УДК 629.783: 519.24

ОЦЕНИВАНИЕ СИСТЕМАТИЧЕСКОЙ ОШИБКИ В ИЗМЕРЕНИЯХ РАДИАЛЬНОЙ СКОРОСТИ В СИСТЕМАХ С ОДНОСТОРОННЕЙ РАДИОЛИНИЕЙ СВЯЗИ

к.т.н. Г. Г. Писаренок, Д. А. Соколов
(представил д.т.н., проф. Д.В. Голкин)

Предлагается и исследуется методика оценивания постоянной систематической ошибки в измерениях радиальной скорости для односторонней радиолинии связи.

В настоящее время ряд измерительных систем для определения параметров движения космических аппаратов (КА) используют измерения радиальной скорости [1, 2]. В беззапросных измерительных системах определение радиальной скорости проводятся по измерениям допплеровского сдвига частоты радиосигнала, излучаемого передатчиком на борту КА, путем сравнения с частотой, формируемой в приемной части аппаратуры измерительного комплекса. В силу действия на бортовую аппаратуру КА различных факторов (изменения температурного режима, колебания питающих напряжений, вибрации, электромагнитное излучение и т.д.) имеет место изменение частоты бортового эталона, вследствие чего в измерениях радиальной скорости появляется постоянная систематическая ошибка.

Типичный график изменения радиальной скорости КА в зоне радиовидимости приведен на рис. 1, где тонкой линией показано несмещенное изменение радиальной скорости; пунктиром обозначена зависимость радиальной скорости при наличии систематической ошибки; сплошной жирной линией показана зависимость радиального ускорения от времени.

В момент времени $\mathbf{t_п}$ доплеровская частота проходит через ноль, в этот момент передатчик находится на кратчайшем расстоянии от приемника равном $\mathbf{r_0}$. При измерении радиальной скорости с систематической ошибкой график $\dot{\mathbf{r}}^{\mathbf{c}}(\mathbf{t})$ будет проходить выше (при положительной систематической ошибке) исходного на величину систематической ошибки, при этом полагается, что систематическая ошибка во время сеанса измерений является постоянной величиной. Из рисунка видно, что систематическая ошибка приводит к смещению времени прохождения параметра.

Значительный интерес представляет характер изменения радиального ускорения (сплошная жирная линия). На линейном участке изменения $\dot{\mathbf{r}}(\mathbf{t})$ при начале отсчета $\mathbf{t_п = 0}$ радиальная скорость становится линейной функцией времени

$$\dot{\mathbf{r}}(\mathbf{t}) = \frac{\mathbf{V^2}}{\mathbf{r_0}}\mathbf{t}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{V}$ - скорость движения КА.

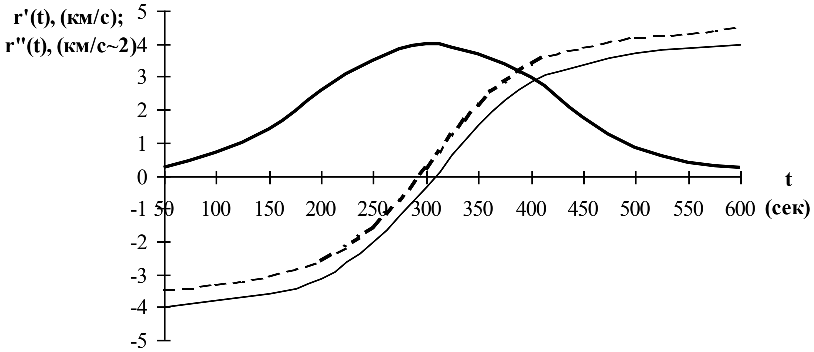

Рис. 1. Графики изменения радиальной скорости и ускорения КА

В районе параметра радиальной ускорение максимально и зависит только от модуля скорости КА и расстояния $\mathbf{r_0}$. При этом экстремальное значение радиального ускорения достигается в момент $\mathbf{t_•}$ и не зависит от величины систематического смещения в измерениях радиальной скорости.

