

УДК 006.91

М.П. Сергиенко

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОГРЕШНОСТЕЙ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ИСКАЖЕНИЯ СИНУСОИДАЛЬНОСТИ КРИВОЙ НАПРЯЖЕНИЯ

В работе исследованы систематические и случайные составляющие погрешности определения коэффициента искажения синусоидальности кривой в сетях переменного тока в соответствии с ГОСТ 13109 - 97 при различных способах их расчета. Показано влияние корреляции на величину дисперсии указанного показателей качества электрической энергии.

электрическая энергия, показатель качества электрической энергии, несинусоидальность напряжения, коэффициент искажения синусоидальности кривой напряжения

Введение

Постановка проблемы. Измерение и учет электрической энергии являются важнейшими элементами эффективного использования топливно-энергетических ресурсов страны. Основной целью работ в области метрологического обеспечения электроэнер-

гетики является обеспечение единства измерений и повышение достоверности учета электроэнергии при ее производстве, распределении и потреблении. В свете постоянного роста цен на электрическую энергию, появления новых разработок, повышения требований к достоверности контроля особое значение имеет метрологическое обеспечение измерения показателя

телей качества электрической энергии (ПКЭ) и оценка его влияния на точность ее учета [1, 2].

Обзор современного состояния метрологического обеспечения измерения ПКЭ позволил выделить ряд нерешенных вопросов, имеющих непосредственное отношение к вопросу повышения точности измерения этих показателей, одним из которых является недостаточная степень изученности погрешностей определения ПКЭ в соответствии с ГОСТ 13109-97 [3], являющимся основным нормативным документом в этой области.

Одним из основных ПКЭ является несинусоидальность напряжения, характеризующаяся следующими показателями:

а) коэффициентом искажения синусоидальности кривой напряжения. Нормально допустимое и предельно допустимое значение коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения при номинальном напряжении сети 0,38 кВ составляют 8,0% и 12,0% соответственно. В работе [4] исследована проблема выбора учитываемых гармоник при расчете коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения;

б) коэффициент n -ой гармонической составляющей напряжения [5, 6].

Несинусоидальность напряжения приводит к увеличению потерь активной мощности; увеличению потребления активной и реактивной мощностей; ускорению старения изоляции электрооборудования; ограничению области применения конденсаторных батарей для повышения коэффициента мощности; повышению себестоимости продукции за счет увеличенного удельного расхода электроэнергии при невозможности применения конденсаторных установок; снижению надежности работы элементов сети из-за увеличения вероятности возникновения однофазных замыканий на землю и перехода их в многофазные короткие замыкания на землю; сбоям в работе систем импульсно-фазового управления преобразователями приводов технологических установок, поэтому повышение достоверности оценивания этого ПКЭ является актуальной задачей.

Цель работы – исследование систематической и случайной составляющих погрешности определения коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения.

В соответствии с ГОСТ 13109-97 значение коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения K_{Ui} в процентах как результат i -го наблюдения определяют по формуле

$$K_{Ui} = \sqrt{\sum_{n=2}^N U_{(n)i}^2} / U_{(1)i}, \quad (1)$$

где $U_{(1)i}$ – действующее значение междуфазного (фазного) напряжения основной частоты для i -го наблюдения; N – количество учитываемых гармонических составляющих. ГОСТ 13109 предусматривает учет гармонических составляющих напряжения

в диапазоне гармоник от 2-й до 40-й.

Выражение (1) может быть записано в виде [7]

$$K_{Ui} = U_{Bi} / U_{(1)i}, \quad (2)$$

где U_{Bi} – действующее значение высших гармоник напряжения $u(t)$ для i -го наблюдения, которое можно определить по формулам

$$U_{Bi} = \sqrt{\sum_{n=2}^N U_{(n)i}^2} \quad (3)$$

$$\text{или} \quad U_{Bi} = \sqrt{U_i^2 - U_{(1)i}^2}. \quad (4)$$

где U – действующее значение напряжения $u(t)$ для i -го наблюдения.

В последнем случае

$$K_{Ui} = \sqrt{(U_i^2 - U_{(1)i}^2) / U_{(1)i}^2}. \quad (5)$$

Определим систематическую составляющую погрешности нахождения коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения.

