УДК 623.021:005

В.Б. Кононов

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба

МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОСТАВА БОЕВЫХ СРЕДСТВ В КОНФЛИКТНЫХ СИТУАЦИЯХ, ОПИСЫВАЕМЫХ СТАТИЧЕСКИМИ МОДЕЛЯМИ

Предложены методы решения задач оптимального управления распределения вооружения и военной техники статическими моделями, изложен разработанный алгоритм решения оптимизационной задачи распределения и состава разнородных боевых средств, приведены рекомендации распределения количества своих сил и средств при планировании военных действий. Предложенные методы целесообразно использовать при разработке математического обеспечения создаваемой автоматизированной системы управления войсками и оружием ВС Украины.

разнородные боевые средства, оптимизационная задача распределения и состава

Введение

Постановка задачи. Для повышения эффективности использования вооружения и военной техники в конфликтных ситуациях необходимо решать задачи распределения имеющихся сил и средств при планировании операций. Разработка методов решения задач оптимального управления по планированию и в ходе ведения боевых действий представляет собой важную военно-научную задачу, актуальность которой определяется необходимостью создания в Вооружённых Силах Украины автоматизированной системы управления войсками и оружием.

Анализ литературы. В известной литературе, посвящённой исследованию операций в военном деле [1 – 5] рассматриваются вопросы применения методов исследования операций при решении задач управления войсками. При этом основное внимание уделено вероятностным оценкам, с помощью которых определяются вероятности выполнении боевых задач конфликтующими сторонами. В работе [6] предложены математические соотношения, позволяющие определить состав однородных боевых средств оперирующих группировок на основе статических моделей с учётом противодействия противника. В работе [7] изложены разработанные математические модели задач оптимизации состава однородных боевых средств на основе статических моделей с учётом противодействия противника. Однако в этих работах не рассматривались методы решения подобных задач оптимального управления.

Целью статьи является разработка методов решения задач оптимального управления распределением вооружения и военной техникой в конфликтных ситуациях, описываемых статическими моделями.

Основной материал

Рассмотрим возможности решения стандартными методами общей задачи оптимального распределения и состава разнородных боевых средств оперирующей группировки по критерию минимума суммарной стоимости вооружений и военной техники при заданных уровнях поражения противника, описываемой моделью [7]:

$$C(X) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_i x_{ij} \to \min; \qquad (1)$$

$$\prod_{i=1}^{m}\left(1 - p_{ij} + p_{ij} q_{ji}\right)^{x_{ij}/y_j} \le 1 - 0,01 r_j; \quad j = \overline{1, n};$$

$$x_{ij} = \left[x_{ij}\right] \ge 0; \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n},$$

где m – количество типов разнородных боевых средств группировки А; n – количество типов разнородных боевых средств группировки В; c_i – стоимость одного боевого средства i-го типа группировки А; p_{ij} – вероятность поражения одним боевым средством i-го типа группировки А одного боевого средства j-го типа группировки В; q_{ij} – вероятность поражения одним боевым средством j-го типа группировки В одного боевого средства i-го типа группировки А; x_{ij} – искомое количество боевых средств i-го типа группировки А, атакующих y_j боевых средств j-го типа группировки В по равномерному закону; x_{ij}/y_j – среднее количество атакующих действий x_{ij} боевых средств i-го типа группировки А по y_j боевым средствам j-го типа группировки В; y_j – количество боевых средств j-го типа группировки В; r_j – величины потерь в % боевых средств j-х типов группировки В.

Выполнив операцию логарифмирования, преобразуем данную задачу к виду

$$C(X) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_i x_{ij} \to \min;$$

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{y_j} \ln\left(1 - p_{ij} + p_{ij} q_{ji}\right) x_{ij} \le \ln\left(1 - 0.01 r_j\right); \qquad (2)$$

$$x_{ij} = \left[x_{ij}\right] \ge 0; \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}.$$

Тем самым исходная задача приведена к типовой задаче линейного целочисленного программирования. Решение этой задачи целесообразно выполнить симплекс методом, который поддерживается процедурой «Поиск решения» в среде MS Excel. Результаты решения для исходных данных конфликтующих группировок А и В (табл. 1) приведены в табл. 2. В процессе решения заданы следующие уровни потерь группировки В, равны 10%, 30% и 50%.