Оценивая значение максимума радиальной скорости во времени можно оценить величину сдвига $\mathbf{t_п^{см} - t_п}$, далее, по этой величине и значению ускорения в одной из этих точек определить значение систематической погрешности измерения радиальной скорости.

Для повышения точности оценки величины временного сдвига и радиального ускорения в точке прохождения параметра целесообразно провести статистическую обработку измерений. На небольших интервалах времени в качестве модели изменения радиальной скорости возможно применение аппроксимации алгебраическими полиномами. Поскольку в результате обработки необходимо оценить экстремальное значение радиального ускорения, то степень полинома должна быть не ниже четвертой.

Таким образом, можно сформулировать следующую задачу: необходимо определить по выборке измерений параметры движения КА

$$\dot{\mathbf{r}}_{\mathbf{n}} = \{\dot{\mathbf{r}}_{\mathbf{i}}, \mathbf{t}_{\mathbf{i}}, \mathbf{i} = \mathbf{1..n}\} \qquad (2)$$

при кубической модели измерений радиальной скорости

$$\dot{\mathbf{r}}(\mathbf{t}) = \dot{\mathbf{r}}_0 + \ddot{\mathbf{r}}_0(\mathbf{t}-\mathbf{t}_0) + \dddot{\mathbf{r}}_0(\mathbf{t}-\mathbf{t}_0)^2/2 + \mathbf{r}_0^{(4)}(\mathbf{t}-\mathbf{t}_0)^3/6\,. \qquad (3)$$

Ошибки измерений:

$$\Delta\dot{\mathbf{r}}_{\mathbf{i}} = \xi_{\mathbf{i}} + \dot{\Delta}_{\mathbf{i}}\,, \qquad (4)$$

где ξ_i - случайная составляющая ошибки, распределенная по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_i^2;

$\dot{\Delta}_i$ - систематическая составляющая ошибки - неизвестная, но постоянная на интервале наблюдений.

Для получения коэффициентов аппроксимирующего полинома возможно применение взвешенного метода наименьших квадратов. Матричная запись системы нормальных уравнений в этом случае имеет вид

$$\widehat{\dot{\mathbf{R}}} = \left(\mathbf{T}^{\mathbf{T}}\mathbf{W}\mathbf{T}\right)^{-1}\mathbf{T}^{\mathbf{T}}\mathbf{W}\dot{\mathbf{R}}_{\mathbf{n}}\,, \qquad (5)$$

где $\widehat{\dot{\mathbf{R}}} = \begin{vmatrix} \dot{\mathbf{r}}_0 & \ddot{\mathbf{r}}_0 & \frac{\dddot{\mathbf{r}}_0}{2} & \frac{\mathbf{r}_0^{(4)}}{6} \end{vmatrix}^{\mathbf{T}}$ - вектор - столбец коэффициентов полинома;

$\dot{\mathbf{R}}_{\mathbf{n}} = \begin{vmatrix} \dot{\mathbf{r}}_1 & \dot{\mathbf{r}}_2 & \dots & \dot{\mathbf{r}}_{\mathbf{n}} \end{vmatrix}^{\mathbf{T}}$ - вектор измерений радиальной скорости;

$\mathbf{T} = \begin{vmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{t}_1 & \mathbf{t}_1^2 & \mathbf{t}_1^3 \\ \mathbf{1} & \mathbf{t}_2 & \mathbf{t}_2^2 & \mathbf{t}_2^3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mathbf{1} & \mathbf{t}_{\mathbf{n}} & \mathbf{t}_{\mathbf{n}}^2 & \mathbf{t}_{\mathbf{n}}^3 \end{vmatrix}$ - матрица моментов измерений (при $\mathbf{t}_0 = \mathbf{0}$);

$$W = \begin{vmatrix} \omega & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \omega_n \end{vmatrix}$$ - матрица весов, где $\omega_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$, $i = 1,\dots,n$.