При использовании выражения (1) систематическая составляющая погрешности нахождения коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения определяется по формуле для погрешностей косвенных измерений

$$\Delta(K_{Ui}) = \frac{\partial K_{Ui}}{\partial U_{(1)i}^2} \Delta(U_{(1)i}^2) + \sum_{n=2}^N \frac{\partial K_{Ui}}{\partial U_{(n)i}^2} \Delta(U_{(n)i}^2), \quad (6)$$

где $\Delta(U_{(n)i}^2)$ – погрешности гармонических составляющих сигнала $u(t)$.

Коэффициенты влияния в выражении (6) равны:

$$\frac{\partial(K_{Ui})}{\partial(U_{(1)i}^2)} = -\frac{K_{Ui}^2}{2U_{(1)i}K_{Ui}} = -\frac{K_{Ui}}{2U_{(1)i}^2}; \quad (7)$$

$$\frac{\partial(K_{Ui})}{\partial(U_{(n)i}^2)} = \frac{1}{2U_{(1)i}K_{Ui}}. \quad (8)$$

Следовательно, систематическая составляющая погрешности

$$\Delta(K_{Ui}) = \frac{1}{2U_{(1)i}K_{Ui}} \left[\sum_{n=2}^N \Delta(U_{(n)i}^2) - K_{Ui}^2 \Delta(U_{(1)i}^2) \right], \quad (9)$$

и если величины $\Delta(U_{(n)i}^2)$ приблизительно одинаковы, погрешность

$$\Delta(K_{Ui}) = \frac{1}{2U_{(1)i}K_{Ui}} [N-1 - K_{Ui}^2] \Delta(U_{(1)i}^2). \quad (10)$$

Зависимость отношения $\Delta(K_{Ui})U_{(1)i}^2 / \Delta(U_{(1)i}^2)$ от значения коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения для случая, когда $N = 40$, показана на рис. 1. Из выражения (10) и рис. 1 видно, что систематическая составляющая погрешности коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения отсутствует при коэффициентах искажения синусоидальности кривой напряжения $K_{Ui} = \sqrt{N-1}$.

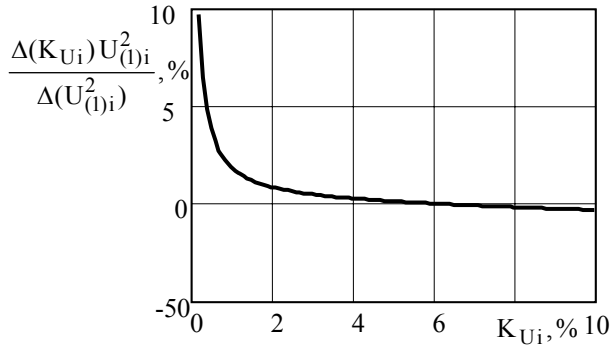


Рис. 1. Зависимость отношения $\Delta(K_{U_i})U_{(1)i}^2/\Delta(U_{(1)i}^2)$ от K_{U_i} при $N = 40$

Оценим дисперсию коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения. Для этого в начале найдем дисперсию величины (3).

Как известно, дисперсия в общем виде может быть рассчитана по формуле

$$D(U_{B_i}^2) = \frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J \left((U_{B_i}^2)_j - \overline{U_{B_i}^2} \right)^2, \quad (11)$$

где $\bar{\zeta}$ – математическое ожидание величины ζ .

Поскольку математическое ожидание суммы величин равно сумме математических ожиданий этих величин, выражение (11) можно записать в виде

$$D(U_{B_i}^2) = \frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J \left(\sum_{n=2}^N (U_{(n)i}^2)_j - \sum_{n=2}^N \overline{U_{(n)i}^2} \right)^2. \quad (12)$$

Обозначим $(U_{(n)i}^2)_j = a_{nj}$; $\overline{U_{(n)i}^2} = \overline{a_n}$ и распишем выражения (12):

$$D\left(\sum_{n=2}^N a_n\right) = \frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J (a_{2j} + a_{3j} + \dots + a_{Nj} - \overline{a_2} - \overline{a_3} - \dots - \overline{a_N})^2 = \frac{J}{J-1} (\overline{a_2^2} + \overline{a_3^2} + \dots + \overline{a_N^2} - (\overline{a_2})^2 - (\overline{a_3})^2 - \dots - (\overline{a_N})^2 + 2\overline{a_2 a_3} + 2\overline{a_3 a_4} + \dots + 2\overline{a_{N-1} a_N} - 2\overline{a_2 a_3} - 2\overline{a_3 a_4} - \dots - 2\overline{a_{N-1} a_N}). \quad (13)$$