Таблица 1

Исходные данные (иллюстративный пример)

<table>
<tr><td colspan="2" rowspan="4">Количество групп. A
Количество групп. B</td><td rowspan="4">3
4</td><td colspan="4">Матрица вероятностей поражения P</td></tr>
<tr><td>0,8</td><td>0,9</td><td>0,85</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>0,85</td><td>0,8</td><td>0,9</td><td>0,8</td></tr>
<tr><td>0,9</td><td>0,7</td><td>0,8</td><td>0,85</td></tr>
<tr><td colspan="3">Количество БС групп. B</td><td colspan="4">Матрица вероятностей поражения Q</td></tr>
<tr><td>1-й тип</td><td colspan="2">10</td><td>0,75</td><td>0,8</td><td>0,9</td><td>0,8</td></tr>
<tr><td>2-й тип</td><td colspan="2">15</td><td>0,9</td><td>0,85</td><td>0,75</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>3-й тип</td><td colspan="2">10</td><td>0,85</td><td>0,75</td><td>0,85</td><td>0,9</td></tr>
<tr><td>4-й тип</td><td colspan="2">5</td><td colspan="4"></td></tr>
<tr><td colspan="7">Стоимости единицы БС групп. A у.е.</td></tr>
<tr><td colspan="3">1 й тип</td><td colspan="4">0,3</td></tr>
<tr><td colspan="3">2 й тип</td><td colspan="4">0,3</td></tr>
<tr><td colspan="3">3-й тип</td><td colspan="4">0,2</td></tr>
</table>

Таблица 2

Результаты решения.
Оптимальные планы распределения разнородных БС группировки **A** (иллюстративный пример)

<table>
<tr><td colspan="7">Оптимальный план распределения разнородных боевых средств группировки A</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Уровень поражения
10 %</td><td>A/B</td><td>1-й тип</td><td>2-й тип</td><td>3-й тип</td><td>4-й тип</td><td>итого</td></tr>
<tr><td>1-й тип</td><td>5</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2-й тип</td><td>0</td><td>0</td><td>4</td><td>2</td><td>6</td></tr>
<tr><td>3-й тип</td><td>0</td><td>9</td><td>1</td><td>1</td><td>11</td></tr>
<tr><td>Суммарные затраты, у.е.</td><td colspan="6">5,5</td></tr>
<tr><td colspan="7">Оптимальный план распределения разнородных боевых средств группировки A</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Уровень поражения
30 %</td><td>A/B</td><td>1-й тип</td><td>2-й тип</td><td>3-й тип</td><td>4-й тип</td><td>итого</td></tr>
<tr><td>1-й тип</td><td>16</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td><td>16</td></tr>
<tr><td>2-й тип</td><td>0</td><td>0</td><td>14</td><td>8</td><td>22</td></tr>
<tr><td>3-й тип</td><td>0</td><td>28</td><td>0</td><td>0</td><td>28</td></tr>
<tr><td>Суммарные затраты, у.е.</td><td colspan="6">17</td></tr>
<tr><td colspan="7">Оптимальный план распределения разнородных боевых средств группировки A</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Уровень поражения
50 %</td><td>A/B</td><td>1-й тип</td><td>2-й тип</td><td>3-й тип</td><td>4-й тип</td><td>итого</td></tr>
<tr><td>1-й тип</td><td>26</td><td>0</td><td>0</td><td>1</td><td>27</td></tr>
<tr><td>2-й тип</td><td>0</td><td>0</td><td>27</td><td>15</td><td>42</td></tr>
<tr><td>3-й тип</td><td>8</td><td>55</td><td>1</td><td>0</td><td>64</td></tr>
<tr><td>Суммарные затраты, у.е.</td><td colspan="6">33,5</td></tr>
</table>

