

УДК 681.324:621.325

М.І. Науменко<sup>1</sup>, І.Є.Кужель<sup>2</sup><sup>1</sup>Департамент військової освіти та науки МО України, Київ<sup>2</sup>Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВІРОГІДНОСТІ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ ПРИ ВИКОРИСТАННІ ПОТОКОВИХ ТЕОРЕТИКО-КОДОВИХ СХЕМ

Проведений розрахунок показників вірогідності передачі інформації в каналах з помилками, що групуються на основі використання математичної моделі Бенета-Фройліха. Дана оцінка енергетичного виграшу від застосування запропонованих теоретико-кодових схем в каналах передачі даних з незалежними помилками та помилками, що групуються. Розглянуті залежності ймовірності помилкового прийому символу в теоретико-кодовій схемі з алгебраїчними згортальними кодами. Проведений аналіз застосування алгебраїчних згортальних кодів в потоковій теоретико-кодовій схемі.

**Ключові слова:** завадостійке кодування, теоретико-кодові схеми, пакет помилок, ймовірність, модель.

### Вступ

Основним і найбільш ефективним засобом підвищення вірогідності даних, що передаються є методи завадостійкого кодування [1 – 3, 6, 7, 9]. Перспективним напрямком в їх розвитку є згортальні коди, які дозволяють, за інших рівних умов, отримати більший енергетичний виграш від кодування [5].

Одним із засобів інтегрованого забезпечення вірогідності та інформаційної таємності є теоретико-кодові схеми, побудовані з використанням алгебраїчних блокових кодів [9]. Їх застосування дозволяє сумістити завадостійке кодування із спеціальним перетворенням даних і, таким чином, забезпечити необхідну вірогідність та інформаційну таємність з меншими витратами. У той же час відомо, що потокова (безперервна) обробка даних, які передаються ефективніша як при завадостійкому кодуванні, так і при реалізації механізмів захисту інформації від розкриття супротивником її змісту [4, 8].

Таким чином, **актуальним напрямком** досліджень є розробка поточкових методів обробки даних, що передаються, які дозволяють інтегровано підвищувати вірогідність інформації в АСУВ та її інформаційну таємність.

**Мета статті:** проведення розрахунку показників вірогідності передачі інформації в каналах з помилками, що групуються на основі використання математичної моделі Бенета-Фройліха

### Результати теоретичних досліджень

Зручним інструментом для розрахунку показників вірогідності передачі інформації в каналах з помилками, що групуються, є математична модель Бенета-Фройліха, в якій не накладається обмеження на вигляд закону розподілу довжин пакетів помилок [6]. У роботі [7] запропонована методика оцінки ЕВК в каналах, що описується спрощеною моделлю Бенета-Фройліха.

Спрощена модель Бенета-Фройліха описується наступними допущеннями і показниками:

– помилки можуть виникати тільки в межах пакету помилок з постійною ймовірністю  $P_e = 1$  (суцільні пакети);

– примикання і взаємне перекриття суцільних пакетів відсутні;

– постійна ймовірність  $P_{\Pi}$  – ймовірність того, що з даної позиції почнеться суцільний пакет помилок будь-якої довжини;

–  $P(\ell)$  – ймовірність виникнення суцільного пакету довжини  $\ell$ ;

–  $P_{\Pi}(\ell)$  – ймовірність того, що з даної позиції почнеться суцільний пакет помилок довжини  $\ell$   
 $P_{\Pi}(\ell) = P_{\Pi} \cdot P(\ell)$ .

Для завдання спрощеної моделі Бенета-Фройліха досить задати ймовірність  $P_{\Pi}$  і розподіл  $P(\ell)$ . Значення ймовірності  $P_{\Pi}$  і розподіл  $P(\ell)$  можна набутися експериментально на достатньо великому об'ємі вибірки [6].

Розподіл  $P_{\text{бпом}}(m)$  – ймовірності виникнення довжин  $m$  безпомилкових інтервалів між сусідніми суцільними пакетами помилок згідно моделі Бенета-Фройліха має геометричний вигляд:

$$P_{\text{бпом}}(m) = P_{\Pi}(1 - P_{\Pi})^{m-1}. \quad (1)$$

Якщо розподіл  $P(\ell)$  також можна представити у вигляді геометричного закону

$$P(\ell) = (1 - g)g^{\ell-1}, \quad (2)$$

то середня довжина пакету помилок  $\ell_{\text{сер}}$ , середня довжина безпомилкового інтервалу  $m_{\text{сер}}$ , ймовірність помилки на біт  $P_{\text{пом}}$  і ймовірність пакету помилок  $P_{\Pi}$  зв'язані співвідношеннями

$$m_{\text{сер}} P_{\Pi} = 1;$$

$$P_{\text{пом}} = P_{\Pi} \ell_{\text{сер}}; \quad (3)$$

$$\ell_{\text{сер}}(1 - g) = 1.$$

Для задання розглянутої моделі досить задати тільки два параметри, наприклад  $P_{\text{пом}}$  і  $\ell_{\text{сер}}$ .

