сравнение известных и полученных соотношений.

**Ключевые слова:** пьезокварцевый резонатор, пьезоэлемент, эквивалентная электрическая схема, динамические параметры ЭЭС, массонагрузка, межэлектродный зазор.

### PARAMETERS OF BATTERWORTH-VAN DYKE ELECTRIC CIRCUIT OF THE PIEZOELEMENT WITH INTER-ELECTRODE AIR GAP AND ONE-SIDED MASS-LOADING

V.M. Savchenko, S.V. Khutornenko

On the basis of the analysis of existing models of equivalent electric circuits (EEC) of the quartz piezoresonators the possibility of application Batterworth-Van Dyke (BVD) EEC for a case of a piezoelement (PE) with an interelectrode air-gap and one-sided mass-loading is shown. The method of determination of parameters of EEC for quartz PE with an interelectrode air-gap and one-sided mass-loading is given. The parameters of parallel and serial branches of EES and correlations for quality and capacity relation of PE is given. Comparison of the known and got correlations is conducted.

**Keywords:** piezoquartz resonator, piezoelement, equivalent electric circuits, dynamic parameters of the EEC, mass-loading, interelectrode air-gap.

### Список літератури

1. Hauptmann P. R., Lucklum R. and Schröder QCR-sensors – model and applications // WCU, September 7-10, 2003. – PP. 907-910.
2. J. P. Buchanan Handbook of piezoelectric crystal for radio equipment designers, WADC technical report 56-156, 1956.
3. IEEE Standard on piezoelectricity, IEEE/ANSI 176-1987.
4. ГОСТ 18669-73. Резонаторы пьезоэлектрические. Термины и определения. – М.: Издательство стандартов, 1979.
5. Etchehenique R. and Calvo E. J. Electromechanical quartz crystal impedance study of redox hydrogel mediators for amperometric enzyme electrodes // Anal. Chem, Num. 69, 1997. – PP. 4833-4841.
6. Calvo E. J., Etchehenique R., Barlett P. N., Singhal K., and Santamaria C. Quartz crystal impedance studies at 10 MHz of viscoelastic liquids and films // Faraday Discuss., Num.107, 1997. – PP. 141-157.
7. Sherrit S., Wiederick H. D., Mukherjee B. K. and Sayer M. An accurate equivalent circuit for the unloaded piezoelectric vibrator in the thickness mode. // J. Phys. D: Appl. Phys., Num. 30, 1997. – PP. 2354-2363.
8. Sherrit S., Mukherjee B. K. The use of complex material constants to model the dynamic response of piezoelectric materials // IEEE Ultrasonic symposium, 1998. – PP. 634-640.
9. Хуторненко С. В., Савченко В. М. Математична модель коливань кварцового п'єзоелемента з міжелектродним зазором і однобічним масонавантаженням // Системи озброєння і військова техніка. – Х.: ХУ ПС. – №2(10). – 2007. – С. 118-120
10. Tiersten H. F. Linear piezoelectric plate vibrations, Plenum Press, New York, 1969.
11. Зеленка И. Пьезоэлектрические резонаторы на объемных и поверхностных акустических волнах / Материалы, технология, конструкция, применение: Пер. с чешск. – М.: Мир, 1990. – 584 с.

Надійшла до редколегії 29.05.2008

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Д.Сахацький, Українська інженерно-педагогічна академія, Харків.