Действующие значения квадратов гармонических составляющих $U_{(n)i}^2$ вычисляются в соответствии с выражением

$$U_{(n)i}^2 = \frac{1}{2} (U_{(n)xi}^2 + U_{(n)yi}^2), \quad (14)$$

где $U_{(n)xi}^2$, $U_{(n)yi}^2$ – квадратурные составляющие гармоник:

$$U_{(n)xi}^2 = \frac{2}{m} \sum_{q=0}^{m-1} u(t_q) \sin n\omega t_q; \quad (15)$$

$$U_{(n)yi}^2 = \frac{2}{m} \sum_{q=0}^{m-1} u(t_q) \cos n\omega t_q, \quad (16)$$

где $u(t_q)$ – мгновенные значения исследуемого напряжения в точках дискретизации t_q ; ω – круговая частота исследуемого напряжения; m – количество

точек дискретизации. Если (15) и (16) подставить в (14) и осуществить элементарные преобразования, то действующие значения квадратов гармонических составляющих $U_{(n)i}^2$ определяются по формуле [7]

$$U_{(n)i}^2 = \frac{2}{m^2} \sum_{q=1}^m \sum_{s=1}^m u(t_q) u(t_s) \cos(n\omega(t_q - t_s)). \quad (17)$$

Учитывая то, что все гармонические составляющие определяются по одним и тем же значениям исследуемого сигнала, можно прийти к заключению, что между любыми $U_{(s)i}^2$ и $U_{(v)i}^2$ существует взаимосвязь. Компьютерное моделирование показало, что коэффициент корреляции

$$r(U_{(s)i}^2, U_{(v)i}^2) = 1. \quad (18)$$

Вернемся к выражению (13). С учетом (18) запишем

$$r(a_s, a_v) = \frac{1}{J-1} \sum_{j=1}^J (a_{sj} - \overline{a_s})(a_{vj} - \overline{a_v}) / (\sigma(a_s)\sigma(a_v)) = \frac{J}{J-1} (\overline{a_s a_v} - \overline{a_s} \overline{a_v}) / (\sigma(a_s)\sigma(a_v)) = 1,$$

откуда получаем

$$\frac{J}{J-1} (\overline{a_s a_v} - \overline{a_s} \overline{a_v}) = \sigma(a_s)\sigma(a_v) \quad (19)$$

и подставляем полученное выражение в (13):

$$D\left(\sum_{n=2}^N a_n\right) = (\sigma(a_2))^2 + (\sigma(a_3))^2 + \dots + (\sigma(a_N))^2 + 2\sigma(a_2)\sigma(a_3) + 2\sigma(a_3)\sigma(a_4) + \dots + 2\sigma(a_{N-1})\sigma(a_N) = \left(\sum_{n=2}^N \sigma(a_n)\right)^2. \quad (20)$$

Дисперсия коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения, определенного по формуле (1), может быть получена как

$$D(K_{U_i}) = \left(\frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{(1)i}^2}\right)^2 D(U_{(1)i}^2) + \left(\frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{B_i}^2}\right)^2 D(U_{B_i}^2) + 2\frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{(1)i}^2} \frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{B_i}^2} r(U_{(1)i}^2, U_{B_i}^2) \sqrt{D(U_{(1)i}^2)D(U_{B_i}^2)}, \quad (21)$$

где коэффициенты влияния определяются по формулам (7), (8).

Найдем коэффициент корреляции $r(U_{(1)i}^2, U_{B_i}^2)$ с учетом выражений (18) – (20).