Розглянемо подію, що полягає в помилці декодування лінійного  $(n, k, d)$  блокового коду при використанні його в каналах з помилками, що групуються. Якщо на блоці з  $n$  символів код виправляє всі помилки ваги  $t$  і менші і не виправляє інших помилок, а помилки, що відбулися, відповідно до розглянутої моделі групуються в пакети з  $\ell$  символів, то помилка декодування спостерігатиметься у разі виникнення  $\xi$  пакетів, так, що  $\xi \ell > t$ .

Розглянемо спрощену модель Бенета-Фройліха з непересічними пакетами помилок і можливим їх примиканням одна до одної. В цьому випадку на довжині блоку з  $n$  символів може відбутися не більш

$$\lambda' = \lfloor n / \ell \rfloor \quad (4)$$

блоків помилок довжини  $\ell$ .

Число поєднань  $\xi$  пакетів на довжині з  $n$  символів визначається значенням біноміального коефіцієнту

$$C_{\lambda'+n-\xi}^{\xi} = C_{n-\xi}^{\xi} \quad (5)$$

Тоді ймовірність виникнення  $\xi$  пакетів довжини  $\ell$  помилок на блоці з  $n$  символів має такий вигляд:

$$P_{\xi}(\ell, n) = C_{n-\xi}^{\xi} \cdot P_{\Pi}(\ell)^{\xi} \cdot 1 - P_{\Pi}^{n-\xi\ell} \quad (6)$$

Остаточний вираз для оцінки ймовірності помилки декодування набере вигляду [7]:

$$P_{\text{помд}} = 1 - (1 - P_{\Pi})^n - \sum_{\ell=1}^n \sum_{\xi=1, \ell \leq \xi \leq \lambda'} C_{n-\xi}^{\xi} \cdot P_{\Pi}(\ell)^{\xi} \cdot 1 - P_{\Pi}^{n-\xi\ell} \quad (7)$$

Модель з примикаючими пакетами помилок у разі фіксованого  $\ell = 1$  зводиться до моделі з незалежними помилками. Дійсно, припустимо  $\ell_{\text{сер}} = 1$ ,  $g = 0$ ,  $P(\ell) = 1$ ,  $P(\ell > 1) = 0$ ,  $P_{\Pi} = P_{\text{пом}} = P_{\Pi}(\ell)$  – виникають тільки одиночні помилки, які можуть примикати одна до одної. Тоді вираз (6) переписеться у вигляді

$$P_{\xi}(\ell, n) = C_n^{\xi} \cdot P_{\text{пом}}^{\xi} \cdot 1 - P_{\text{пом}}^{n-\xi},$$

а ймовірність помилки декодування перетвориться до

$$\begin{aligned} P_{\text{помд}} &= 1 - (1 - P_{\text{пом}})^n - \sum_{\xi=1}^t C_n^{\xi} \cdot P_{\text{пом}}^{\xi} \cdot 1 - P_{\text{пом}}^{n-\xi} = \\ &= 1 - \sum_{\xi=0}^t C_n^{\xi} \cdot P_{\text{пом}}^{\xi} \cdot 1 - P_{\text{пом}}^{n-\xi}, \end{aligned}$$

що при  $i = \xi$  повністю відповідає виразу

$$P_{\text{помд}}(n) = P_{\ell > t, n} = \sum_{i=t+1}^n C_n^i P_{\text{пом}}^i 1 - P_{\text{пом}}^{n-i}$$

для моделі з незалежними помилками.

На рис. 1 наведені залежності ймовірності помилкового прийому символу від співвідношення енергії сигналу до спектральної щільності потужності шуму з використанням двійкових ФМ сигналів: 1 – застосування алгебраїчного загортального коду (255, 131) в потоковій теоретико-кодовій схемі з  $\rho = 0$ ; 2 – застосування алгебраїчного загортального

коду (255, 131) в потоковій теоретико-кодовій схемі з  $\rho = 0,2$ ; 3 – застосування алгебраїчного загортального коду (255, 131) в потоковій теоретико-кодовій схемі з  $\rho = 0,4$ ; 4 – застосування алгебраїчного загортального коду (255, 131) в потоковій теоретико-кодовій схемі з  $\rho = 0,6$ ; 5 – застосування алгебраїчного загортального коду (255, 131) в потоковій теоретико-кодовій схемі з  $\rho = 0,8$ ; 6 – без кодування.

