

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО РОЗПОДІЛЕННЯ НЕОДНОРІДНИХ ЗАСОБІВ У ЗАДАЧАХ ПЛАНУВАННЯ

к.т.н. В.Б. Кононов, С.Л. Городецький, О.Ю. Кушнерук
(подав д.т.н., проф. Ю.В. Стасєв)

У статті розглядається загальна математична модель розподілення неоднорідних засобів у задачах планування, яка буде дозволяти розподілити існуючі засоби, щоб максимізувати повну ймовірність виявлення об'єкту.

Задачі оптимального розподілення неоднорідних засобів по об'єктах мають різноманітний характер, алгоритми розв'язання яких дуже важкі [1]. До досить загальної задачі оптимального розподілення неоднорідних засобів зводиться, наприклад, задача оптимального розподілення неоднорідних засобів пошуку за районами імовірного перебування об'єкту [2], задача оптимального розподілення неоднорідних засобів по об'єктах, задача оптимального розподілення неоднорідних механічних засобів обробки місцевості, яка заражена.

Розглянемо досить загальну постановку задачі оптимального розподілення неоднорідних засобів по об'єктах.

Оперуюча сторона має деяку кількість різнорідних засобів пошуку, яку треба розповсюдити по районах з метою виявлення об'єкту супротивника. У оперуючої сторони існують дані про ймовірність виявлення об'єкту у будь - якому з районів кожною одиницею засобів пошуку, про ймовірність перебування об'єкту у будь - якому з районів пошуку.

Таким чином потрібно розподілити існуючі засоби по районах (об'єктах) пошуку, щоб максимізувати повну ймовірність виявлення об'єкту (математичне сподівання сумарної витрати).

Для рішення цієї задачі побудуємо математичну модель. Для цього введемо у розгляд наступні елементи математичної моделі:

m - кількість типів засобів пошуку;

n - кількість районів пошуку;

$A_i (i = \overline{1, m})$ - кількість засобів пошуку i - го типу;

$q_{ij} (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ - умовна ймовірність виявлення об'єкту в j - му

районі однією одиницею засобів пошуку i - го типу;

$p_j (j = \overline{1, n})$ - ймовірність перебування об'єкту в j - му районі;

$X = \|\|x_{ij}\|_{m,n}$ - шуканий план розподілення неоднорідних засобів пошуку.

Спочатку будівання математичної моделі розглянутої задачі розглянемо будівання критерію ефективності математичної моделі:

$1 - q_{ij} (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ - умовна ймовірність невиявлення об'єкту в i - му районі однією одиницею i - го типу;

$(1 - q_{ij})^{x_{ij}} (i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n})$ - умовна ймовірність невиявлення об'єкту в j - му районі x_{ij} - кількістю засобів пошуку i - го типу;

$\prod_{i=1}^m (1 - g_{ij})^{x_{ij}} (j = \overline{1, n})$ - умовна ймовірність невиявлення об'єкту в j - му районі згідно з планом пошуку $X_j = [x_{1j}, x_{2j}, \dots, x_{mj}]^T$;

$1 - \prod_{i=1}^m (1 - g_{ij})^{x_{ij}} (j = \overline{1, n})$ - умовна ймовірність виявлення об'єкту в j - му районі хоча б одним засобом за планом пошуку X_j ;

$P(X) = \sum_{j=1}^n P_j [1 - \prod_{i=1}^m (1 - q_{ij})^{x_{ij}}]$ - повна ймовірність виявлення об'єкту згідно плану розподілення X .

Обмеження на шукані змінні складаються із співвідношень на кількості засобів пошуку кожного з типів:

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} \leq A_i, \quad i = \overline{1, m},$$

та співвідношень щодо невід'ємності та цілочисельності:

$$x_{ij} = [x_{ij}] \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}.$$

Таким чином, остаточно математична модель виглядає так:

$$P(X) = \sum_{j=1}^n P_j [1 - \prod_{i=1}^m (1 - q_{ij})^{x_{ij}}] \rightarrow \max,$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \leq A_i, \quad i = \overline{1, m},$$

$$x_{ij} = [x_{ij}] \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}.$$

Побудована загальна математична модель оптимального розподілення неоднорідних засобів по районах чи об'єктах, яка дозволяє описувати у формалізованому вигляді досить широкий клас різних задач роз-

поділення та буде дозволяти розподілити існуючі засоби, щоб максимізувати повну ймовірність виявлення об'єкту.

Розглянута задача є задачею цілочисельного програмування і може бути вирішена за методом динамічного програмування, якщо кількість типів засобів пошуку невелика. У протилежному випадку цю задачу можна перетворити у задачу опуклого програмування без врахування умов на цілочисленність змінних. Такий підхід дає змогу побудувати алгоритм розв'язання цієї задачі практично без обмеження на кількість типів засобів пошуку на основі методу можливих напрямків.

Для подальшого отримання цілочисельного рішення достатньо використати алгоритм округлення змінних у оптимальному нецілочисельному плані розподілення неоднорідних засобів одночасно з зрівнянням значень цільової функції.

ЛІТЕРАТУРА

1. Кононов В.Б., Кушнерук Ю.И., Церковный А.А. Анализ построения игры с противоположными интересами // Информационные системы. Сб. научн. тр.– Харьков: НАНУ, ПАНИ, ХВУ. – Вып. 1 (12) - 1999.– С. 98 – 100.

2. Кушнерук Ю.И., Кононов В.Б., Євстрат Д.І. Оптимальне планування процесів пошуку системи. // Ракетно - технічна техніка. Сб. научн. тр.– Вып. 1. – Харків: ХВУ, – Вып. 1. – 1999. - С. 71 – 73.

3. Абчук В.А., Сузель В.Г. Поиск объектов. - М: Сов. радио, 1977.– 175 с.

4. Основы исследования операций в военной технике / Под ред. Ю.В. Чуева - М.: Сов. радио, 1965. – 383 с.

5. Основы теории управления войсками / Под ред. П.К. Алтухова - М.: Воен. изд., 1984. - 297 с.

6. Давыдов Э.Г. Исследование операций: - М.: Высш. шк., 1990. - 459 с.

7. Исследование операций / Под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби - М.: Мир, 1981. - 596 с.

8. Сейдж С., Мелс Дж. Теория оценивания и ее приложения в связи и управлении. - М.: Связь, 1976. - 460 с.