Обозначим $(U_{(n)i}^2)_j = a_{nj}$; $\overline{U_{(n)i}^2} = \overline{a_n}$. Тогда коэффициент корреляции аналогично выше приведенному алгоритму

$$r\left(a_1, \sum_{n=2}^N a_n\right) = 1. \quad (22)$$

Принимая это во внимание, дисперсия коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения

$$D(K_{U_i}) = \left(\frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{(1)i}^2} \sigma(U_{(1)i}^2) + \frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{Bi}^2} \sigma(U_{Bi}^2) \right)^2. \quad (23)$$

Подставляя в (23) выражения (7) и (8), получаем

$$D(K_{U_i}) = \frac{1}{4U_{(1)i}^2 K_{U_i}^2} (\sigma(U_{Bi}^2) - K_{U_i}^2 \sigma(U_{(1)i}^2))^2. \quad (24)$$

Если дисперсии гармонических составляющих исследуемого сигнала практически одинаковы, то

$$\sigma(U_{Bi}^2) = \sum_{n=2}^N \sigma(U_{(n)i}^2) = (N-1)\sigma(U_{(1)i}^2) \text{ и дисперсия}$$

коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения

$$D(K_{U_i}) = \frac{1}{4U_{(1)i}^4 K_{U_i}^2} ((N-1)^2 - K_{U_i}^2)^2 D(U_{(1)i}^2). \quad (25)$$

Зависимость отношения $D(K_{U_i})U_{(1)i}^4/D(U_{(1)i}^2)$ от K_{U_i} при $N = 40$ показана на рис. 2.

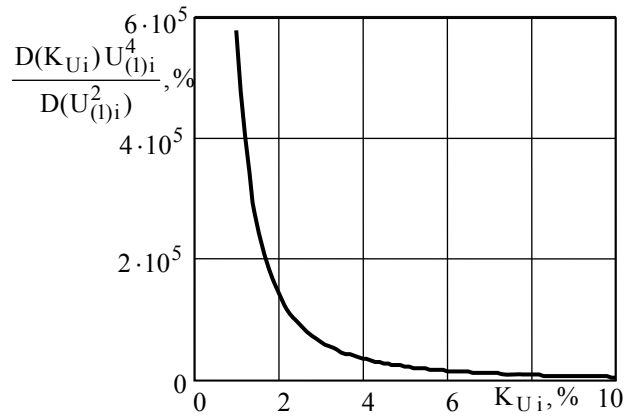


Рис. 2. Зависимость отношения $D(K_{U_i})U_{(1)i}^4/D(U_{(1)i}^2)$ от K_{U_i} при $N = 40$

Как следует из рис. 2 и выражения (25), дисперсия коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения нелинейно зависит от значения коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения и равна нулю при $K_{U_i} = N - 1$.

Оценим погрешность, вызванную игнорированием корреляции между гармоническими составляющими исследуемого сигнала.

Если гармонические составляющие независимы, то есть $r(U_{(s)i}^2, U_{(v)i}^2) = 0$, из выражения (19)

следует, что $\overline{U_{(s)i}^2 U_{(v)i}^2} = \overline{U_{(s)i}^2} \overline{U_{(v)i}^2}$. Дисперсия

$$D(U_{Bi}^2) = \sum_{n=2}^N D(U_{(n)i}^2) \text{ (из выражения (20)), коэф-}$$

фициент корреляции $r(U_{(1)i}^2, U_{Bi}^2) = 0$ (из выражения (21)).

В этом случае дисперсия коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения определится выражением

$$D^*(K_{U_i}) = \left(\frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{(1)i}^2} \right)^2 D(U_{(1)i}^2) + \left(\frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{Bi}^2} \right)^2 D(U_{Bi}^2), \quad (26)$$

подставляя в которое (7) и (8), получаем

$$D^*(K_{U_i}) = \frac{1}{4U_{(1)i}^4 K_{U_i}^2} (D(U_{Bi}^2) + K_{U_i}^4 D(U_{(1)i}^2)). \quad (27)$$

Погрешность дисперсии коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения, вызванная неучетом корреляции между гармоническими составляющими, имеет вид

$$\delta = \left[\frac{D^*(K_{U_i})}{D(K_{U_i})} - 1 \right] \cdot 100 = \left[\frac{N-1-K_{U_i}^4}{((N-1)^2 - K_{U_i}^2)^2} - 1 \right] \cdot 100 \quad (28)$$

и для $N = 40$ показана на рис. 3.