Предложенное преобразование исходной задачи может быть использовано и для решения других задач оптимального управления. Так, для задачи оптимального распределения и состава разнородных боевых средств группировки по критерию минимума суммарной стоимости вооружения и военной техники при заданном уровне поражения суммарного математического ожидания количества боевых средств противника, описываемой моделью

$$C(X)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_i x_{ij}\to \min; \qquad (3)$$

$$\sum_{j=1}^{n}y_i\left[1-\prod_{i=1}^{m}\left(1-p_{ij}+p_{ij}q_{ji}\right)^{\frac{x_{ij}}{y_j}}\right]\ge 0{,}01\,r\sum_{j=1}^{n}y_j\,;$$

$$x_{ij}=\left[x_{ij}\right]\ge 0;\ i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,n}$$

достаточно решить задачу линейного целочисленного программирования при $r_1=r_2=\cdots=r_n=r$:

$$C(X)=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_i x_{ij}\to \min;$$

$$\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{y_j}\ln\left(1-p_{ij}+p_{ij}q_{ji}\right)x_{ij}\le \ln\left(1-0{,}01r\right); \qquad (4)$$

$$x_{ij}=\left[x_{ij}\right]\ge 0;\quad i=\overline{1,m};\quad j=\overline{1,n},$$

Справедливость данного утверждения докажем, используя следующую цепочку неравенств:

$$\sum_{j=1}^{n}\frac{1}{y_j}\ln\left(1-p_{ij}+p_{ij}q_{ji}\right)x_{ij}\le \ln\left(1-0{,}01r\right),\ j=\overline{1,n};\ \Rightarrow$$

$$\prod_{i=1}^{m}\left(1-p_{ij}+p_{ij}q_{ji}\right)^{x_{ij}/y_j}\le 1-0{,}01r;\quad j=\overline{1,n};\ \Rightarrow$$

$$1-\prod_{i=1}^{m}\left(1-p_{ij}+p_{ij}q_{ji}\right)^{x_{ij}/y_j}\geq 0{,}01r;\quad j=\overline{1,n};\ \Rightarrow$$

$$\sum_{j=1}^{n}y_j\left[1-\prod_{i=1}^{m}\left(1-p_{ij}+p_{ij}q_{ji}\right)^{x_{ij}/y_j}\right]\geq 0{,}01r\sum_{j=1}^{n}y_j;\ j=\overline{1,n}.$$

Решение задачи оптимизации состава однородных боевых средств в бою и операции на основе статических моделей с учётом противодействия:

$$c_1x_0\to\min; \tag{5}$$

$$(1-p+pq)^{x_0/y_0}\geq 1-0{,}01r;\quad x_0=\lfloor x_0\rfloor\geq 0$$

получено в виде следующего соотношения:

$$x_0=\left[y_0\lg(1-0{,}01r)/\lg(1-p+pq)\right]+1. \tag{6}$$

Для решения задач оптимизации состава однородных боевых средств, действующих против разнородных боевых средств противника, описываемых следующей моделью:

$$C(X)=c_1\sum_{j=1}^{n}x_j\to\min; \tag{7}$$

$$\left(1-p_i+p_jq_j\right)^{x_i/y_j}\leq 1-0{,}01r_j;\quad j=\overline{1,n};$$

$$x_j=\left[x_j\right]\geq 0;\ j=\overline{1,n}$$

применимы методы решения задач, описываемых моделями (1) и (3) соответственно.

Аналогично находится решение и для задач определения оптимального распределения разнородных боевых средств группировки по критерию минимума суммарной стоимости вооружения и военной техники и заданном уровне поражения суммарного математического ожидания количества однородных боевых средств противника, описываемых моделью:

$$C(X)=\sum_{i=1}^{m}c_ix_i\to\min;$$

$$\prod_{i=1}^{m}\left(1-p_i+p_iq_i\right)^{x_i/y_0}\leq 1-0{,}01r;\ x_i=\left[x_i\right]\geq 0. \tag{8}$$

Для решения задачи оптимального распределения и состава разнородных боевых средств по критерию максимума суммарного математического ожидания поражённых разнородных боевых средств противника с учётом их важности при заданном бюджете, описываемой моделью:

$$M_H^B(X)=\sum_{j=1}^{n}w_jy_j\left[1-\prod_{i=1}^{m}\left(1-p_{ij}+p_{ij}q_{ji}\right)^{x_{ij}/y_j}\right]\to\max; \tag{9}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_ix_{ij}\leq c_o;\ x_{ij}=\left[x_{ij}\right]\geq 0;\ i=\overline{1,m};\ j=\overline{1,n},$$

воспользуемся следующими преобразованиями.

