УДК 519.857.3

В.В. Бєлімов, С.В. Залкін, А.А. Попеленко

Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба

ОПТИМАЛЬНІ СТРАТЕГІЇ ПОВТОРЕННЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ

У статті пропонується марківська модель синтезу оптимальних стратегій повторення навчального матеріалу для активізації розумової і практичної діяльності тих, хто навчається, по його засвоєнню. Повторення та відновлення знань відбуваються у календарні моменти часу. Моменти закінчення планових повторень або відновлення знань є точками регенерації процесу. Знайдені ймовірності знаходження того, хто навчається, у кожному стані. Для безкінечного інтервалу часу знайдено найкращу стратегію у класі стаціонарних марківських, де наступне повторення або відновлення знань планується через обраний час і назавжди постійний (календарний) час Т.

навчальний матеріал, відновлення знань, стратегії, періодичність, функція, регенерація

Вступ

Постановка проблеми. В даний час, в умовах швидко зростаючого об'єму знань, науково-педагогічні працівники повинні доводити великий об'єм інформації за обмежений час, а той, хто навчається, повинен засвоїти цю інформацію.

Виходячи із принципу психології – єдності свідомості і діяльності – йде, що отримання знань відбувається в процесі діяльності того, хто навчається, та за умови виконання ним визначеної системи знань. Але в умовах відсутності систематичної обробки навчального матеріалу тим, хто навчається, практичні заняття виконуються формально, а глибокі знання не завжди отримуються. При цьому засвоєння навчального матеріалу призводиться "штурмом", а процес засвоєння матеріалу в значній ступені зводиться до поняття і запам'ятовування наданої інформації, відтворенню та накопиченню знань, таким чином основний упор у навчанні робиться на пам'ять.

Тому, зараз постійно встає важлива педагогічна задача: яким чином організувати навчальний процес, щоб активізувати розумову і практичну діяльність тих, хто навчається, по засвоєнню матеріалу шляхом його повторення.

Ціль дослідження – запропонувати оптимальні стратегії повторення навчального матеріалу для активізації розумової і практичної діяльності тих, хто навчається, по засвоєнню матеріалу.

Виклад основного матеріалу

Відповідно до [1] будемо вважати, що задано випадковий процес $X(t)$, який характеризує стан знань того, хто навчається, у довільний момент часу t та який набуває наступні значення:

$X(t)$:

– E_0, якщо той, хто навчається знає навчальний матеріал;

– E_1, якщо той, хто навчається не знає навчальний матеріал;

– E_2, якщо відбувається відновлення знань після забування;

– E_3, якщо здійснюється планове повторення навчального матеріалу.

Переходи того, хто навчається, з одного стану до іншого наведені на рис. 1.

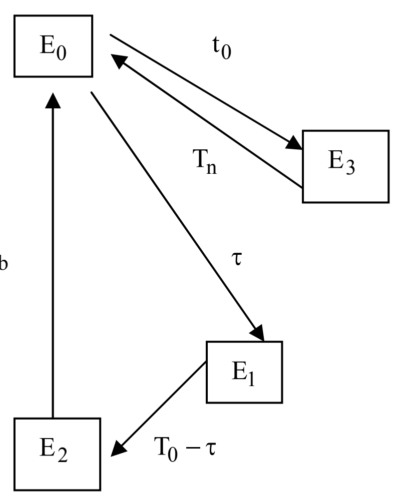

Рис. 1. Переходи того, хто навчається, з одного стану до іншого

Приймемо наступну стратегію як робочу гіпотезу, яка полягає у тому, що повторення та відновлення знань відбуваються у календарні моменти часу. Припустимо, що випадковий процес забування тим, хто навчається, навчального матеріалу має функцію розподілення $F(t)$. Повторення матеріалу та відновлення знань планується так. Безпосередньо після вивчення навчального матеріалу встановлюється час проведення планового повторення тривалістю T_n. Якщо до моменту початку такого повторення (через час t_0) той, хто навчається, забув те, що вивчив раніше, тоді час відновлення $T_b > T_n$. Після закінчення першого повторення або відновлення знань планується наступне повторення і т.д. (незалежно від попереднього).

Моменти закінчення планових повторень або відновлення знань (моменти переходу до стану знань E_0) є точками регенерації процесу $X(t)$. Інтервали між цими точками формують процес відновлення.

Стратегія зміни станів буде повністю визначена, якщо ми знайдемо ймовірності знаходження того, хто навчається, у кожному стані $E_i \in \{E_0, E_1, E_2, E_3\}$ та інтервал часу між точками регенерації процесу $X(t)$.