При использовании для нахождения коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения выражения (5) систематическая составляющая погрешности определяется по формуле

$$\Delta(K_{U_i}) = \frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{(1)i}^2} \Delta(U_{(1)i}^2) + \frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{Bi}^2} \Delta(U_{Bi}^2), \quad (29)$$

где $\Delta(U_{(1)i}^2)$ – погрешность первой гармонической составляющей сигнала $u(t)$; $\Delta(U_{Bi}^2)$ – погрешность сигнала $u(t)$. Коэффициент влияния в выражении (29) имеют вид

$$\frac{\partial(K_{U_i})}{\partial(U_{(1)i}^2)} = -\frac{1+K_{U_i}^2}{2U_{(1)i}^2 K_{U_i}}; \quad (30)$$

$$\frac{\partial(K_{U_i})}{\partial(U_{Bi}^2)} = \frac{1}{2U_{(1)i}^2 K_{U_i}}. \quad (31)$$

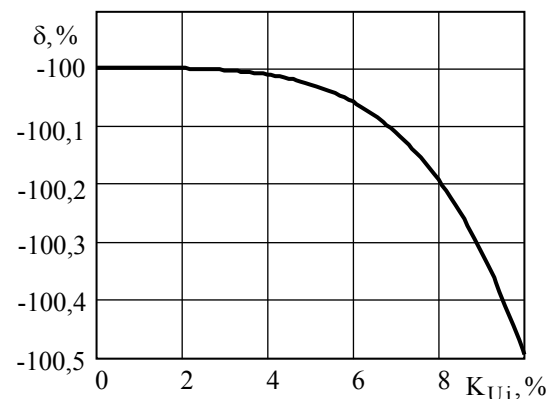


Рис. 3. Погрешность дисперсии коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения

Систематическая составляющая погрешности определяется по формуле [7]

$$\Delta(K_{U_i}) = \frac{1}{2U_{(1)i}^2 K_{U_i}} \left[\Delta(U_{Bi}^2) - (1+K_{U_i}^2) \Delta(U_{(1)i}^2) \right], \quad (32)$$

и если величины $\Delta(U_{(1)i}^2) \approx \Delta(U_{Bi}^2)$, погрешность имеет вид

$$\Delta(K_{U_i}) = -\left(K_{U_i} / (2U_{(1)i}^2)\right) \cdot \Delta(U_{(1)i}^2). \quad (33)$$

Дисперсия коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения, определенного по формуле (5), определяется из выражения

$$D(K_{U_i}) = \left(\frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{(1)i}^2}\right)^2 D(U_{(1)i}^2) + \left(\frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_i^2}\right)^2 D(U_i^2) + 2 \frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{(1)i}^2} \frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_i^2} r(U_{(1)i}^2, U_i^2) \sqrt{D(U_{(1)i}^2) D(U_i^2)}, \quad (34)$$

где коэффициенты влияния определяются по формулам (30) и (31).

Поскольку первая гармоническая составляющая $U_{(1)i}^2$ определяется по выражениям (14) – (17) непосредственно по мгновенным значениям исследуемого сигнала $u(t)$, то коэффициент корреляции $r(U_{(1)i}^2, U_i^2) = 1$, что подтверждается результатами компьютерного моделирования. Вследствие этого выражение (34) приобретает вид

$$D(K_{U_i}) = \left(\frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{(1)i}^2} \sigma(U_{(1)i}^2) + \frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_i^2} \sigma(U_i^2)\right)^2, \quad (35)$$

и, подставляя (30) и (31), получаем

$$D(K_{U_i}) = \frac{1}{4U_{(1)i}^4 K_{U_i}^2} \left(\sigma(U_{(1)i}^2) - (1 + K_{U_i}^2) \sigma(U_i^2)\right)^2, \quad (36)$$

и если $\sigma(U_{(1)i}^2) \approx \sigma(U_i^2)$, то

$$D(K_{U_i}) = \left(K_{U_i}^2 / (4U_{(1)i}^4)\right) \cdot D(U_{(1)i}^2). \quad (37)$$