Оценим функцию $M_H^B(X)$ сверху:

$$M_H^B(X)=\sum_{j=1}^{n}w_jy_j\left[1-\exp\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{x_{ij}}{y_j}\ln\left(1-p_{ij}+p_{ij}q_{ji}\right)\right)\right]=$$

$$=\sum_{j=1}^{n}w_jy_j\left(1-\exp\left(-\sum_{i=1}^{m}l_{ij}x_{ij}\right)\right)\leq \tag{10}$$

$$\leq\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}w_jy_jl_{ij}x_{ij}=\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{m}\overline{l_{ij}}x_{ij},$$

где

$$l_{ij}=-\ln\left(1-p_{ij}+p_{ij}q_{ji}\right)/y_j; \tag{11}$$

$$\overline{l_{ij}}=y_jw_jl_{ij};\quad i=\overline{1,m},\quad j=\overline{1,n}. \tag{12}$$

Результаты оценки, представленные соотношениями (10) – (12) дают возможность применить метод возможных направлений. Опишем алгоритм решения задачи, описываемый моделью (9), основанный на идеях метода возможных направлений .

Шаг 1. Определение начальной точки X как оптимального решения задачи ЛП:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}\overline{l_{ij}}x_{ij}\to\max; \tag{13}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_ix_{ij}\leq c_o;\quad x_{ij}\geq 0;\quad i=\overline{1,m};\quad j=\overline{1,n}.$$

Шаг 2. Вычисление целевой функции в точке X:

$$M_1:=M_H^B(X).$$

Шаг 3. Определение вспомогательной точки $\overline{X}$ как оптимального решения следующей точки задачи линейного программирования:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}d_{ij}\overline{x_{ij}}\to\max;$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n}c_i\overline{x_{ij}}\leq c_o;\quad\overline{x_{ij}}\geq 0;\quad i=\overline{1,m};\quad j=\overline{1,n}, \tag{14}$$

где

$$d_{ij}=\frac{\partial M_H^B(X)}{\partial x_{ij}}=\overline{l_{ij}}\exp\left(-\sum_{i=1}^{m}l_{ij}x_{ij}\right).$$

Шаг 4. Определение элементов матрицы возможного направления возрастания Z целевой функции:

$$Z:=\overline{X}-X.$$

Шаг 5. Определение длины шага λ вдоль направления Z из уравнения:

$$\sum_{j=1}^{n}v_j\exp\left(-\lambda\sum_{i=1}^{m}l_{ij}Z_{ij}\right)=0,\quad\lambda\in[0,1], \tag{15}$$

где

$$v_j=w_jy_j\exp\left(-\sum_{i=1}^{m}l_{ij}\overline{x_{ij}}\right),\quad j=\overline{1,n}.$$

Шаг 6. Определение следующего приближения к оптимальному решению

$$X:=X+\lambda Z.$$

Шаг 7. Вычисление целевой функции в новой точке поиска

$$M_2:=M_H^B(X).$$

Шаг 8. Оценка близости решения X к оптимальному. Если $M_2 - M_1 < \varepsilon$, то решение X практически оптимально и далее следует переход на шаг 10, в противном случае следует переход на шаг 9.

Шаг 9. Запоминание последнего полученного значения целевой функции ($M_1 := M_2$), далее следует переход на шаг 3.