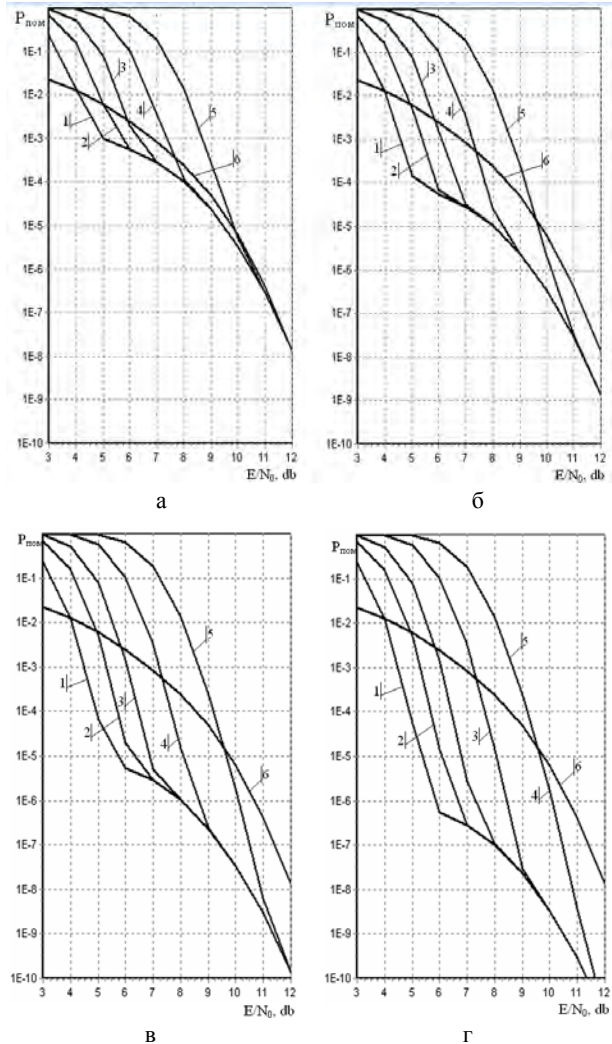


Рис. 1. Залежність ймовірності помилкового прийому символу в теоретико-кодовій схемі з алгебраїчними згортальними кодами  $n = 255$

Розглянуті випадки для спрощеної моделі Бенета-Фройліха з непересічними пакетами помилок і можливим їх примиканням одна до одної і  $P_{\text{пом}} = 10^{-3}$ : а –  $\ell_{\text{сер}} = 1,0001$ ; б –  $\ell_{\text{сер}} = 1,00001$ ; в –  $\ell_{\text{сер}} = 1,000001$ ; г –  $\ell_{\text{сер}} = 1,0000001$ .

На рис. 2 наведені аналогічні залежності для ймовірності помилкового прийому символу з використанням двійкових ФМ сигналів і алгебраїчних згортальних (1023, 513) кодів в потоковій теоретико-кодовій схемі. Розглянуті випадки для спрощеної моделі Бенета-Фройліха з непересічними пакетами помилок і можливим їх примиканням одна до одної і  $P_{\text{пом}} = 10^{-3}$ : а –  $\ell_{\text{сер}} = 1,00001$ ; б –  $\ell_{\text{сер}} = 1,000001$ ; в –  $\ell_{\text{сер}} = 1,0000001$ ; г –  $\ell_{\text{сер}} = 1,00000001$ .