Таким чином, для безкінечного інтервалу часу необхідно знайти найкращу стратегію у класі стаціонарних марківських стратегій .Така стратегія виглядає так, що коли б не відбулось повернення до стану E_0, наступне повторення або відновлення знань планується через обраний час і назавжди постійний (календарний) час T. Тому клас усіх таких стратегій залежить тільки від однієї змінної T [2].

Позначимо через $G(t)$ функцію розподілу інтервалу часу від моменту переходу того, хто навчається, до стану знань E_0 до моменту початку наступного планового повторення навчального матеріалу, а через $H(t)$ – функцію відновлення для процесу відновлення, який визначається інтервалами між моментами переходу того, хто навчається, до стану знань E_0 (точки регенерації). Тоді ймовірність того, що той, хто навчається, в інтервалі часу $(t,\ t+z)$ буде знаходитися у стані знань можна записати:

$$P(t,z)=\overline{G}(t)\cdot\overline{F}(t+z)+\int_0^t \overline{G}(t-x)\overline{F}(t+z-x)dH(x), \quad (1)$$

де $\overline{G}(t)=1-G(t)$, $\overline{F}(t)=1-F(t), F(t)$ – функція розподілу часу забування навчального матеріалу.

Для процесу, що є встановленим, зміни станів необхідно покласти $t\to\infty$ та скористуватись фундаментальною теоремою Сміта для процесу відновлення [3].

Тоді

$$P(z)=\lim_{t\to\infty}P(t,z)=\frac{1}{M\tilde{X}}\int_0^\infty \overline{G}(x)\overline{F}(x+z)dx, \quad (2)$$

де $M\tilde{X}$ – середня тривалість математичного очікування інтервалу між сусідніми точками регенерації $(\tilde{X}=\eta+\gamma)$;

$$M\tilde{X}=M\eta+M\gamma=\int_0^\infty xdG(x)+ +T_b\int_0^\infty F(x)dG(x)+_n\int_0^\infty \overline{F}(x)dG(x). \quad (3)$$

У [2] показано, що оптимальним розподілом $G(x)$ є вироджений розподіл:

$$G(x)=\begin{cases}0 & \text{при} \quad X\le T;\\ 1 & \text{при} \quad X>T.\end{cases} \quad (4)$$

При цьому задача оптимального планування може бути зведена до знаходження величини інтервалу T_0, який максимізує ймовірність

$$P(z)=\frac{1}{M\tilde{X}}\int_0^{T_\bullet}\overline{F}(x+z)dx=\frac{\int_0^{T_\bullet}\overline{F}(x+z)dx}{T_0+T_n+(T_b-T_n)F(T_0)}. \quad (5)$$

При $z=0$ отримуємо вираз для коефіцієнта готовності

$$K_\Gamma(T_0)=\frac{\int_0^{T_\bullet}F(x)dx}{T+T_n+(T_b-T_n)F(T_0)}. \quad (6)$$

Це співвідношення визначає оптимальну стратегію повторення навчального матеріалу, якщо функціонал $K_\Gamma(T_0)$ має максимум у будь-якій точці $t\to\infty$. Доведемо, що це насправді так. Розглянемо функцію $P(z)$.

Знаменник $T_0+T_n+(T_b-T_n)\cdot F(T_0)>0$.

При $T=0$ та $T\to\infty$ отримуємо

$$\operatorname*{Lim}_{T\to0}R(z)=\lim_{T\to\infty}P(z)=0. \quad (7)$$

Якщо врахувати, що завжди $P(z)\ge0$, тоді з цього слідує, що $P(z)$ досягає абсолютного максимуму у кінцевій точці $T=T_0<\infty$, і значить, існує $\max K_\Gamma(T)$, що доказує існування оптимальної стратегії повторення навчального матеріалу з періодичністю $T=T_0$.

Таким чином, при заданій функції розподілу часу забування навчального матеріалу $F(t)$ і заданих середніх значеннях часу повторення T_n та часу відновлення T_b необхідно знайти таке $T=T_0$, при якому коефіцієнт готовності K_Γ набуде максимального значення.

Розглянута стратегія планування дозволяє також врахувати й економічні показники (у розумінні як деякі витрати в умовних одиницях вартості).

Позначимо через $C_i(i=1,2,3)$ витрати за одиницю часу, коли той, хто навчається, знаходиться у стані E_i. Якщо процес $X(t)$, який характеризує стан того, хто навчається, у довільний момент t, є регенеруючим випадковим процесом, тоді для середніх питомих витрат C справедливе співвідношення

$$C=\frac{\sum_{i=1}^{3}C_iK_i}{K_\Gamma}, \quad (8)$$

де K_i – частка часу, в якому той, хто навчається, знаходиться у стані $E_i(i=1,2,3)$.