Шаг 10. Округление компонент полученного решения и определение суммарного математического ожидания поражённых разнородных боевых средств противника:

$$X^* = \left\| x_{ij} \right\|_{m,n};$$

$$X_{ij}^* := \left[x_{ij} \right], \; i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}; \quad M^* = M_H^B \left(X^* \right).$$

Выводы

1. В статье изложено описание методов решения задач оптимального управления распределения вооружений и военной техники в конфликтных ситуациях, описываемыми следующими статическими моделями, а именно:

моделью общей задачи оптимального распределения и состава разнородных боевых средств оперирующей группировки по критерию минимума суммарной стоимости вооружений и военной техники при заданных уровнях поражения противника;

моделью задачи распределения и состава разнородных боевых средств по критерию минимума суммарной стоимости вооружения и военной техники при заданном уровне поражения суммарного математического ожидания количества боевых средств противника;

моделью оптимизации состава однородных боевых средств в бою и операции;

моделью оптимизации состава однородных боевых средств, действующих против разнородных боевых средств противника;

моделью определения оптимального распределения разнородных боевых средств группировки по критерию минимума суммарной стоимости вооружения и военной техники и заданного уровня поражения суммарного математического ожидания количества однородных боевых средств противника;

моделью оптимального распределения и состава разнородных боевых средств по критерию максимума суммарного математического ожидания поражённых разнородных боевых средств противника с учётом их важности при заданном бюджете.

2. Предложен алгоритм решения оптимизационной задачи распределения и состава разнородных боевых средств по критерию максимума суммарного математического ожидания поражённых разнородных боевых средств противника с учётом их важности при заданном бюджете

3. Предложенные методы решения задач оптимального управления распределением вооружения и военной техники в конфликтных ситуациях, описываемых статическими моделями целесообразно использовать при разработке математического обеспечения создаваемой автоматизированной системы управления войсками и оружием ВС Украины.

Список литературы

1. Lanchester F. Aireraft in warfare. – London, 1916/ – 120 p.

2. Основы исследования операций в военной технике / Под ред. Ю.В. Чуева. – М.: Сов. радио, 1965. – 383 с.

3. Осинский Л.М. Элементы исследования операций и оценка эффективности сил и средств противовоздушной обороны. – К.: КВИРТУ, 1968. – 444 с.

4. Чуев Ю.В. Исследование операций в военном деле. – М.: Воениздат, 1970. – 256 с.

5. Справочник по исследованию операций / Под общ. ред. Ф.А. Матвейчука – М.: Воениздат, 1979. – 368 с.

6. Кононов В.Б. Математические модели форм военных действий и их применение для исследования боя и операции // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2007. – Вип. 9 (67). – С. 17-19.

7. Кононов В.Б. Математические модели задач оптимизации состава разнородных боевых средств на основе статических моделей с учётом противодействующих группировок // Системи обробки інформації. – Х.: ХУ ПС, 2007. – Вип. 1 (59) – С. 60-63.

Поступила в редколлегию 12.03.2008

Рецензент: д-р техн. наук, проф. В.М. Бильчук, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.

МЕТОДИ РІШЕННЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ РОЗПОДІЛУ СКЛАДУ БОЙОВИХ ЗАСОБІВ В КОНФЛІКТНИХ СИТУАЦІЯХ, ЩО ОПИСУЮТЬСЯ СТАТИЧНИМИ МОДЕЛЯМИ

Кононов В.Б.

У статті запропоновані методи рішення задач оптимального управління розподілу озброєння військової техніки статичними моделями, викладений розроблений алгоритм рішення оптимізаційної задачі розподілу і складу різнорідних бойових засобів, надані рекомендації розподілу кількості своїх сил і засобів при плануванні воєнних дій. Запропоновані доцільно використовувати при розробці математичного забезпечення створюваної автоматизованої системи правління військами і зброєю ЗС України.

Ключові слова: *різнорідні бойові засоби, оптимізаційна задача розподілу і складу.*

METHODS OF DECISION OF TASKS OF OPTIMUM MANAGEMENT OF DISTRIBUTING OF COMPOSITION OF BATTLE FACILITIES ARE IN THE SITUATIONS OF CONFLICTS, DESCRIBED STATIC MODELS

Kononov V.B.

In the article the methods of decision of tasks of optimum management of distributing of armament and military technique are offered by static models, the developed algorithm of decision of optimization task of distributing and composition of heterogeneous battle facilities is expounded, recommendations of distributing of amount of the forces and facilities are resulted at planning of military operations. The offered methods it is expedient to use for development of the mathematical providing of the created automated control troops and weapon of Armed Force of Ukraine system.

Keywords: *heterogeneous battle facilities, optimization task of distributing and composition.*