Оценим погрешность, вызванную пренебрежением корреляцией между $U_{(1)i}^2$ и U_i^2 . Без учета корреляции дисперсия коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения определяется как

$$D^*(K_{U_i}) = \left(\frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_{(1)i}^2}\right)^2 D(U_{(1)i}^2) + \left(\frac{\partial K_{U_i}}{\partial U_i^2}\right)^2 D(U_i^2), \quad (38)$$

которая при подстановке (30), (31) равна

$$D^*(K_{U_i}) = \frac{1}{4U_{(1)i}^4 K_{U_i}^2} \left[D(U_{(1)i}^2) + (1 + K_{U_i}^2)^2 D(U_i^2) \right], \quad (39)$$

и при $\sigma(U_{(1)i}^2) \approx \sigma(U_i^2)$ приобретает вид

$$D^*(K_{U_i}) = \frac{1}{4U_{(1)i}^4 K_{U_i}^2} \left[1 + (1 + K_{U_i}^2)^2 \right] D(U_{(1)i}^2). \quad (40)$$

Погрешность дисперсии коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения, вызванная неучетом корреляции между гармоническими составляющими, имеет вид

$$\delta = \left[\frac{D^*(K_{U_i})}{D(K_{U_i})} - 1 \right] \cdot 100 = \frac{2(1 + K_{U_i}^2)}{K_{U_i}^4} \cdot 100 \quad (41)$$

и показана на рис. 4.

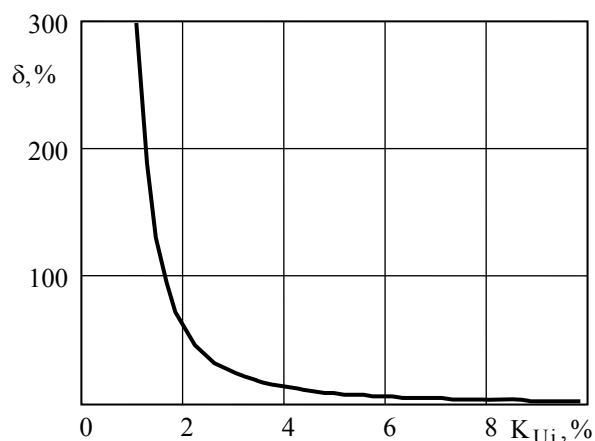


Рис. 4. Погрешность дисперсии коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения

Выводы

Исследованы систематическая и случайная составляющие погрешности определения искажения синусоидальности кривой напряжения по разным алгоритмам. Показаны случаи, когда систематические составляющие погрешности равны нулю. Показана необходимость учета корреляции между гармоническими составляющими сигнала, поскольку погрешность, вызванная игнорированием корреляции между гармоническими составляющими напряжения при расчете дисперсии коэффициента искажения синусоидальности кривой напряжения, может составлять более 100%.

Список литературы

1. Лахов В.М., Астапенков А.И. Состояние метрологического обеспечения учета энергоресурсов // Измерительная техника. – 2002. – № 6. – С. 61-65.
2. Дажанов А.С., Зацепин Е.П., Захаров К.Д. Влияние качества электроэнергии на показания счетчиков // Промышленная энергетика. – 2004. – № 5. – С. 40-43.
3. ГОСТ 13109 – 97 Электроэнергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. – Взамен ГОСТ 13109-87; Введ. 01.01.2000. – М.: Изд-во стандартов, 1999. – 31 с.
4. Трофимов Г.Г. К вопросу выбора диапазона учитываемых гармоник при расчетах несинусоидальности // Исследование качества электроэнергии в сложных электрических системах. – Братск: БРИИ. – 1990. – С. 67-75.
5. Трофимов Г.Г., Мазовер В.В. Оценка требуемой точности определения уровней высших гармоник // Энергетика. – 1984. – № 11. – С. 49-51.
6. Майер В.Я., Зения. Разработка критериев оценки отдельных показателей качества электроэнергии, адекватно отражающих изменения энергетического процесса трехфазных систем // Исследование качества электроэнергии в сложных электрических системах. – 1990. – С. 76-81.
7. Горлач А.А., Миц М.Я., Чинков В.Н. Цифровая обработка сигналов в измерительной технике. – К.: Техніка, 1985. – 151 с.

Поступила в редколлегию 9.01.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. И.П. Захаров, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков.