

УДК 681.518.54

А.Ю. Ницын, А.И. Поворознюк, Д.А. Ницын

Национальный технический университет «ХПИ», Харьков

## ПРИЛОЖЕНИЕ ФРАКТАЛЬНОГО АНАЛИЗА К КЛАССИФИКАЦИИ МЕДИЦИНСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

*Приводятся результаты исследования структуры медицинских изображений легких человека как нормальных, так и пораженных туберкулезом. Разработана методика вычисления фрактальной размерности изображений на флюорографических снимках. Обоснован выбор спектра фрактальных размерностей для фрактальной меры множества точек, принадлежащих изображению, в качестве диагностического признака для раннего обнаружения туберкулеза по флюорографическим снимкам.*

*диагностирование, туберкулез, фракталы*

### Введение

**Постановка проблемы и анализ литературы.** Обычно для классификации медицинских изображений применяют классические методы, а именно: метод оконтуривания, метод бинаризации, методы, основанные на преобразовании Фурье и его модификациях. Однако при диагностировании туберкулеза по рентгеновским снимкам существует проблема. Эта проблема состоит в том, что рентгеновские снимки содержат изображения альвеол легких, которые имеют древовидную структуру. Поэтому их распознавание основывается на применении методов фрактального анализа. Несмотря на то, что в настоящее время публикуется достаточно много работ по ранней диагностике туберкулеза, данная проблема еще не получила убедительного решения [1 – 4]. Кроме того, в существующих способах классификации медицинских изображений требуется, чтобы рентгеновские снимки были выполнены в одном масштабе и в одной системе декартовых координат [5 – 7]. Разумеется, этому требованию трудно удовлетворить, если даже рентгеновские снимки, предъявляемые для диагностирования, выполняются на одном и том же оборудовании. Поэтому разработка метода определения диагностических признаков, по которым можно классифицировать рентгеновские изображения, по-прежнему остается актуальной задачей медицинской диагностики.

Таким образом, **целью статьи** является выбор диагностических признаков, которые позволяют классифицировать медицинские изображения без выделения областей, свободных от патологии, и областей, содержащих патологические изменения организма. Кроме того, диагностические признаки должны быть такими, чтобы результаты классификации не зависели от выбора декартовой системы координат, привязанной к медицинскому изображению.

### Основная часть

**Визуальная оценка фрактальной структуры медицинского изображения.** Рассмотрим рентгеновский снимок легких, пораженных туберкулезом. Представим этот снимок на рис.1. Выделим область изображения, содержащую пиксели данного цвета. Определим площадь, которую занимает данная область. Если известно, какое количество пикселей занимает изображение по горизонтали и вертикали, площадь выделенной области прямо пропорциональна количеству пикселей данного цвета. Чтобы найти количество пикселей данного цвета, принадлежащих выделенной области, покроем изображение сеткой, которая состоит из квадратных ячеек с размерами  $\delta \times \delta$ . Пусть число ячеек, необходимых для того, чтобы покрыть область изображения, содержащую пиксели данного цвета, равно  $N(\delta)$ . Уменьшим размер ячейки  $\delta$ . Тогда количество ячеек, необходимых для покрытия выделенной области изображения увеличится. Если бы выделенная область изображения была ограничена гладкой линией, число квадратных ячеек  $N(\delta)$ , необходимых для ее покрытия, было бы обратно пропорционально размеру ячейки  $\delta$ . При этом величина  $S(\delta) = N(\delta) \times \delta^2$ , равная произведению числа ячеек и площади квадрата, при уменьшении размера ячейки  $\delta$  будет стремиться к постоянной величине. Этой величиной будет площадь выделенной области изображения.

Покажем на рис. 1 сетки, покрывающие выделенное медицинское изображение и соответствующие разным размерам ячейки  $\delta$ .

Однако рентгеновское изображение легких не состоит из областей, ограниченных гладкими линиями. Как правило, эти области ограничены линиями, в каждой точке которых непрерывность про-

изводной первого порядка нарушается. Это приводит к тому, что при уменьшении размера ячейки  $\delta$  длина линии, ограничивающей выделенную область изображения, бесконечно возрастает. Введем величину  $S_0$ , которая соответствует площади выделенной области изображения, вычисленной при условии, что его граница представляет собой гладкую линию. Представим число ячеек, необходимое для покрытия выделенной области изображения, в виде соотношения  $N(\delta) = \frac{S_0}{\delta^D}$ . Тогда измеренную площадь выделенной области изображения можно описать приближенной формулой

$$S(\delta) \approx S_0 \delta^{2-D}.$$

Если бы выделенная область изображения была ограничена гладкой линией, показатель  $D$  был бы равен двум, а его площадь была бы равна  $S(\delta) \approx S_0$ .

Однако для выделенной области рентгеновского изображения показатель  $D \neq 2$ .

Отсюда следует, что область рентгеновского изображения легких, представленная пикселями данного цвета, является фракталом с фрактальной размерностью  $D$  [8, 9].

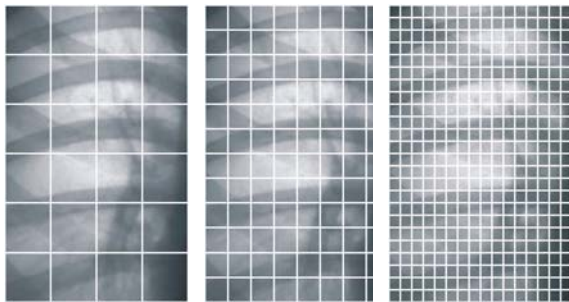


Рис. 1. Количество ячеек, необходимых для покрытия изображения при размере ячейки, равном  $240 \times 240$ ,  $120 \times 120$  и  $60 \times 60$  пикселей

Действительно, рассмотрим рис. 2, на котором представлены фрагменты медицинского изображения, содержащего альвеолы легких. Структура медицинского изображения легких человека показана посредством последовательного увеличения фрагмента исходного изображения, расположенного в его левом верхнем углу. Самоподобие медицинского изображения проявляется в том, что представленные фрагменты выглядят одинаково независимо от выбранного масштаба изображения.

**Приложение теории фракталов к диагностированию медицинских изображений.** Дадим классическое определение меры множества точек, принадлежащих изображению. Обобщим способ определения количества пикселей данного цвета, рассмотренный в предыдущем разделе. Выберем

квадрат, площадь которого равна  $\delta^d$ . Покроем данным обобщенным квадратом пространство, заполненное точками изображения. Получим меру множества точек в данном пространстве  $M_d = \sum \delta^d$ . Заметим, что в общем случае при стремлении размера квадрата к нулю  $\delta \rightarrow 0$  мера множества точек  $M_d$  равна нулю или бесконечности в зависимости от выбора величины  $d$ , которую будем называть размерностью меры. При этом размерность Хаусдорфа-Безиковича  $D$  множества точек пространства представляет собой критическую размерность, при которой мера  $M_d$  изменяет свое значение с нуля на бесконечность

$$M_d = \sum \delta^d = N(\delta) \delta^d \xrightarrow{\delta \rightarrow 0} \begin{cases} 0, d > D, \\ \infty, d < D. \end{cases} \quad (1)$$

Значение меры множества  $M_d$  при равенстве размерности меры размерности Хаусдорфа-Безиковича  $d = D$  в большинстве случаев имеет конечное значение, но может быть равным нулю или бесконечности. Более существенным является то, что при выполнении равенства  $d = D$  мера множества  $M_d$  изменяется скачком [7, 8].

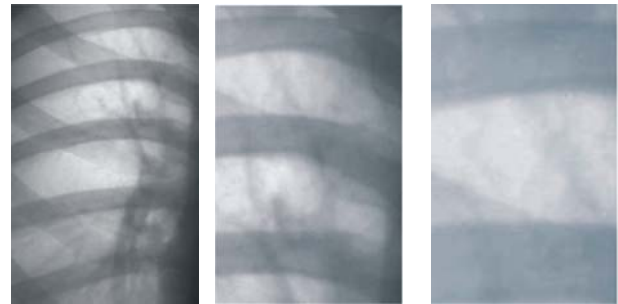


Рис. 2. Структура медицинского изображения, показанная при масштабе увеличения его фрагмента 1:1, 4:1 и 16:1

Если точки заполняют гладкую поверхность, размерность Хаусдорфа-Безиковича  $D$  равняется целому числу  $D = 2$ . В том случае, если поверхность не имеет точек, в которой производные первого порядка сохраняют непрерывность, размерность Хаусдорфа – Безиковича не является целой и называется фрактальной.

Определение меры множества точек  $M_d$ , выраженное формулой (1), можно применить для практического вычисления его фрактальной размерности  $D$ . Действительно, из формулы (1) следует, что при стремлении размера квадрата к нулю  $\delta \rightarrow 0$  число квадратов  $N(\delta)$ , покрывающих выделенную область изображения, обратно пропорционально величине  $\delta^D$ :

$$N(\delta) \sim \frac{1}{\delta^D}.$$

Рассмотрим фрактальную размерность множества точек изображения как угловой коэффициент графика зависимости числа квадратов  $N(\delta)$  от размера  $\delta$  квадрата, построенного в дважды логарифмическом масштабе

$$\ln N(\delta) \sim -D \ln \delta.$$

Отсюда следует формула, по которой можно вычислить фрактальную размерность множества

$$D \sim -\frac{\ln N(\delta)}{\ln \delta}. \quad (2)$$

Размерность  $D$ , определяемая по формуле (2) посредством подсчета числа квадратов, необходимых для покрытия множества точек в зависимости от размера квадратов, будем называть размерностью, определяемой подсчетом клеток или клеточной размерностью.

Однако данный способ определения фрактальной размерности обладает некоторым недостатком. Дело в том, что подсчет числа квадратов, необходимых для покрытия изображения, выполняется независимо от того, сколько точек содержит данная клетка. Например, квадрат может находиться внутри выделенной области изображения и полностью заполняться пикселями данного цвета, а может пересекать ее контур и только частично заполняться пикселями, принадлежащими данной области изображения. Тем не менее, тот и другой квадраты вносят одинаковый вклад в общее число квадратов, необходимых для покрытия данной области изображения. Разумеется, такой способ дает лишь приближенную оценку фрактальной размерности множества пикселей данного цвета.

Введем понятие набора показателей массы  $\tau(q)$ . Пусть множество, состоящее из  $S$  пикселей данного цвета, имеет в  $i$ -м квадрате  $S_i$  точек того же цвета. Рассмотрим эти точки как выборку, характеризующую распределение меры на множестве пикселей данного цвета. Введем понятие массы или вероятности  $\mu = \frac{S_i}{S}$ , соответствующей  $i$ -й ячейке раstra, и построим меру на множестве пикселей данного цвета, которую можно представить в виде

$$M_d(q, \delta) = \sum_{i=1}^N \mu_i^q \delta^d = N(q, \delta) \delta^d \xrightarrow{\delta \rightarrow 0} \begin{cases} 0, d > \tau(q), \\ \infty, d < \tau(q), \end{cases} \quad (3)$$

где  $q$  является порядком момента массы  $\mu_i$ .

Эта мера обладает показателем массы  $\tau(q)$ , которая представляет собой критическую размерность, при которой мера  $M_d(q, \delta)$  изменяет свое значение с нуля на бесконечность. Показатель мас-

сы  $\tau(q)$  для данного множества зависит от выбора значения порядка момента  $q$ . Мера  $M_d(q, \delta)$  характеризуется последовательностью показателей массы  $\tau(q)$ , определяющих, по какому степенному закону изменяются вероятности  $\mu_i$  в зависимости от размера клетки  $\delta$ . Как следует из формулы (3), при стремлении размера квадрата к нулю  $\delta \rightarrow 0$  взвешенное число ячеек раstra  $N(q, \delta)$ , покрывающих выделенную область изображения, обратно пропорционально величине  $\delta^{\tau(q)}$ :

$$N(q, \delta) = \sum_{i=1}^N \mu_i^q \sim \delta^{-\tau(q)}. \quad (4)$$

Отсюда следует формула, по которой можно вычислить показатель массы

$$\tau(q) = -\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln N(q, \delta)}{\ln \delta}.$$

Заметим, что если порядок момента массы равен нулю  $q = 0$ , взвешенное число квадратов  $N(q, \delta)$  соответствует простому числу клеток, покрывающих множество точек  $N(q, \delta) = N(\delta)$ . При этом показатель  $\tau(q)$  массы обращается во фрактальную размерность множества  $\tau(q) = D$ .

Более того, как следует из формулы (4), выбор больших значений порядка момента массы  $q$  способствует повышению вклада ячеек с относительно большими значениями вероятности  $\mu_i$ . Наоборот, если порядок момента массы во много раз меньше единицы  $q \ll 1$ , больший вклад во взвешенное число квадратов  $N(q, \delta)$  вносят ячейки с относительно малыми значениями меры  $\mu_i$  на ячейке.

Введем понятие спектра фрактальных размерностей  $D_q$  для фрактальной меры на множестве точек, которое описывается соотношением

$$D_q = \frac{\tau(q)}{1-q}.$$

Смысл числового множителя  $(1-q)^{-1}$  состоит в том, чтобы для множества точек, равномерно распределенных в  $E$ -мерном пространстве, фрактальная размерность множества соответствовала его топологической размерности  $D_q = E$ .

Таким образом, для вычисления спектра фрактальных размерностей  $D_q$  для фрактальной меры на множестве пикселей данного цвета можно применить формулу

$$D_q = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{q-1} \frac{\ln N(q, \delta)}{\ln \delta}.$$

**Методика определения спектра фрактальных размерностей медицинского изображения.** Составим процедуру вычисления фрактальной меры на множестве пикселей данного цвета. Содержание процедуры состоит в выполнении следующих действий:

выберем длину интервала изменения цвета  $\lambda$  и разобьем диапазон изменения цвета на последовательность интервалов, покрывающих весь диапазон изменения цвета;

выберем размер ячейки раstra  $\delta$  и покроем квадратами выбранного размера растр исследуемого медицинского изображения;

при данном размере квадрата  $\delta$  подсчитаем количество пикселей, принадлежащих данному интервалу  $\lambda$  изменения цвета и расположенных в данной ячейке раstra;

вычислим массу ячейки  $\mu_i$  как отношение количества пикселей данного цвета в  $i$ -й ячейке раstra к общему числу пикселей данного цвета;

выберем величину момента меры  $q$  и вычислим взвешенное число ячеек раstra  $N(q, \delta)$ , содержащих пиксели данного цвета;

для выбранных значений момента меры  $q$  рассчитаем значения спектра фрактальных размерностей  $D_q$  для фрактальной меры на множестве пикселей данного цвета;

найдем распределение максимальных отклонений спектра фрактальной размерности  $D_q$  от его топологической размерности  $E$  в зависимости от длины интервала изменения цвета  $\lambda$  и величины момента меры  $q$ ;

выберем длину интервала изменения цвета  $\lambda$ , который обеспечивает наибольшее отклонение спектра фрактальной размерности  $D_q$  от его топологической размерности  $E$ .

Результатом выполнения процедуры является матрица, столбцы которой представляют собой спектры фрактальной размерности  $D_q$ , соответствующие данному интервалу изменения цвета. Пусть первой строкой таблицы являются номера интервалов изменения цвета, а ее первым столбцом – величины момента меры  $q$ . Тогда каждый элемент таблицы представляет собой фрактальную размерность, соответствующую данному интервалу изменения цвета и данной величине момента меры  $q$ . При этом совокупность векторов-столбцов полученной матрицы можно рассматривать как двумерный вектор диагностических признаков, по которым классифицируются медицинские изображения.

## Выводы

Таким образом, разработана методика определения вектора диагностических признаков на основе фрактального анализа рентгеновского изображения. Данная методика позволяет выявлять изменения только в иррегулярной области изображения и выключает из анализа регулярные области изображения, размерность Хаусдорфа-Безиковича которых соответствует их топологической размерности. Кроме того, применение фрактального анализа делает способ определения диагностических признаков инвариантным относительно выбора масштаба изображения и декартовой системы координат. Следующей задачей является разработка процедуры классификации медицинских изображений на нормальные снимки и на снимки, содержащие патологию.

## Список литературы

1. Бондаренко А.Н., Кацук А.В. Информативность признаков Ренье при анализе медицинских изображений // *Материалы Всероссийской конференции молодых ученых «Наука, Технология, Инновации»*. – НГТУ. – 2003. – С. 227-228.
2. Кацук А.В., Куликова Н.В. Комплексный анализ медицинских изображений // *Материалы Всероссийской конференции молодых ученых «Наука, Технология, Инновации»*. – НГТУ. – 2004. – Т.41. – С. 214-215.
3. Кацук А.В. Информативность признаков в задаче распознавания изображений // *Тезисы докладов V Всероссийской конференции молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям*. – НГТУ. – 2004. – С. 121-122.
4. Бондаренко А.Н., Кацук А.В. Адаптивный двухступенчатый метод классификации изображений // *Искусственный интеллект*. – Донецк: Институт проблем искусственного интеллекта МОН и НАН Украины, 2006. – № 4. – С. 676-680.
5. Завалишин Н.В., Мучник И.Б. Модели зрительного восприятия и алгоритмы анализа изображений. – М.: Наука, 1976. – 402 с.
6. Виттих В.А., Сергеев В.В., Сойфер В.А. Обработка изображений в автоматизированных системах научных исследований. – М.: Наука, 1982. – 324 с.
7. Методы компьютерной обработки изображений / Под ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит, 2001. – 320 с.
8. Федер Е. Фракталы: Пер с англ. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
9. Кроновер Р. Фракталы и хаос в динамических системах. – М.: Техносфера, 2006. – 488 с.

Поступила в редколлегию 12.12.2007

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. В.Д. Дмитриенко, Национальный технический университет «ХПИ», Харьков.