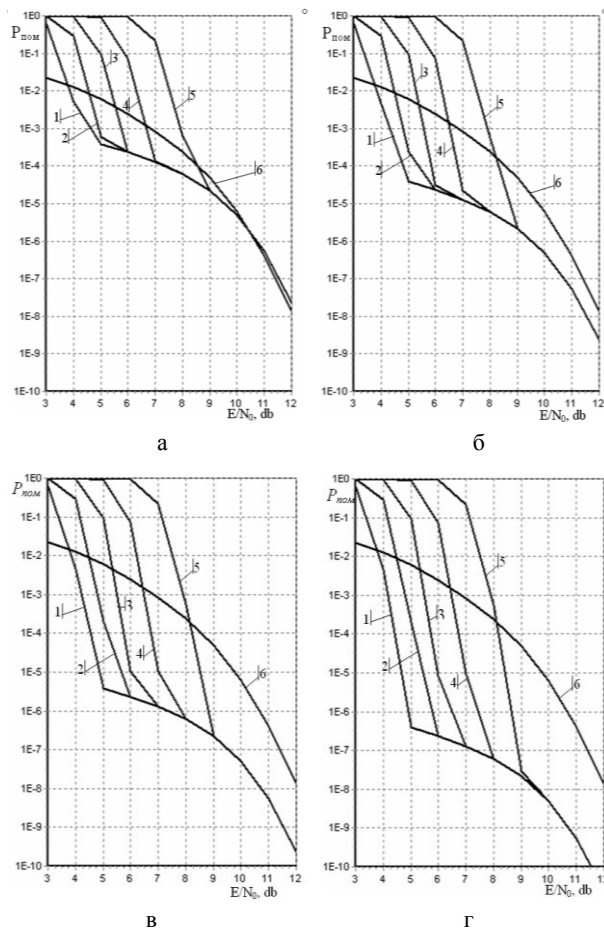


Рис. 2. Залежність ймовірності помилкового прийому символу в теоретико-кодовій схемі з алгебраїчними згортальними кодами  $n = 1023$

### Висновки

Аналіз отриманих залежностей, показує, що застосування алгебраїчних згортальних кодів в поточковій теоретико-кодовій схемі дозволяє зменшити ймовірність помилкового прийому символів в порівнянні з некодованою передачею і, таким чином, під-

вищити вірогідність передачі даних по каналах із слабким групуванням помилок. Із збільшенням показника групування помилок (із зростанням середньої довжини суцільного пакету помилок) виграв зменшується, а при сильному групуванні помилок стає негативною величиною, тобто застосування кодування в таких каналах приводить до енергетичного програшу. Із збільшенням,  $\rho$  як і для каналів з незалежними помилками, виграв по ймовірності помилкового прийому також зменшується, що пояснюється витратами на підвищення інформаційної таємності передачі даних

### Список літератури

1. Берлекэмп Э.Р. Алгебраическая теория кодирования: Пер. с англ. / Э.Р. Берлекэмп. – М.: Мир, 1971. – 477 с.
2. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / Б. Скляр. – М.: Вильямс, 2003. – 1104 с.
3. Блейхут Р. Теория и практика кодов, контролируемых ошибок: Пер. с англ. / Р. Блейхут. – М.: Мир, 1986. – 576 с.
4. Защита информации в компьютерных системах від несанкціонованого доступу / За ред. С.Г. Лаптева. – К., 2001. – 321 с.
5. Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи: Пер. с англ. / Под ред. Б.С. Цыбакова. – М.: Радио и связь, 1987. – 392 с.
6. Типикин А.П. Коррекция ошибок в оптических накопителях информации // А.П. Типикин, В.В. Петров, А.Г. Бабанін. – К.: Наук. думка, 1990. – 172 с.
7. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля: Пер. с англ.: В 2 т. – М.: Мир, 1988. – Т. 1. – 430 с.
8. Мамаев Е. Технологии защиты информации в Интернете / Е. Мамаев. – СПб.: ИД Питер, 2001. – 848 с.
9. Саломаа А. Криптография с открытым ключом: Пер. с англ. / А. Саломаа. – М.: Мир, 1995. – 318 с.

Надійшла до редколегії 26.08.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. Ю.В. Стасєв, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДОСТОВЕРНОСТИ ПЕРЕДАЧИ ДАННЫХ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПОТОЧНЫХ ТЕОРЕТИКО-КОДОВЫХ СХЕМ

М.И. Науменко, И.Е. Кужель

Проведен расчет показателей достоверности передачи информации в каналах с ошибками, которые группируются на основе использования математической модели Бенета-фройлиха. Дана оценка энергетического выигрыша от применения предложенных теоретико-кодовых схем в каналах передачи данных с независимыми ошибками и ошибками, которые группируются. Рассмотрены зависимости вероятности ошибочного приема символа в теоретико-кодовой схеме из сверточных кодов алгебраизма. Проведен анализ применения сверточных кодов алгебраизма в поточной теоретико-кодовой схеме.

**Ключевые слова:** помехоустойчивая кодировка, теоретико-кодовые схемы, пакет ошибок, вероятность, модель.

## RESEARCH OF AUTHENTICITY OF TRANSMISSION INFORMATION AT THE USE OF ПОТОЧНЫХ CODED-THEORETICAL CHARTS

M.I. Naumenko, I.E. Kuzhel'

The calculation of indexes of authenticity of passing to information is conducted in ductings with errors which form a group on the basis of the use of mathematical model of Beneta-froylikha. The estimation of the power winning is given from application of the offered coded-theoretical charts in ductings of transmission information with independent errors and errors which form a group. Dependences of probability of erroneous reception of character are considered in a coded-theoretical chart from the convolutional kodus of algebra. The analysis of application of convolutional kodus of algebra is conducted in a поточной coded-theoretical chart.

**Keywords:** antijamming code, coded-theoretical charts, burst of errors, probability, model.