Выбирая в выражении (3) в качестве t_0 значение t_c, определяемого следующим образом:

$$t_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} t_i \omega_i}{\sum_{i=1}^{n} \omega_i}, \tag{6}$$

можно получить оценки коэффициентов полинома $\hat{\dot{R}}$, на момент времени t_c, обладающие минимальной дисперсией в классе несмещенных оценок [3], тогда уравнение (3) примет вид:

$$\hat{r}(t) = \hat{r}_c + \hat{\ddot{r}}_c(t - t_c) + \hat{\dddot{r}}_c(t - t_c)^2 / 2 + \hat{r}_c^{(4)}(t - t_c)^3 / 6. \tag{7}$$

Один из корней (7) и является оценкой времени прохождения параметра €̄ для смещенных измерений радиальной скорости.

Дважды дифференцируя (7) можно получить выражение, однозначно определяющее момент экстремума радиального ускорения

$$\hat{t}_п = t_c - \frac{\hat{\dddot{r}}}{\hat{r}_c^{(4)}}. \tag{8}$$

Окончательно, оценка смещения в измерениях радиальной скорости может быть найдена из следующего выражения

$$\hat{\dot{\Delta}} = \left(\hat{t}_п - \hat{t}_п^c\right) \cdot \hat{\ddot{r}}\left(\hat{t}_п\right), \tag{9}$$

где $\hat{\ddot{r}}(t_п) = \hat{\ddot{r}}_c + \hat{\dddot{r}}_c(t_п - t_c) + \hat{r}_c^{(4)}(t_п - t_c)^2 / 2$ - значение производной от радиальной скорости в точке прохождения параметра.

Для анализа возможностей рассматриваемого алгоритма было проведено статистическое моделирование его работы. При этом моделировался процесс получения измерений радиальной скорости КА в зоне радиовидимости измерительного комплекса и систематические ошибки в каждом сеансе измерений. Измерения, сформированные таким образом, поступали на вход вычислительного блока, реализующего рассматриваемый алгоритм, и дополненного блоком поиска оптимального времени сглаживания измерений полиномом третьей степени [3, 4]. На выходе получались оценки смешений в измерениях радиальной скорости.

В ходе статистического моделирования появилась возможность исследовать возможности алгоритма в условиях различных нелинейностей изменений радиальной скорости при прохождении КА в зоне радиовидимости, различных интервалов измерений и различных величин постоянных систематических смещений в измерениях.

Точность получаемых оценок в рассматриваемой линейной задаче оценивания может быть исследована аналитически, при этом дисперсия определения радиального ускорения в точке прохождения параметра может быть взята из корреляционной матрицы ошибок $\mathbf{K_R} = \left(\mathbf{T^T W T}\right)^{-1}$ в ходе получения коэффициентов аппроксимирующего полинома.

Анализ результатов показал, что точность получаемых оценок существенным образом зависит от степени аппроксимирующего полинома и интервала сглаживания измерений, при этом полиномы третьей и четвертой степени позволяют определить постоянные систематические ошибки, реализуя при этом компромисс между точностью получаемых оценок смещений и сложностью их определения.

Предлагаемый алгоритм может найти применение в существующих и вновь разрабатываемых измерительных системах для повышения оперативности определения параметров движения КА и в ряде других практических задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Брандин В.Н. Васильев А.А. Куницкий А.А. Экспериментальная баллистика космических аппаратов. - М.: Машиностроение, 1984. - 264 с.
2. Сиробаба Я.Я. Теплицкий М.Э. Шохов В.О. Основы теории радиотехнических измерений параметров движения. - МО СССР, 1971. - 396 с.
3. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. - М.: Сов. Радио, 1978. – 384 с.
4. Прикладная статистика: Исследование зависимостей. Справ. изд. / Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. - М.: Финансы и статистика, 1985. – 487 с.