Величина K_i дорівнює відношенню середнього часу перебування того, хто навчається, у стані E_i до середньої тривалості інтервалу регенерації процесу відновлення. Визначимо ці середні тривалості, припускаючи, що планові повторення відбуваються через інтервали часу T.

Середній час перебування у стані E_1 (забування навчального матеріалу) між двома точками регенерації процесу $X(t)$ дорівнює:

$$MX^{(1)} = \int_0^T F(x)dx . \qquad (9)$$

Середній час відновлення знань розраховується за формулою:

$$MX^{(2)} = T_b F(T) . \qquad (10)$$

Середній час планового повторення визначається так:

$$MX^{(3)} = T_n \overline{F}(T) . \qquad (11)$$

Тоді середня тривалість інтервалу між двома точками регенерації процесу відновлення знань дорівнює:

$$M\left(T + X^{(2)} + X^{(3)}\right) = T + T_n + \left(T_b - T_n\right) \cdot F(T) . \qquad (12)$$

Тепер можна записати вираз для коефіцієнтів K_i:

$$K_1 = \frac{\int_0^T F(x)dx}{T + T_n + \left(T_b - T_n\right)F(T)} ; \qquad (13)$$

$$K_2 = \frac{T_b F(T)}{T + T_n + \left(T_b - T_n\right)F(T)} ; \qquad (14)$$

наприкінці отримуємо:

$$C(T) = \frac{C_1 \int_0^T F(x)dx + C_3 T_n + \left(C_2 T_b - C_3 T_n\right)F(T)}{\int_0^T \overline{F}(x)dx} . \qquad (15)$$

Аналіз виразу для $C(T)$ свідчить, що при $T \to \infty$ $C(T) > 0$ та $\lim\limits_{T\to 0} C(T) = \lim\limits_{T\to\infty} C(T) = \infty$.

Отже, існує таке $T = T_{opt}$ при якому C досягає мінімального значення

$$\min C(T) = C\left(T_{opt}\right) . \qquad (16)$$

Це значення $T = T_{opt}$ можна прийняти як оптимальну періодичність повторень навчального матеріалу , що забезпечує мінімальні сумарні питомі витрати.

Замітимо, що $T_{opt} \le T_0$ завжди.

Висновки

Запропонована модель синтезу оптимальних стратегій повторення навчального матеріалу дає можливість вирішити, яким чином організувати навчальний процес, щоб активізувати розумову і практичну діяльність тих, хто навчається по засвоєнню матеріалу шляхом його повторення Знайдені ймовірності знаходження того, хто навчається, у кожному стані, та для безкінечного інтервалу часу знайдено найкращу стратегію у класі стаціонарних марківських стратегій де наступне повторення або відновлення знань планується через обраний раз і назавжди постійний (календарний) час T.

Список літератури

1. Герцбах И.Б. Модели профилактики. – М.: Сов. радио, 1969. – 248 с.

2. Борзилович Е.Ю. Некоторые математические вопросы теории обслуживания сложных систем. – М.: Сов. радио, 1971 – 336 с.

3. Нестеров А..Г., Приступа С.В., Чабаненко П.П. Математические модели обучения. – Севастополь: СВМИ, 2001. – 183 с.

Надійшла до редколегії 5.03.2008

Рецензент: канд. техн. наук, доц.. К.І. Хударковський, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

ОПТИМАЛЬНЫЕ СТРАТЕГИИ ПОВТОРЕНИЯ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Белимов В.В., Залкин С.В., Попеленко А.А.

В статье предлагается марковская модель синтеза оптимальных стратегий повторения учебного материала для активизации умственной и практической деятельности обучаемых по его усвоению. Повторение и восстановление знаний происходит в календарные моменты времени. Моменты окончания плановых повторений или восстановления знаний - есть точками регенерации процесса. Найдены вероятности нахождения обучаемых в каждом состоянии, и для бесконечного интервала времени найдена наилучшая стратегия в классе стационарных марковских, где следующее повторение или восстановление знаний планируется через определенный раз и навсегда постоянный (календарный) промежуток времени Т.

Ключевые слова: *учебный материал, восстановление знаний, стратегия, периодичность, функция, регенерация.*

OPTIMAL STRATEGIES OF EDUCATIONAL MATERIAL REPETITION

Bylimov V.V., Zalkin S.V., Popelenko A.A.

Mark's model of the optimal strategies synthesis of educational materiel to its learning for activation of mental and practical activity for students is proposed in this article. Repetition and renewal of knowledge happen in the calendar moments of time. The moments of termination of the planed repetitions or are regeneration process points. Probabilities of existence of that, who is studying, are found in each state. The best strategy in class stationary marks' is found for unlimited interval. Next repetition and renewal of knowledge are planning in determined time and forever constant (calendar) interval T.

Keywords: *teaching material, recollection knowledge, strategy, periodicity, function, regeneration.*